UNIVERSITETI I KOSOVËS – UNIVERZITET KOSOVA

FAKULTETI I SHKENCAVE MATEMATIKE–NATYRORE
PRIRODNO MATEMATIČKI FAKULTET

BULETINI
ZBORNIK RADOVA

9

PRISHTINË – PRIŠTINA
1983 – 1986

UNIVERSITETI I KOSOVËS—UNIVERZITET KOSOVA

FAKULTETI I SHKENCAVE MATEMATIKE–NATYRORE
PRIRODNO MATEMATIČKI FAKULTET

BULETINI
ZBORNIK RADOVA

9

PRISHTINË–PRIŠTINA
1983–1986

Këshilli redaktues
Redakcijski odbor

Dr. **Rasim Bejtullahu,** Dr. **Muharrem Cërabregu** (sekretar), Dr. **Emrush Gashi** e Dr. **Salih Gashi**

Kryeredaktor përgjegjës
Glavni i odgovorni urednik

Dr. **Emrush Gashi**

MATEMATIKË—MATEMATIKA

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (5—9)

KARAKTERIZIMI I GRUPIT $L_6(2)$ ME NDIHMËN E CENTRALIZATORIT TË TIPIT TË TRETË

Eshref Ademaj

Abstarkt

Në këtë punim karakterizohet grupi $L_6(2)$ me ndihmën e centralizatorit të tretë duke shqyrtuar involucionet dhe konjugimin e tyre në këtë grup

1. HYRJE

Dihet mirë se grupi $L_n(2)$ është izomorf me grupin G^* e të gjitha matricave josinguläre të rendit n mbi fushën $GF(2)$. Suzuki [5] vërtetoi se klasët e involucioneve të koniuguara në grupin $L_n(2)$ përfaqësohen me involucionet $j_1, j_2, j_3, \ldots, j_{\left[\frac{n}{2}\right]}$ ku

$$j_k=\begin{pmatrix} I_k & & \\ & I_n-2k & \\ & & I_k \end{pmatrix} \tag{1}$$

$k=1,2,3,\ldots,\left[\frac{n}{2}\right]$. Kështu në grupin $L_6(2)$ kemi tri kslaë involucionesh të koniuguara të përfaqësuara me elementët (involucionet) j_1, j_2 dhe j_3. Meqë një element x nga $L_n(2)$ mund të paraqitet me matricën $x=(x_{ij})$, $x_{ij}\in GF(2)$, i, $j=1,2,3,\ldots,n$; mund të shkruajmë

$$x=\begin{pmatrix} X & \\ Y & Z \end{pmatrix}$$

ku X, Y, Z janë matrica të dimensionit të caktuar, centralizatori i involucionit në $G^*\cong L_n(2)$ përftohet me matricat e trajtës

$$\begin{pmatrix} X & & \\ P & Y & \\ Q_k & R & X \end{pmatrix} \tag{2}$$

ku $(\det X)^2=\det Y=1$, X është $k\times k$ matricë dhe $\det X$ është përcaktori i matricës X. 2-nëngrupi i Sylowit paraqitet me matricat trekëndore të poshtëme në të cilat diagonalja kryesore përbëhet nga 1. Në punimet [1] dhe [2] E. Ademaj dhe V. Ćepulić, përkatësisht, karakterizuan grupin $L_6(2)$ me ndihmën e centralizatorit të j_1 dhe j_2, përkatësisht. Në këtë punim do të karakterizojmë grupin $L_6(2)$ me ndihmën e centralizatorit të involucionit j_3. Për këtë qëllim, le të jetë G grup i fundëm i thjeshtë dhe z involucion i G i tillë që $H=C_G(z)$ është izomorf me grupin e matricave të trajtës

$$\begin{pmatrix} X & \\ Q & X \end{pmatrix} \tag{3}$$

ku Q dhe X janë 3×3 matrica mbi $GF(2)$ dhe $\det X=1$. Tani e tutje do të identifikojmë grupin H me grupin e përftuar me matricat e trajtës (3).

2. DISA REZULTATE FILLESTARE

Me identifikimin e grupit H me grupin e matricave të përftuar me matricat e trajtës (3) 2-nëngrupi i Sylowit i H përftohet me matricat e trajtës

$$\begin{pmatrix} 1 & & & & & \\ x_1 & 1 & & & & \\ x_2 & x_3 & 1 & & & \\ q_1 & q_2 & q_3 & 1 & & \\ q_4 & q_5 & q_6 & x_1 & 1 & \\ q_7 & q_8 & q_9 & x_2 & x_3 & 1 \end{pmatrix} \tag{4}$$

ku $x_i, q_j\in GF(2)$, $i=1,2,3$ dhe $j=1,2,3,\ldots,9$. 2-nëngrupi maksimal normal përftohet me matricat e trajtës

$$\begin{pmatrix} I & \\ Q & I \end{pmatrix} \tag{5}$$

ku Q është 3×3 matricë mbi $GF(2)$ dhe I matricë njësh e rendit 3. Do të përdorim këtë shënim: në qoftë se në matricën (4) një element nga x_i dhe q_j është 1 kurse të gjithë të tjerët o atëherë me gërmën përkatëse do të shënojmë elementin e H. Kështu p. ski. $z=q_1q_5q_9$. Le të jetë S 2-nëngrup i Sylowit i H dhe $E=O_2(H)$ 2-nëngrupi maksimal normal i H, atëherë grupi H është zgjërim i grupit elementar-abelian të rendit 2^9 me $L_3(2)$. Vlen

Lemma 2.1. *Le te jetë $E=O_2(H)$ 2-nëegrupi maksimal normal i H dhe S 2-nëngrupi i Sylowit i H. Atëherë*

(i) E është grup elementarë abelian i rendit 2^9.

(ii) S është prodhim i shpërndarë i grupit E me grupin $D\cong D_8$.

(iii) $Z(S)=\langle q_7, q_1 q_5 q_9\rangle$, dhe $Z(H)=\langle q_1q_5q_9\rangle$.

(iv) S ka dy nëngrupe elementarë abeliane të rendit 2^8, shënojmë,

$$R=\langle x_2,x_3,q_1,q_2,q_4,q_5,q_7,q_8\rangle$$
$$R=\langle x_1,x_2,q_4,q_5,q_6,q_7,q_8,q_9\rangle.$$

Të gjitha pohimet e sipërme merren duke bërë llogaritje të gjata me matrica, sipas marrëveshjes së bërë më lartë.
Eshtë e qartë grupi $N_G(E)$ përftohet me matricat e trajtës

$$\begin{pmatrix} X & \\ Q & Z \end{pmatrix}$$

X, Q dhe Z janë 3×3 matrica mbi fushën $GF(2)$.

Lemma 2.2. *2-nëngrupi i Sylowit i $N_G(E)$ është 2-nëngrup i Sylowit i grupit G.*

Vërtetimi. Le të jetë T 2-nëngrup i Sylowit i $N_G(E)$, atëherë mund të shënojmë

$$T=\left\langle \begin{pmatrix} X_1 & \\ Q & X_2 \end{pmatrix} \;\middle|\; X_1=\begin{pmatrix} 1 & & \\ x_1 & 1 & \\ y_1 & z_1 & 1 \end{pmatrix} X_2=\begin{pmatrix} 1 & & \\ x_2 & 1 & \\ y_2 & z_2 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

dhe përkatësisht T është i rendit 2^{15}. Meqë E është nëngrup i vetëm elementarë abelian i T kemi E *char* T. E zëmë T nuk është 2-nëngrup i Sylowit i G. Atëherë ekziston 2-nëngrupi T_1 i G në të cilin T është me indeks 2. Mirëpo në këtë rast E *char* $T\trianglelefteq T_1$ dhe përkatësisht E është normal në T_1, që nuk është e mundur.

3. FUZIONI I INVOLUCIONEVE

Meqë $|N_G(E)/E|=|L_3(2)|^2$ dhe nga fakti se $N_G(E)$ nuk është grup i thjeshtë kemi $N_G(E)/E\cong L_3(2)\times L_3(2)$.

Shënojmë me $\overline{N}=N_G(E)/E$ dhe le të jetë T 2-nëngrup i Sylowit i N. Atëherë T është gprup i rendit 2^6 dhe një involucion $\bar{x}\in\overline{N}$ mund të paraqitet me matricat e trajtës

$$\bar{x}=\begin{pmatrix} X & 0 \\ 0 & Z \end{pmatrix}$$

ku $X^2=Z^2=I$, I është 3×3 matricë njëshe. Kështu $X=\begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}=Z$. Meqë $L_3(2)$ ka një klasë involucionesh të konjuguara, grupi $\overline{N}$ do të ketë tri klasë involucionesh të konjuguara, të cilat përfaqësohen me $j_1=\begin{pmatrix} \mathcal{J} & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$, $j_2=\begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & \mathcal{J} \end{pmatrix}$ dhe $j=\begin{pmatrix} \mathcal{J} & 0 \\ 0 & \mathcal{J} \end{pmatrix}$, ku $\mathcal{J}=\begin{pmatrix} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ dhe I është matricë njëshe.

Le të jetë tani t involucion nga klasa $j_1=j_1E$. Atëherë t mund të paraqitet në trajtën $t=j_1 q$, ku

$$q=\begin{pmatrix} I & 0 \\ Q & I \end{pmatrix},\ j_1=\begin{pmatrix} \mathcal{J} & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix},\ \text{ku } Q=\begin{pmatrix} q_1 & q_2 & q_3 \\ q_4 & q_5 & q_6 \\ q_7 & q_8 & q_9 \end{pmatrix}.$$

Do të jetë $t^2=1$ atëherë dhe vetëm atëherë kur $j_1q\cdot j_1q=I$, d.m.th atëherë dhe vetëm atëherë kur $q\in C_E(j_1)$. Pas llogaritjeve përkatëse gjejmë se

$$C_E(j_1)=\left\langle \begin{pmatrix} I & 0 \\ Q^* & I \end{pmatrix},\ \text{ku } Q^*=\begin{pmatrix} q_1 & q_2 & 0 \\ q_4 & q_5 & 0 \\ q_7 & q_8 & 0 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Kështu, me marrëveshjen e bërë në fillim për shënim, mund të shkruajmë $C_E(j_1)=\langle q_1,q_2,q_4,q_5,q_7,q_8\rangle$ është grup i rendit 2^6 dhe përkatësisht kemi 64 involucione në klasën $j_1=j_1E$. Poashtu, j_1 është i konjuguar lidhur me E, në j_1 $\langle q_3,q_6,q_9\rangle$. Në mënyrë të njejtë, pas llogaritjeve, gjejmë se në klasën $j_2=$ $=j_2E$, kemi 64 involucione, $C_E(j_2)=\langle q_4,q_5,q_6,q_7,q_8,q_9\rangle$ dhe j_2 është i konjuguar më $j_2\langle q_1,q_2,q_3\rangle$. Në klasën $j=jE$ kemi 32 involucione, $C_E(j)=\langle q_1,q_5,q_9,$ $q_4,q_8,\rangle$, dhe j është i konjuguar lidhur me E në $j\langle q_2,q_3,q_6,q_9\rangle$. Vlen pra kjo

Lemma 3.1. *Në klasët j_1E, j_2E dhe jE kemi përkatësisht* 64, 64 *dhe* 32 *involucione dhe përkatësisht* 8, 8 *dhe* 16 *janë të konjuguara lidhur me E përkatësisht me j_1,j_2, dhe j.*

Involucionet tjera nuk janë të konjuguara lidhur me E. Të shohim konjugacionin e tyre lidhur me $N_G(E)$.

Pamë se $N_G(E)/E=\left\langle \begin{pmatrix} X & 0 \\ Y & Y \end{pmatrix} \right\rangle$ ku X dhe Y janë matrica nga $L_3(2)$. Kështu $N_G(E)/E$ ka dy klasë nëngrupesh katërshe të kniuguara, të cilat mun ti paraqesim me matrica përkatëse në trajtën

$$\overline{V}_i=\left\langle \begin{pmatrix} T_i & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \right\rangle \text{dhe } \overline{W}_i=\left\langle \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & S_i \end{pmatrix} \right\rangle$$

ose me marrëveshjen që patëm në fillim, dhe duke kaluar në origjinal (duke u larguar nga moduli E) mund të shënojmë

$$V_1=\langle Q,x_3,x_2x_3\rangle,\ V_2=\langle Q,x_1,x_1x_2\rangle,\ W_1=\langle Q,z_3,z_2z_3\rangle,\ W_2=\langle Q,z_1,z_1z_2,\rangle$$

Është e qartë se në grupet e sipër përmendura gjenden të gjitha involucionet nga klaset e involucioneve të marra nga Lemma 2.2. dhe duke llogaritur njësoj sikur më parë gjejmë: $|C_E(\overline{V}_i)|=|C_E(\overline{W}_i)|=2^6$, $L_3(2)$ centralizon V_i (pra edhe W_i) dhe normalizatori i V_i (pra edhe i W_i) është izomorf me $\Sigma_3\times E_8\cdot L_3(2)$ dhe kështu kemi

$$N_G(V_i)/C_G(V_i)=N_G(V_i)/V_i=\left\langle \begin{pmatrix} X & 0 \\ Y & Z \end{pmatrix} \right| \text{ku } X\in L_2(2),\ Y \text{ matricë}$$

e tipit 4×2 dhe $Z\in L_4(2)\cong A_8\rangle$. Tani $F=C_E(W_1W_2)=C_E(W_1)\cap C_E(W_2)$ është grup i rendit 2 dhe

$$E_1=C_{E/F}(W_1W_2/F)\,W_1W_2$$

është grup ekstraspecial. Struktura e grupit $N_G(V_i)$ jep $N_G(E_1)\trianglerighteq N_E(E_1)$ Tani $N_G(E_1)/E_1\cong A_8$, dhe duke përdorur [1] shohim se E_1 është dobët i mbyllur në $C_G(Z(Z(E_1))$. Kështu vërtetuam këtë

Teoremë. *Le të jetë G grup i fundëm i thjeshtë dhe H centralizator i një involucioni z, në G. E zëmë H është izomorf me grupin d matricave të trajtës*

$$H^*=\left\langle\begin{pmatrix}X & \\ Q & X\end{pmatrix}, Q \text{ dhe } X \text{ janë matrica të tipit } 3\times3 \text{ me elemente nga } GF(2) \text{ dhe det } X=1\right\rangle$$

Atëherë G është izomorf me grupin $L_6(2)$.

LITERATURA

[1]. E. Ademaj, *A characterization of the simple group* $L_n(2)$, Glasnik ma6ematički, Vol. 13 (33), 1978), 15–37.
[2]. V. Ćepulić, *A character zat on pf the s mple groupl* $L_6(2)$, Jour. of Algebra, 1979, vol.
[3]. D. Gorenstein, *F n te groups*, Harper and Row, New York, 1968.
[4]. M. Suzuki, *On character zat on of l near groups*, I, II, Trans. Amer. Mathem. Soc. 92 (1959), 191–219; IV, J. Algebra, 8 (1968), 223–247.
[5]. M. Suzuki, *Character zat ons of l near groups*, Bull. Amer. Math. Soc. 74 (1968), 383–437.

A CHARACTERIZATION OF THE GROUP $L_6(2)$ BY THE CENTRALIZER OF THE THERD TYPE

Eshref Ademaj

Summary

In this paper prove the folloving *Theorem: Let G be a simple group and H the centralizer of an involution z'' in G. Suppose H is isomorphic to the matrix group*

$$H^*=\left\langle\begin{pmatrix}X & \\ Q & X\end{pmatrix} \mid X, Q \text{ are } 3\times3 \text{ matrix over } GF(2) \text{ and det } X=1\right\rangle.$$

Then G is isomorphic with the group $L_6(2)$.

This theorem characterizes the group $L_6(2)$ by the centralizer of the third type, in the notation of Suzuki [4], [5].

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (11 — 18)

PROCENA, POMOĆU MODULA GLADKOSTI, FOURIER-ovih KOEFICIENATA LAKUNARNIH REDOVA FUNKCIJA KLASE H (p, k, φ)

M. Berisha i R. Kastrati

UVOD

U radu [I] dati su potrebni i dovoljni uslovi (u terminima Fourier-ovih koeficienata) da bi parna funkcija

$$f(x) \sim \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx, \quad a_k \downarrow 0$$

pripadala klasi $H(p, k, \varphi)$. U tom slučaju Fourier-ovi koeficienti zadovoljavaju dva uslova.

U radu [2], takode su dati potrebni i dovoljni uslovi da bi $f(x)$ pripadala $H(p, k, \varphi)$. Međutim u ovom slučaju Fourier-ovi koeficienti zadovoljavaju samo jedan uslov a funkcija $\varphi(\delta)$ zadovoljava uslov

$$\delta^k \int_{\delta}^{1} \frac{\varphi(t)}{t^{k+1}} dt \leq C\varphi(\delta).$$

U teoremi 2 osim tog uslova bilo je potrebno uvesti i dopunski uslov

$$\int_{\delta}^{\delta} \frac{\varphi(t)}{t} dt \leq C\varphi(\sigma\delta).$$

U radu [3] tretiraju se posebno dovoljni i posebno potrebni uslovi koji zadovoljavaju Fourir-ovi koeficijenti funkcije

$$f(x) \sim \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{ikx}$$

da bi ona pripadala klasi $H(p, k, \varphi)$. Analogno ovome u radu [4] se tretira opšti slučaj funkcije $f(x)$. Naime daju se potrebni i dovoljni uslovi za Fourir--ove koeficiente funkcije

$$f(x) \sim \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{ikx} \text{ da bi ona pripadala } H(p, k, \varphi).$$

Za razliku od [3] gde su dobivene procene dokazane posredstvom najbolje aproximacije $\varepsilon_n(f)_p$ funkcije $f(x)$, u radu [4] dokazi su izvođeni preko poznatih procena modula glatkosti.

U radu [5] su dati potrebni i dovoljni uslovi, koje zadovoljavaju Fourir--ovi koeficienti funkcije $f(x)$, sa lakunarnim Fourier-ovim redom

$$f(x) \sim \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cos kx,$$

gde

$$b_k = \begin{cases} b_m \geqslant 0 \text{ za } k = 2^m \text{ i} \\ 0 \text{ za } k \neq 2^m, \ m \in N \end{cases}$$

da bi ona pripadala klasi funkcija $H(p, k, \varphi)$, $1 < p < \infty$.

U ovom radu ćemo tretirati potrebne i dovoljne uslove, koje zadovoljavaju Fourier-ovi koeficienti funkcije $f(x)$ sa lakunarnim Fourier-ovim redom

$$f(x) \sim \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cos kx,$$

gde

$$b_k = \begin{cases} b_m \geqslant 0 \text{ za } k = 2^m \\ 0 \qquad \text{za } k \neq 2^m, \ m \in N \end{cases}$$

da bi ona pripadala klasi funkcija $H(p, k, \varphi)$, $1 < p < \infty$.

Navodimo da se u ovom radu dokazi ovih tvrdenja razlikuju od dokaza tvrdenja u radu [5], pošto su u [5] oni izvedeni preko najbolje aproximacije funkcije $f(x)$ trigonometriskim polinomom reda ne većeg od n, a u ovom radu tvrdenja su izvedena pomoću procena modula glatkosti.

I. Kažemo da je $f(x) \in L_p$ ako je $f(x)$ periodična funkcija periode 2π, koja je:

1) merljiva i za $1 < p + \infty$

$$\|f\|_p = \left(\int_0^{2\pi} |f(x)|^p dx \right)^{1/p} < +\infty$$

2) neprekidna i za $p = +\infty$

$$\|f\|_{\infty} = \|f\|_{c} = \max_{x} |f(x)|$$

Obeležimo sa $\omega_k(f, t)_p$ modul glatkosti poretka k, funkcije $f(x)$ u metrici L_p, t.j.

$$\omega_k(f, t)_p = \sup_{|h| \leqslant t} \| \Delta_k^h f(x) \|_p,$$

gde je .

$$\Delta_h^k f(x)=\sum_{\nu=0}^{k}(-1)^{k-\nu}\binom{k}{\nu}f(x+\nu h).$$

Obično, lakunarni Fourier-ov red funkcije $f(x)$ ćemo zapisivati u obliku

$$f(x)\sim\sum_{k=1}^{\infty}b_k\cos kx,$$

gde su koeficienti definisani sa

$$b_k=\begin{cases}b_m>0 & \text{za } k=2^m\\ 0 & \text{za } k\neq 2^m,\ m\in N.\end{cases}$$

Znači, lakunarni Fourier-ov red funkcije $f(x)$ može se napisati:

$$f(x)\sim\sum_{\nu=1}^{\infty}b_\nu\cos 2^\nu x$$

Parcijalnu sumu Fourier-ovog reda funkcije $f(x)$ ćemo obeležavati sa $S_n(x, f)$, t.j.

$$S_n(x,f)=\sum_{k=1}^{n}b_k\cos kx$$

Kažemo da periodična funkcija $f(x)$ periode 2π pripada klasi $H(p, k, \varphi)$, $(1<p<+\infty)$ ako je

1. $f(x)\in L_p$
2. $\omega_k(f,\delta)_p\leq C\varphi(\delta)$,

gde funkcija $\varphi(\delta)$ ima sledeće osobine:

a) nenegativna i neprekidna na $[0, 1]$ i $\varphi(\delta)\not\equiv 0$

b) $\varphi(\delta_1)\leq C_1\varphi(\delta_2)$ ako je $0\leq\delta_1\leq\delta_2\leq 1$

c) $\varphi(2\delta)\leq C_2\varphi(\delta_1)$ ako je $0\leq\delta\leq\frac{1}{2}$.

Da bi smo dokazali osnovne rezultate potrebna nam je:

Lemma 1. Ako je $f(x)\sim\sum_{\nu=k}^{\infty}b\nu\cos\nu x$, $1<p<+\infty$,

gde

$$b\nu=\begin{cases}b_m & 0 \text{ za } \nu=2^m\\ 0 & \text{za } \nu\neq 2^m,\end{cases}\qquad m\in N$$

tada postoje konstante C_1 i C_2 nezavisne od $f(x)$ i n takve da važi:

$$C_1\left\{\frac{1}{n^k}\left(\sum_{\nu=1}^{n}b_\nu^2\nu^{2k}\right)^{1/2}+\left(\sum_{\nu=n+1}^{\infty}b_\nu^2\right)^{1/2}\right\}\leq\omega_k\left(f,\frac{1}{n}\right)_{Lp}<p\leq$$

$$\leq C_2\left\{\frac{1}{n^k}\left(\sum_{\nu=1}^{n}b_\nu^2\nu^{2k}\right)^{1/2}+\sum_{\nu=n+1}^{\infty}b_\nu^2\right)^{1/2}\Bigg\}.$$

Dokaz leme vidi u [8].

Teorema 1. Da bi periodična funkcija sa periodom 2π

$$f(x)\sim\sum_{\nu=1}^{\infty}b_\nu\cos\nu x$$

gde
$$b_\nu=\begin{cases}b_m\geq 0, & \nu=2\\ 0 & \text{za } \nu\neq 2^m,\ m\in N,\end{cases}$$

pripadala klasi $H(p, k, \varphi)$, $1<p<\infty$, potrebno je i dovoljno da njeni Fourier-ovi koeficienti zadovoljavaju uslove:

$$\left(\sum_{\nu=1}^{n}b_\nu^2\nu^{2k}\right)^{1/2}\leq C_1 n^k\varphi\left(\frac{1}{n+1}\right)\text{ i}$$

$$\left(\sum_{\nu=n+1}^{\infty}b_\nu^2\right)^{1/2}\leq C_2\varphi\left(\frac{1}{n+1}\right). \tag{1}$$

Dokaz. Na osnovu leme I i uslova (1) imamo:

$$\omega_k\left(f,\frac{1}{n}\right)_{Lp}\leq e_3\left\{\frac{1}{n^k}\left(\sum_{\nu=1}^{n}b_\nu^2\nu^{2k}\right)^{1/2}+\left(\sum_{\nu=n+1}^{\infty}b_\nu^2\right)^{1/2}\right\}\leq C_4\varphi\left(\frac{1}{n+1}\right), \tag{2}$$

a to znači, po definiciji, da je $f(x)\in H(p, k, \varphi)$.

Neka je $f(x)\in H(p, k, \varphi)$, $1<p<\infty$, tada po definiciji

1. $f(x)\in L_p$ i

2. $$\omega_k\left(f,\frac{1}{n}\right)_{L_p}\leq C_5\varphi\left(\frac{1}{n+1}\right) \tag{3}$$

Na osnovu leme I i uslova (3) imamo:

$$C_6\left\{\frac{1}{n^k}\left(\sum_{\nu=1}^{n}b_\nu^2\nu^{2k}\right)^{1/2}+\left(\sum_{\nu=n+1}^{\infty}b_\nu^2\right)^{1/2}\right\}\leq C_7\varphi\left(\frac{1}{n+1}\right) \tag{4}$$

Iz (4) sledi:

$$\left(\sum_{\nu=1}^{n}b_\nu^2\nu^{2k}\right)^{1/2}\leq C_8 n^k\varphi\left(\frac{1}{n+1}\right)\text{ i}$$

$$\left(\sum_{\nu=n+1}^{\infty}b_\nu^2\right)^{1/2}\leq C_9\varphi\left(\frac{1}{n+1}\right).$$

Teorema 2. Ako funkcija $\varphi(\delta)$ zadovoljava uslove:

$$\left(\int_0^{\delta}\frac{\varphi^2(t)}{t}dt\right)^{1/2}\leq C_1\varphi(\delta)\text{ i}$$

$$\delta^k\left(\int_{\delta}^{1}\frac{\varphi^2(t)}{t^{2k+1}}dt\right)^{1/2}\leq C_2\varphi(\delta),$$

tada da bi periodična funkcija

$$f(x)\sim\sum_{\nu=1}^{\infty} b_\nu \cos \nu x,\quad b_\nu \downarrow 0$$

gde $$b_\nu=\begin{cases} b_m & 0 \text{ za } \nu=2^m,\\ 0 & \text{za } \nu\neq 2^m,\ m\in N,\end{cases}$$

pripadala klasi $H(p, k, \varphi)$, $1<p<+\infty$, potrebno je i dovoljno da njeni Fourier-ovi koeficienti zadovoljavaju uslov:

$$b_\nu=\frac{C_3\varphi\left(\frac{1}{\nu}\right)}{\nu^{1/2}}.$$

Dokaz. Neka funkcija $\varphi(\delta)$ zadovoljava uslov (5) i važi nejednakost (6) tada

$$\sum_{\nu=1}^{n} b_\nu^2\nu^{2k}\leq\sum_{\nu=1}^{n}\left[\frac{c_3\varphi\left(\frac{1}{\nu}\right)}{\nu^{1/2}}\right]^2\cdot\nu^{2k}\leq C_4\sum_{\nu=1}^{n}\varphi^2\left(\frac{1}{\nu}\right)\cdot\nu^{2k-1}\leq C_5\sum_{\nu=1}^{n}\varphi^2\left(\frac{1}{\nu}\right)\int_{1/\nu+1}^{1/\nu}\frac{1}{t^{2k+1}}dt\leq$$

$$\leq C_5\sum_{\nu=1}^{n}\int_{1/\nu+2}^{1/\nu}\frac{\varphi^2\left(\frac{1}{\nu}\right)}{t^{2k+1}}dt\leq C_6\int_{1/n+1}^{1}\frac{\varphi^2(t)}{t^{2k+1}}dt\leq$$

$$\leq C_7\varphi^2\left(\frac{1}{n+1}\right)\left(\frac{1}{\frac{1}{n+1}}\right)^{2k}\leq C_8\left[n^k\varphi\left(\frac{1}{n+1}\right)\right]^2 \tag{7}$$

Iz (7) sledi: $$\left(\sum_{\nu=1}^{n} b_\nu^2\nu^k\right)^{1/2}\leq C_8 n^k\varphi\left(\frac{1}{n+1}\right).$$

Nadalje, $$\sum_{\nu=n+1}^{\infty} b_\nu^2\leq\sum_{\nu=n+1}^{\infty}\frac{C_3\varphi\left(\frac{1}{\nu}\right)}{\nu^{1/2}}\leq C_9\sum\varphi^2\left(\frac{1}{\nu}\right)\cdot\nu^{-1}\leq$$

$$\leq C_{10}\sum_{\nu=n+1}^{\infty}\int_{1/\nu+1}^{1/\nu}\varphi^2\left(\frac{1}{\nu}\right)\frac{dt}{t}\leq$$

$$\leq C_{11}\int_{0}^{1/n+2}\frac{\varphi^2(t)}{t}dt$$

$$\leq C_{12}\varphi^2\left(\frac{1}{n+1}\right. \tag{8}$$

Iz nejednakosti (8) sledi $\left(\sum_{\nu=1}^{n} b_\nu^2\right)^{1/2} \leq C_{12}\varphi\left(\frac{1}{n+1}\right)$.

Neka je $f(x) \in H(p, k, \varphi)$, $1 < p < +\infty$, tada na osnovu teoreme I i uslova $b_\nu \downarrow 0$ imamo:

$$b_\nu^2 \nu^{2k+1} \leq C_{13} \sum_{\nu=1}^{n} b_\nu^2 \nu^2 \eta \text{ ili}$$

$$(b_\nu^2 \nu^{2k+1})^{1/2} \leq C_{14}\left(\sum_{\nu=1}^{n} b_\nu^2 \nu^{2k}\right)^{1/2} \leq C_{15}\nu_k\varphi\left(\frac{1}{n+1}\right) \text{ t.j.}$$

$$b_\nu \leq C_{16}\frac{\varphi\left(\frac{1}{\nu+1}\right)}{\nu^{1/2}}.$$

LITERATURA

[1]. M. Berisha, *O koeficienatah Fourie nekatorih klasov funkcij*. Glasnik matematički, vol. 16 (36) Zagreb 1981.

[2]. M. Berisha, *Procena, pomoću najbolje aproksimacije, Fourierovih koeficienata funkcija klase $H(p, k, \varphi)$*. Matematički vesnik, 4 (17) (32) Beograd 1980.

[3]. M. Berisha, *P koeficijentah Fourie periodićeskih funkcij, prinadležašćih $H(p, k, \varphi)$ — klasam Nikolskovo*. Public. de l institut mathem., Tom., 32 (46) Beograd 1982.

[4]. M. Berisha, *Procena, pomoću modula glatkosti, Fourir-ovih koeficijenata funkcija klase $H(p, k, \varphi)$*. Matematički vesnik, Beograd 1982.

[5]. M. Berisha, H. Turku, M. Rajović — *Fourier-ovi koeficienti lakunarnog reda funkcija klase $H(p, k, \varphi)$*. Matematički vesnik, Beograd 1984.

[6]. A. Zygmund, *Trigonometrićeskie rjadi*, Moskva 1965.

[7]. M. Potapov, *Onajlučšem približenju analitićeskih funkcij mnogih peremenih*. Učjonie zapiski, Ivanovo Gos. ped. instit. Tom. 18, 1958.

[8]. M. Potapov i M. Berisha, *Modul glatkosti i koeficienti Fourierperiod ićeskih funkcij odnoga peremenja*. Publ. de l institut mathem. Tom. 26 1979.

ОЦЕНКА, С ПОМОШЬЮ МОДУЛА ГЛАТКОСТИ, КОЭФФИЦИЕНАТАХ ФУРЬЕ ЛАКУНАРНОГ РЯДА ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖАЦИБ Н (p, k, φ) — КЛАССАМ

М. Берина и Р. Кастрати

Резюме

В этой работе доказани достаточные и необходимые условия которые удовльетвояют коэффициенты фурье функций заданих лакунарными тригонометрическими рядами. Чтобы она принадлежала классам $H(p, к, \varphi)$ Имено доказано:

Теорема 1. Чтобы периодическая периода 2π функция

$$f(x) \sim \sum_{\varepsilon=1}^{\infty} b_\nu \cos \nu x,$$

где

$$b_\nu = \begin{cases} b_m \geq 0 & \text{для } \nu = 2^m \\ 0 & \text{для } \nu \neq 2^m,\ m \in N \end{cases}$$

принадлежала классу $H(p, k, \varphi)$, $(1 < p < \infty)$ необходимо и достаточно чтобы коэффициенти фурье удовльетворяли условия:

$$\left(\sum_{\nu=1}^{n} b_\nu^2 \nu^{2k}\right)^{1/2} \leq C_2 n^k \varphi\left(\frac{1}{n+1}\right) \quad \text{и}$$

$$\left(\sum_{\nu=n+1}^{\infty} b_\nu^2\right)^{1/2} \leq C_2 \varphi\left(\frac{1}{n+1}\right).$$

Теорема 2. Пусть $\varphi(\delta)$ удовльетворяет условия:

$$\left(\int_0^1 \frac{\varphi^2(t)}{t}\, dt\right)^{1/2} \leq C_1 \varphi(\delta)$$

$$\delta^k \left(\int_\delta^1 \frac{\varphi^2(t)}{t^{2k+1}}\, dt\right)^{1/2} \leq C_2 \varphi(\delta)$$

тогда для чтобы периодическая периода 2π функция

$$f(x) \sim \sum_{\nu=1}^{\infty} b_\nu \cos \nu x.\ b_\nu \downarrow 0$$

принадлежала классу $H(p, k, \varphi)$ необходимо и достаточно чтобы ее коэффициенти удовлетворяли условия:

$$b_\nu \leq \frac{C_3 \varphi\left(\frac{1}{\nu}\right)}{\nu^{1/2}}.$$

Отметим, что в этой работе доказательства этих теорема различаются од доказателства теореме в работе [5], потоме что в этой этой работе теорема 1 и теорема 2 доказано помощю модула гладкости.

VLERËSIMI, ME NDIHMËN E MODULIT TË LËMUESHMËRISË, SË KOEFICIENTËVE FOURIE TË SERIVE LAKUNARE NGA KLASA $H(p, k, \rho)$

M. Berisha dhe *R. Kastrati*

Rezime

Në këtë punim vërtetohen konditat e nevojshme dhe të mjaftueshme të cilat i plotësojnë koeficientët Fourie në mënyrë që funkcioni

$$f(x) \sim \sum_{1}^{\infty} b_\nu \cos\ \upsilon x,$$

ku $$b_1=\begin{cases} b_m \geq 0 & \text{për } \upsilon = 2^m \text{ dhe} \\ 0 & \text{për } \upsilon \neq 2^m, \end{cases}$$

të jetë nga klasa e funksioneve ët Nikollsk-it të tipeve $H(p,\ k,\ \varphi)$.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (19 — 26)

PROCENA, POMOĆU NAJBOLJE APROKSIMACIJE, FOURIER—OVIH KOEFICIJENATA FUNKCIJA KLASE $N_p^{(r)}, \theta$

Fevzi H. Berisha

Procena Fourier-ovih koeficijenata funkcije iz klase B_p^r, θ dobijene u radu [1] dokazane su posredstvom modula glatkosti. U ovom radu daju se potrebni i dovoljni uslovi koje zadovoljavaju Fourier-ovi koeficijenti da bi parna funkcija

$$f(x) \sim \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \cos \nu x, \quad a_1 \geq a_2 \geq \ldots \geq a_\nu \geq a_{\nu+1} \geq \ldots \geq 0$$

pripada klasi $N_p^r \theta$. Za razliku od [1] ovde su dokazi izvedeni posredstvom najbolje aproksimacije $E_n(f)_p$.

§ 1. Kažemo da je $f(x) \in L_p$, ako je $f(x)$ periodična funkcija periode 2π, i

(1). merljiva za $1 \leq p < \times \infty$.

$$||f||_p = \left(\int_0^{2\pi} |f(x)|^p \, dx \right)^{\frac{1}{p}} < \infty,$$

(2). neprekidna za $p = \infty$

$$||f||_p = ||f||_c = \max_x |f(x)|.$$

Obično ćemo Fourier-ov red parne funkcije $f(x)$ zapisati u obliku

$$f(x) \sim \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \cos \nu x$$

gde je

$$a_\nu = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(x) \cos \nu x dx$$

Označimo sa $E_n(f)_p$ najbolju aproksimaciju funkcije $f(x)$ trigonometriskim polinomom reda ne većeg od n, t.j.

$$E_n(f)_p = \inf_{Tn} \|f(x) - T_n(x)\|_p,$$

gde je

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^{n} (\alpha_k \cos kx + \beta_k \sin kx),$$

a α_k i β_k su realni brojevi.

Da bismo, u ovom radu dokazali osnovne rezultate potrebni su nam sledeći pomoćni stavovi — leme.

Lema 1. Neka je $f(x) \in L_p$ $(1 < p < \infty)$ i neka je

$$f(x) \sim \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \cos \nu x \text{ gde je } a_1 \geq a_2 \geq \ldots \geq a_\nu \geq a_{\nu+1} \ldots \geq 0.$$

Tada važe nejednakosti

$$E_n(f)_p \leq A_1 \{a_n n^{1-\frac{1}{p}} + = [\sum_{\nu=n+2}^{\infty} a_\nu^p \, \nu^{p-2}]^{\frac{1}{p}}\}$$

$$E_n(f) \geq A_2 \{ \sum_{\nu=2n}^{\infty} a_\nu^p \, \nu^{p-2} \}^{\frac{1}{p}}$$

gde su A_1 i A_2 pozitivne konstante nezavisne od $f(x)$ i n.

Dokaz prve nejednakosti nalazi se u [7], a dokaz druge nejednakosti u [8].

Lema 2. Neka su brojevi a_ν, b_ν i γ_ν takvi da je $a_\nu \geq 0$, $b_\nu \geq 0$ i

$$\sum_{\nu=1}^{n} a_\nu = a_n \gamma_n$$

Tada:

1. za $1 \leq p < \infty$ važi nejednakost

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \, (\sum_{\mu=\nu}^{\infty} b_\mu)^p \leq p^p \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \, (b_\nu \, \gamma_\nu)^p,$$

2. za $0 < p \leq 1$ važi nejednakost

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \, (\sum_{\mu=\nu}^{\infty} b_\mu)^p \geq p^p \sum_{\lambda=1}^{\infty} a_\nu \, (b_\nu \, \gamma_\nu)^p.$$

Dokaz leme 2 za $1 \leq p \leq \infty$ nalazi se u [2], a za $0 < p \leq 1$ dokaz je analogan.

Lema 3. Neka su brojevi a_ν, b_ν i β_ν takvi da je $a_\nu \geq 0$, $b_\nu \geq 0$ i

$$\sum_{\nu=n}^{\infty} a_\nu = a_n \beta_n$$

Tada:

1. za $1 \leq p < \infty$ važi nejednakost

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \left(\sum_{\mu=1}^{\infty} b_\mu\right)^p \geq p^p \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \left(b_\nu \beta_\nu\right)^p,$$

2. za $0 < p \leq 1$ važi nejednakost

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \left(\sum_{\mu=1}^{\nu} b_\mu\right)^p \geq p^p \sum_{\nu\mu 1}^{\infty} a_\nu \left(b_\nu \beta_\nu\right)^p.$$

Dokaz ove leme je analogan dokazom leme 2, a za $1 \leq p < \infty$ dokaz ove leme nalazi se u [4].

Lema 4. Neka su α, β i a_ν takvi brojevi da je $0 < \alpha < \beta < \infty$, $a_\nu \geq 0$. Tada važi nejednakost

$$\left(\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu^\beta\right)^{\frac{1}{\beta}} \leq \left(\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu^\alpha\right)^{\frac{1}{\alpha}}.$$

Dokaz se može videti u radu [5].

§ 2. Kažemo da periodična funkcija $f(x)$ periode 2π pripada klasi $N_p^{(r)}$ ako je

1. $f(x) \in L_p$, $1 < p < \infty$
2. θ — realan broj, $0 < \theta < \infty$
3. r — realan pozitivan broj
4. $S = \sum_{\nu=1}^{\infty} 2^{r\theta\nu} E_{2^\nu}^{\theta}(f)_p < \infty$.

Teorema 1. Potreban i dovoljan uslov da bi periodična funkcija

$$f(x) \sim \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \cos \nu x, \quad a_1 \geq a_2 \geq \ldots \geq a_\nu \geq a_{\nu+1} \geq \ldots \geq 0$$

pripada klasi $N_p^{(r)}\theta$ je

$$S_1 = \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu^\theta \, \nu^{r\theta+\theta-\frac{\theta}{p}-\nu} < \infty.$$

Dokaz: Dokažimo prvo da iz uslova teoreme sledi da je $f(x) \in L_p$ t.j. (vidi, na primer [6]):

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu^p \, \nu^{p-2} < \infty.$$

Iz uslova teoreme sledi

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu^\theta \, \nu^{\theta-\frac{\theta}{p}-1} < \infty.$$

Ako je $\theta-\frac{\theta}{p}-1\leq 0$ tada je $a_\nu^\theta\,\nu^{\theta-\frac{\theta}{p}-1}\downarrow 0$ gde je $a_\nu\downarrow 0$.

Znači da je $\nu a_\nu^\theta\,\nu^{\theta-\frac{\theta}{p}-1}=0\,(1)$

ili

$$a_\nu^\theta\,\nu^{\theta-\frac{\theta}{p}}=0\,(1).$$

Ako je $\theta-\frac{\theta}{p}-1>0$ tada iz

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu^\theta\,\nu^{\theta-\frac{\theta}{p}-1}<\infty \quad \text{i} \quad a_\nu\downarrow 0$$

sledi da je

$$a_n^\theta\sum_{\nu=1}^{\infty}\nu^{\theta-\frac{\theta}{p}-1}=0\,(1)$$

odakle imamo

$$a_n^\theta\,n^{\theta-\frac{\theta}{p}}=0\,(1).$$

Na kraju imamo

$$a_\nu^p\,\nu^{p-2}=(a\,\nu^{1-\frac{1}{p}})^{p-\theta}\,a_\nu^\theta\,\nu^{\theta-\frac{\theta}{p}-1}=0\,(1)\cdot a_\nu^\theta\,\nu^{\theta-\frac{\theta}{p}-1}$$

što znači

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu^p\,\nu^{p-2}<\infty\,.$$

Treba dokazati da važi

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} 2^{\theta r\nu}\,E_{2^\nu}^\theta(f)<\infty\,.$$

Ako primenimo lemu 1 imamo:

$$S=\sum_{\nu=0}^{\infty} 2^{\theta r\nu}\,E_{2^\nu}^\theta(f)_p\leq A_1\,\{\sum_{\nu=0}^{\infty} 2^{\theta r}\;a_{2^\nu}^\theta\,2^{\nu(\theta-\frac{\theta}{p})}+$$

$$+\sum_{\nu=0}^{\infty} 2^{\theta r\nu}\,[\sum_{\mu=2^\nu}^{\infty} a_\mu^p\,\mu^{p-2}]^{\frac{\theta}{p}}\}\leq$$

$$\leq A_1\{\sum_{\nu=0}^{\infty} a_{2^\nu}^\theta\,2^{\nu(r\theta+\theta-\frac{\theta}{p})}+\sum_{\nu=0}^{\infty} 2^{\theta r\nu}\,[\sum_{l=\nu}^{\infty}\sum_{\mu=2^l}^{2^{l+1}-1} a_\mu^p\,\mu^{p-2}]^{\frac{\theta}{p}}\}$$

$$\leq A_2\,\{\sum_{\nu=0}^{\infty} a_{2^\nu}^\theta\,2^{\nu(r\theta+\theta-\frac{\theta}{p})}+\sum_{\nu=0}^{\infty} 2^{r\theta\nu}\,(\sum_{l=\nu}^{\infty} a_{2^l}^p\,2^{l(p-l)})^{\frac{\theta}{p}}\}.$$

Znači

$$S \leq A_2 \{ \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{2^\nu}^\theta \, 2^{\nu(r\theta+\theta-\frac{\theta}{p})} + \sum_{l=0}^{\infty} 2^{r\theta\nu} \, (\sum_{l=\nu}^{\infty} a_{2^l}^p \, 2^{lp-l})^{\frac{\theta}{p}} \} \tag{1}$$

za $\frac{\theta}{p} \leq 1$, ako u (1) primenimo lemu 4 dobijamo da je

$$S \leq A_3 \{ \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{2^\nu}^\theta \, 2^{\nu(r\theta+\theta-\frac{\theta}{p})} + \sum_{\nu=0}^{\infty} 2^{r\theta\nu} \, (\sum_{l=\nu}^{\infty} a_{2^l}^\theta \, 2^{l\theta-\frac{l\theta}{p})} \} \leq$$

$$\leq A_4 \{ \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{2^\nu}^\theta \, 2^{\nu(r\theta+\theta-\frac{\theta}{p})} + \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{2^\nu}^\theta \, 2^{\nu\theta-\frac{\theta\nu}{p}} \sum_{l=0}^{\nu} 2^{r\theta l} \}$$

$$\leq A_5 \{ \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{2^\nu}^\theta \, 2^{\nu(r\theta+\theta-\frac{\theta}{p})} \} \leq A_6 \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu^\theta \, \nu^{r\theta+\theta-\frac{\theta}{p}-1}$$

za $\frac{\theta}{p} > 1$, ako u (1) primenimo lemu 2 dobijamo da je

$$S \leq A_7 \{ \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{2^\nu}^\theta \, 2^{\nu(r\theta+\theta-\frac{\theta}{p})} + \sum_{\nu=0}^{\infty} 2^{r\theta\nu} \, (a_{2^\nu}^\theta \, 2^{\nu p-\nu})^{\frac{\theta}{p}} \} \leq$$

$$\leq A_8 \{ \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{2^\nu}^\theta \, 2^{\nu(r\theta+\theta-\frac{\theta}{p})} + \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{2^\nu}^\theta \, 2^{\nu(r\theta+\theta-\frac{\theta}{p})} \} \leq$$

$$\leq A_9 \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu^\theta \, \nu^{r\theta+\theta-\frac{\theta}{p}-1} < \infty .$$

Neka je $f(x) \in N_p^{(r)}, \theta$, treba dokazati da važi

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu^\theta \, \nu^{r\theta+\theta-\frac{\theta}{p}-1} < \infty .$$

Iz leme 1 sledi:

$$S = \sum_{\nu=0}^{\infty} 2^{\nu\theta r} \, E_{2^\nu}^\theta \, (f)_p \geq C_1 \sum_{\nu=0}^{\infty} 2^{\nu\theta r} \, (\sum_{n=2^\nu+1}^{\infty} (a_n^p \, n^{p-2})^{\frac{\theta}{p}},$$

$$S \geq C_2 \sum_{\nu=0}^{\infty} 2^{\nu\theta r} \, [\sum_{n=\nu+1}^{\infty} a_{2^n}^p 2^{n(p-1)}]^{\frac{\theta}{p}}. \tag{2}$$

Za $\frac{\theta}{p} \geq 1$, ako u (2) primenimo lemu 4 dobijamo da je

$$S = \sum_{\nu=0}^{\infty} 2^{\nu\theta r} \, E_{2^\nu}^\theta \, (f)_p \geq C_3 \sum_{\nu=0}^{\infty} a_{2^\nu}^\theta \, 2^{\nu(p-1)\frac{\theta}{p}} \sum_{u-1}^{\nu} 2^{ur\theta} \geq$$

$$\geq C_4 \sum_{\nu=1}^{\infty} a_{2^\nu}^\theta \, 2^{\nu(\theta-\frac{\theta}{p})} \, 2^{\nu\theta r} \geq C_5 \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu^\theta \, \nu^{r\theta+\theta-\frac{\theta}{p}-1}$$

Za $\frac{\theta}{p}<1$, ako u (2) primenimo lemu 2 dobijamo da je

$$S\geq C_6\sum_{\nu=0}^{\infty}2^{\nu\theta r}\,a_{2^\nu}^{\theta}\,2^{\nu(\theta-\frac{\theta}{p})}\geq C_6\sum_{\nu=0}^{\infty}2^{\nu\theta r}\,a_{2^\nu}^{\theta}\,2^{\nu(\theta-\frac{\theta}{p})}=$$

$$=C_6\sum_{\nu=0}^{\infty}a_\nu^{\theta}\,2^{\nu(\theta r+\theta-\frac{\theta}{p})}\geq C_7\sum_{\nu=0}^{\infty}a_\nu^{\theta}\,\nu^{r\theta+\theta-\frac{\theta}{p}-s}.$$

Teorema 2. Da bi periodična funkcija

$$f(x)\sim\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu\cos 2^\nu x,\qquad a_\nu\geq 0,$$

pripadala klasi $N_p^{(r)}\ \theta$, potrebno i dovoljno je da njeni Fourierovi koeficijenti zadovoljavaju uslov

$$\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu^{\theta}\,2^{\nu r\theta}<\infty.$$

Dokaz: Dovoljan uslov dokazuje se analogno kao u Teoremi 1.

Dokazujemo potreban uslov, t.j. ako $f(x)\in N_p^{(r)}\ \theta$ tada

$$\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu^{\theta}\,2^{\nu r\theta}<\infty.$$

Postoji realan broj ν takav da je $2^\nu\leq n<2^{\nu+1}$. Pošto je red lakunaran važi

$$S_n(x,f)=S_{2^\nu}(x,f)$$

Ako primenimo Zygmund-ovu teoremu [9], str. 345) dobijamo da je

$$\|f(x)-S_n(x,f)\|_p\geq D_1\Big(\sum_{\nu=n+1}^{\infty}a_\nu^2\Big)^{\frac{1}{2}},$$

Znači

$$\sum_{\nu=0}^{\infty}2^{r\theta\nu}\,E_{2^\nu}^{\theta}(f)_p\geq D_2\Big(\sum_{\nu=0}^{\infty}2^{r\theta\nu}\Big(\sum_{\nu=n+1}^{\infty}a_\nu^2\Big)^{\frac{\theta}{p}}.$$

Dalje rasudivanje sledi kao kod teoreme 1, t.j. za $\theta\geq 2$ primenjujemo lemu 4, a za $\theta<2$ lemu 2.

Posledica 1. Ako u teoremi 1 zamenimo $r=\frac{\gamma}{2}$, gde $\gamma>0$ i $p=\theta=2$, tada dobijamo klasu $N_{2,2}^{(\frac{\gamma}{2})}$ tada ova teorema je analogna teoremi 6, u redu [3].

Posledica 2. Za $r=\frac{1}{2}$, $p=2$, $\theta=1$ dobijamo klasu $N_{2,1}^{(\frac{1}{2})}$, tada periodična funkcija

$$f(x)\sim\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \cos \nu x, \quad a_\nu \downarrow 0.$$

koja pripada klasi $N_{2,1}^{(\frac{1}{2})}$ je neprekidna funkcija.

ЛИТЕРАТУРА

[1]. М.К. Потапов и М. Бериша — *Модул їладкості и коффициэнтьı Фурье йериодических функций одного йеременого.* — Publikutiones de inst. mat Београд, 26 (40), 1979

[2]. М.К. Потапов — *Об одной теореме вложения.* — Матхематика (clui), 14 (37), 1972

[3]. Е.С. Смаилов — *Теоремьı вложения для функционалиых йространств с ортоїоналиым базисом — Теоремьı вложения и их йриложения*, 145—148 „НАУКА" Казахской ССР АЛМА-АТА, 1976.

[4]. Uber verschiedene konvergenzarten trigonometricher Reihen III (Bendingungen in der metrik von L_p) Acta Seient. Math. V. 27 N=3—4, 1966

[5]. Б.Г. Хадри, Д.Е. Литтлвуд и Г. Полия — *Неравенства*, Москва, 1948.

[6]. Н.К. Бари — *Тригонометрические ряды* — Москва 1961

[7]. А.А. Конюшков — *Наилучшие йриближения тригонометрическими йолиномами и коэффициенты фурье.* — Мат. сборник Т. 44 86 1958.

[8]. А.А. Конюшков — *Наилучшие йриближения Фри йреобразовании коэффициентов йурье методом средних арифметических и о рядах йурье с неотрицательными коэффициентоми*, Сибирски Мат. журнал Ф. 1962.

[9]. А. Зигмунд — *Тригонометрические ряды.* — Москва 1965.

ОЦЕНКА, С ПОМОЩЬЮ НАИЛУШЧИХ ПРИБЛИЖЕНИЙ, КОЭФФИЦИЕНТОВ ,ФУРЬЕ ФУНКЦИЙ КЛАССА $N_p^{(n)}\theta$

Февзи Х. *Бериша*

Резюме

В этой работе докажем достаточны и необходимые условия которым удовлетворяют коэффициенты фурье чётных функций

$$f(x)\sim\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \cos \nu x, \quad a_\nu \to 0$$

чтобы она принадлежала классу $N_{p,0}^{(r)}$. Отметим, что в этой работе доказательства этих теореми различаются от доказательства теорем в работе [1], птотому что в работе [1] это доказано с помошю модуля гладкости, а в этой работе с помошю наилучшего приближения.

VLERËSIMI, ME ANË TË PËRAFRIMIT MË TË MIRË, I KOEFICIENTËVE FOURIE NGA KLASA $N_p^{(r)}\,\theta$

F. H. Berisha

Rezime

Në këtë punim janë vërtetuar konditat e nevojshme dhe të mjaftueshme të cilat i plotësojnë koeficientët Fourie në mënyrë që funkcioni çift

$$f(x) \sim \sum_{\mu=1}^{\infty} a_\nu \cos \upsilon x,\ a_\nu \downarrow 0$$

ti takoje klasës $N_p^{(r)}\,\theta$. Vertetimet janë bërë me anë të përafrimit më të mirë.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbofnik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (27 — 32)

DISA REZULTATE NË LIDHJE ME KOEFICIENTET FOURIE TË FUNKSIONEVE NGA KLASAT E BESOVIT

Muharrem Berisha dhe Fevzi Berisha

HYRJE

Në punimin [1] janë dhënë konditat e nevojshme dhe të mjaftueshme të cilat duhet plotësuar koeficientët Fourie të një funkcioni çift:

$$f(x) \sim \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx$$

ku koeficientët a_k janë monoton d.m.th $a_k \downarrow 0$, në mënyrë që funksioni $f(x)$ të jetë nga klasa e funksioneve të Besovit $B_p^r\theta$. Në punimin [2] është shqyrtuar rasti i përgjithshëm

$$f(x) \sim \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{ikx}$$

dhe janë dhënë konditat e mjaftueshme (teorema 1 dhe teorema 2) si dhe konditat e nevojshme (teorema 3 dhe teorema 4) në mënyrë që funksioni $f(x)$ të jetë nga klasa e funksioneve të Besovit $B_p^r\theta$.

Në punimin [3] sikurse në punimin [1] shqyrtohet rasti kur funksioni $f(x)$ është funksion çift e njëherit koeficientët e tij Fourie janë monotono zvogëlues, d.m.th.

$$f(x) \sim \sum_{k=i}^{\infty} a_k \cos kx, \text{ ku } a_k \downarrow 0$$

Por, në këtë rast vërtetimi i këtyre pohimeve dallohet rrënjësisht nga vërtetimet në [1], sepse në [3] shfrytëzohen përafrimet më të mira e jo modulet e lëmueshmërisë.

Në këtë artikull do të paraqesim disa rezultate që japin vlerësime për secilin koeficient Fourie të funksionit $f(x)$ nga klasa $B_p^r\theta$, për dallim nga rezultatet e deritashme të cilat janë paraqitë në trajtë shumash.

Shihet çartë se këto rezultate janë rrjedhime të drejtëpërdrejta të pohimeve të mëparshme të vërtetuara në punimet [2] dhe [3].

§ 1. Shkruajmë se funksioni $f(x)\in L_p$, në qoftë se funksioni periodik $f(x)$ me periodë 2π plotëson konditat:

1) Për $1\leq p<\infty$ është i matshëm dhe

$$||f||_p=\left(\int_0^{2\pi}|f(x)|^p\,dx\right)^{\frac{1}{p}}<\infty.$$

2) Për $p=\infty$ është i vazhdueshëm dhe

$$||f|| =||f||_c =\max|f(x)|.$$

Me $\omega_k(f,t)_p$ shenojmë modulin e lëmueshmërisë të rendit të k-të për funsionin $f(x)$ në metrikën L_p, d.m.th.

$$\omega_k(f,t)_p=\sup_{|h|\leq t}||\Delta_h^k f(x)||_p,$$

ku

$$\Delta_h^k f(x)=\sum_{\nu=0}^{k}(-1)^{k-\nu}\binom{k}{\nu}f(x+\nu h).$$

Serinë Fourie të funksionit $f(x)$ do t'a shkruajmë në formë komplekse:

$$f(x)\sim\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{ikx}$$

ku

$$C_k=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}f(t)e^{-ikt}dt,$$

ndërsa shumën e pjesëshme të serisë Fourie të funksionit $f(x)$ do t'a shenojmë me $S_n(x,f)$, d.m.th.

$$S_n(x,f)=\sum_{k=-n}^{n}C_k e^{ikx}$$

Me $E_n(f)_p$ do të shenojmë përafrimin më të mirë të funksionit $f(x)$ në metrikën L_p, me polinome trigonometrike të rendti jo më të lartë se n, d.m.th.

$$E_n(f)_p=\inf_{T_n}||f(x)-T_n(x)||_p$$

ku

$$T_n(x)=\sum_{k=0}^{n}(\alpha_k\cos kx+\beta_k\sin kx),$$

koeficientët α_k dhe β_k janë numra realë. Themi se funksioni $f(x)$ me periodë 2π i takon klasës së funksioneve $B_p^r\theta$ në qoftë se:

1. $f(x)\in L_p$ për p të fiksuar nga intervali $1\leq p\leq\infty$

2. θ — numër i fiksuar nga intervali $0<\theta<\infty$

3. r — numër pozitiv i fiksuar.

4. $\int_0^1 t^{-r\theta-1}\ \omega_k^{\theta}(f,t)_p\,dt<>\infty,\ k>r.$

Lema 1. (Shih. [2], faqe 76). Që funksioni

$$f(x)\sim\sum_{k=-\infty}^{\infty}c_k e^{ikx}$$

të jetë nga klasa $B_p^r\theta$ për $2\leq p<\infty$, është e mjaftueshme që koeficientët e tij Fourie të plotësojnë konditat:

$$\text{për } \theta\geq p\colon \sum_{|k|=1}^{\infty}|C_k|^{\theta}\,|k|^{r\theta+\theta-\frac{\theta}{p}-1}<\infty \tag{1}$$

$$\text{për } \theta\leq p\ \sum_{|k|=1}^{\infty}|C_k|^{\theta}\,|k|^{r\theta+\theta-\frac{2\theta}{p}}<\infty \tag{2}$$

Lema 2. (Shih [2], faqe 77). Që funksioni

$$f(x)\sim\sum_{k=-\infty}^{\infty}c_k e^{ikx}$$

të jetë nga klasa $B_p^r\theta$ për $1\leq p\leq 2$, është e mjaftueshme që koeficientët e tij Fourie të plotësojnë konditat:

$$\text{për } \theta\geq 2\colon \sum_{|k|=1}^{\infty}|C_k|^{\theta}\,|k|^{r\theta+\frac{\theta}{2}-1}<\infty \tag{3}$$

$$\text{për } \theta\leq 2\colon \sum_{|k|=1}^{\infty}|C_k|^{\theta}\,|k|^{r\theta}<\infty \tag{4}$$

Lema 3. (Shihf [2] faqe 78). Në qoftë se funksioni

$$f(x)\sim\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{ikx}$$

i takon klasës $B_p^r\theta$, për $2\leq p<\infty$, atëherë koeficientët e tij Fourie është e nevojshme të plotësojnë konditat:

për $\theta\geq 2$: konditën (4)

për $\theta\leq 2$: konditën (3).

Lema 4. (Shih [2], faqe 79). Në qoftë se funksioni

$$f(x)\sim\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{ikx}$$

i takon klasës $B_p^r\theta$ për $1\leq p\leq 2$, atëherë koeficientët e tij Fourie është e nevojshme të plotësojnë konditat:

për $\theta\leq p$: konditën (1)

për $\theta\geq p$: konditën (2)

§ 2. Le të jetë $\varphi(k)$ një funksion i tillë që plotëson konditën:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k\varphi(k)}<\infty,$$

atëherë mund të konstatohet se rrjedhime të drejtëpërdrejta të lemave të sipërme, respektivisht lemës 1, lemës 2, lemës 3 dhe lemës 4 do të jenë këto rrjedhime:

Rrjedhim 1. Që funksioni

$$f(x)\sim\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{ikx}$$

të jetë nga klasa $B_p^r\theta$ për $2\leq p<\infty$ është e mjaftueshme që koeficientët e tij Fourie të plotësojnë konditat:

$$\text{për } \theta\geq p\text{: } |C_k|\leq\frac{M_1}{|k|^{r+1-\frac{1}{p}}\varphi^{\frac{1}{\theta}}(|k|)},$$

$$\text{për } \theta\leq p\text{: } |c_k|\leq\frac{M_2}{|k|^{r+1-\frac{2}{p}+\frac{1}{p}}\varphi^{\frac{1}{\theta}}(|k|)}.$$

Rrjedhim 2. Që funksioni

$$f(x)\sim\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{ikx}$$

të jetë nga klasa $B_p^r\theta$ për $1\leq p\leq 2$ është e mjaftueshme që koeficientët e tij Fourie të plotësojnë konditat:

$$\text{për } \theta\geq 2\text{: } |C_k|\leq\frac{M_3}{|k|^{r+\frac{1}{2}}\varphi^{\frac{1}{\theta}}(|k|)},$$

$$\text{për } \theta\leq 2\text{: } |C_k|\leq\frac{M_4}{|k|^{r+\frac{1}{\theta}}\varphi^{\frac{1}{\theta}}(|k|)}.$$

Rrjedhim 3. Në qoftë se funksioni

$$f(x)\sim\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{ikx}$$

i takon klasës $B_p^r\theta$, për $2\leq p<\infty$, atëherë koeficientët e tij Fourie është e nevojshme të plotësojnë konditat:

$$\text{për } \theta\leq 2\text{: } |C_k|\leq\frac{M_5}{|k|^r}$$

$$\text{për } \theta\geq 2\text{: } |C_k|\leq\frac{M_6}{|k|^{r+\frac{1}{2}+\frac{1}{\theta}}}$$

Rrjedhim 4. Në qoftë se funksioni

$$f(x)\sim\sum_{k=-\infty}^{\infty}C_k e^{ikx}$$

i takon klasës $B_p^r\theta$, për $1\leq p\leq 2$, atëherë koeficientët e tij Fourie është e nevojshme të plotësojnë konditat:

$$\text{për } \theta\leq p\text{: } |C_k|\leq\frac{M_7}{|k|^{r+1-\frac{1}{p}-\frac{1}{\theta}}}$$

$$\text{për } \theta\geq p\text{: } |C_k|\leq\frac{M_8}{|k|^{r+1-\frac{2}{p}}}.$$

LITERATURA

[1]. M. K. Potapov i M. Berisha — *Moduli glatkosti i koeficienti Fourie periodiçeskih funkcij odnovo peremenovo*. Pub. Inst. Math. 26 (40), 1979, Beograd.

[2]. M. Berisha — *Vlerësimi i koeficientëve Fourie të funksioneve nga klasa* $B_p^r\theta$. Kërkime, Akad. Shken. dhe art. të Kosovës, lib. 1, faqe 73–80, 1980, Prishtinë.

[3]. M. Berisha — *Mbi koeficientët Fourie monoton të funksionit çift nga klasa e funksioneve* $B_p^r\theta$. Kërkime, Akad. Shken. dhe art. të Kosovës, lib. 2, faqe 37–44, 1983, Prishtinë.

NEKI REZULTATI FOURIER-ovih KOEFICIJENATA FUNKCIJA IZ BESOV-ih KLASA

Muharrem Berisha i *Fevzi Berisha*

Sadržaj

U ovom radu su dati potrebni i dovoljni uslovi, koji se odnose na jedan koeficijenat za razliku od raniji datih rezultata koje se odnose na sume, koje zadovoljavaju Fourier-ovih koeficijenti da bi funkcija bila iz Besov-ih klasa tipa $B_p^r\theta$.

НЕКОТОРИЕ РЕЗУЛТАТИ КОЭФФИЦИЕНТАХ ФУРЬЕ ФУНКЦИИ ПРИНАДЛЕЖАШИХ КЛАССАМ БЕСОВА

Резиюе

В этой работе вѣяцняются необходѣмие и достаточнѣе условия которѣе удовлетворяет один коэффициент, чтобѣ функция принадлежала классам Бесова типа $B_p^{\alpha}0$

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (33 — 37)

VLERËSIMI I KOEFICIENTËVE FOURIE TË SERIVE LAKUNARE NGA KLASA E FUNKSIONEVE H_p^ω

M. Berisha dhe R. Kastrati

Në punimin [1] janë dhënë konditat e nevojshme dhe të mjaftueshme që funksioni

$$f(x)\sim \sum_{k=1}^{\infty} b_n \cos nx$$

me periodë 2π dhe koeficientë:

$$b_n=\begin{cases} a_m>0, & \text{për } n=2^m \\ 0, & \text{për } n\neq 2^m \end{cases}$$

m-numër natyral, të jetë nga klasa H_p^ω $(1<p<\infty)$.

Në këtë punim gjithashtu do të shqyrtohen funksionet e dhëna me seri lakunare por, në këtë rast rezultati i dhënë në teoremën 1 vërtetohet me ndihmen e përafrimeve më të mira, ndërsa në teoremën 2 konditat e nevojshme dhe të mjaftueshme jipen vetëm me një koeficientë.

§ 1. Shkruajmë se $f(x)\in L_p$ në qoftë se funksioni periodik $f(x)$ me periodë 2π plotëson konditat

1. Për $1\leq p<\infty$ është i matëshëm dhe

$$||f||_p=\left(\int_0^{2\pi}|f(x)|^p dx\right)^{1/p}<\infty$$

2. Për $p=\infty$ është i vazhdueshëm dhe

$$||f||^\infty=||f||_c=\max_x|f(x)|.$$

Themi se funksioni i matëshëm periodik $f(x)$, me periodë 2π i takon klasës së funksioneve H_p^ω $(1\leq p<\infty)$ në qoftë se:

1. $f(x)\in L_p$

2. $\omega(f,t)_p\leq C_1\omega(t)$

ku $\omega(t)$ është moduli i vazhdueshmërisë.

Serinë lakunare të funksionit $f(x)$ e shkruajmë në trajtë

$$f(x)\sim\sum_{k=2}^{\infty}a_k\cos 2^k x.$$

Shumën parcijale të serisë Fourie të funksionit $f(x)$ do ta shenojmë me $S_n(x,f)$,

ku
$$S_n(x,f)=\sum_{k=1}^{\infty}b_k\cos kx.$$

Shenojmë me $E_n(f)_p$ përafrimin më të mirë të funksionit $f(x)$ me polinome trigonometrike të rendit jo më të lartë se n, d.m.th

$$E_n(f)_p=\inf_{T_n}\|f(x)-T_n(x)\|_p$$

ku
$$T_n(x)=\sum_{k=0}^{n}(\alpha_k\cos kx+\beta_k\sin kx),$$

koeficientët α_k dhe β_k janë numra realë.

Për të vërtetuar rezultatet kryesore në këtë punim, janë të nevojshme këto pohime:

Lema 1. ([2], faqe 345). Le të jetë

$$n_{k+1}/n_k\geq q>1$$

për çdo k dhe le të jetë seria

$$\sum_{k=1}^{\infty}(a_k^2+b_k^2)$$

konvergjente në mënyrë që seria

$$\sum_{k=1}^{\infty}(a_k\cos n_kx+b_k\sin n_kx)$$

të jetë seri Fourie e funksionit $f(x)$. Atëherë

$$A_{p,q}\{\sum_{k=1}^{\infty}(a_k^2+b_k^2)\}^{1/2}\leq\|f\|_p\leq B_{p,q}\{\sum_{k=1}^{\infty}(a_k^2+b_k^2)\}^{1/2}$$

për çdo $p>0$ ku konstantët $A_{p,q}$ dhe B_p q varën vetëm nga p dhe q.

Lema 2. Le të jetë $\varphi(\delta)$ funksion i cili plotëson konditën

$$(*) \qquad \delta^k \int_0^1 \frac{\varphi(t)}{t^{k+1}} dt \leq A_1 \varphi(\delta),$$

atëherë që funksioni periodik

$$f(x) \sim \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{ikx}$$

të jetë nga klasa H_p^{ω} $(1 \leq p < \infty)$ konditë e nevojshme dhe e mjaftueshme është

$$E_n(f)_p \leq A_2 \omega\left(\frac{1}{n+1}\right)$$

Vërtetimi mund të shihet në [3].

2. Teorema 1. Që funksioni periodik

$$f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} bn \cos nx,$$

me periodë 2π dhe koeficientë

$$b_n = \begin{cases} a_m > 0 & \text{për } n = 2_n \\ 0 & \text{për } n \neq 2_n \end{cases}$$

m-numër natyral, të jetë nga klasa H_p^{ω} $(1 < p < \infty)$ është e nevojshme dhe e mjaftueshme që koeficientët e tij Fourie të plotësojnë konditen

$$(1) \qquad \left(\sum_{k=n+1}^{\infty} a_k^2\right)^{1/2} \leq C_2 \omega\left(\frac{1}{n+1}\right).$$

Vërtetim. Në bazë të lemës 1 për $1 < p < \infty$ do të jetë

$$(2) \qquad C_3 \left(\sum_{k=1}^{\infty} a_k^2\right)^{1/2} \leq \|f(x)\|_p \leq C_4 \left(\sum_{k=1}^{\infty} a_k^2\right)^{1/2}.$$

Në qoftë se $2^m \leq n < 2^{m+1}$ për m-numër natyral, atëherë është e qartë se

$$(3) \qquad E_n(f)_p \leq \|f(x) - s_{2n}(x)\|_p$$

Le të plotësohet kondita (1), atëherë në bazë të anës së djathtë të mosbarazimit (1), mosbarazimit (3) dhe lemës 2 do të përfundohet se $f(x) \in H_p^{\omega}$.

Të vërtetojmë konditen e nevojshme:

Le të jetë $f(x) \in H_p^{\omega}$, $(1 < p < \infty)$, do të thotë në bazë të lemës 2 vlen mosbarazimi:

$$E_n(f)_p \leq C_5 \omega\left(\frac{1}{n+1}\right)$$

meqë

$$\|f(x) - s_n(x)\|_p \leq C_6 E_n(f)_p$$

atëherë kur

$$2^{m-1} \leq n \leq 2^m$$

m-numër natyral:

$$||f(x) - s_{2n}(x)||_p \leq C_7 E_n(f)_p$$

Në bazë të anës së majtë të mosbarazimit (2) dhe lemës 2 do të jetë:

$$\left(\sum_{k=n+1}^{\infty} a_k^2 \right)^{1/2} < C_8 \omega \left(\frac{1}{n+1} \right).$$

Si rrjedhim i drjtëpërdrejtë i teoremës 1 do të jetë:

Teorema 2. Le të jetë $\varphi(t)$ funksion i cili plotëson konditat (*) dhe

$$(**) \qquad \int_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi(t)}{t} dt \leq C_9 \varphi(\delta)$$

atëherë që funksioni periodik

$$f(x) \sim \sum_{n=1}^{\infty} bn \cos nx$$

me periodë 2π dhe koeficientë:

$$b_n = \begin{cases} a_m > 0 & \text{për } n = 2^m \\ 0 & \text{për } n \neq 2^m, \ (m - \text{numër natyral}) \end{cases}$$

të jetë nga klasa H_p^{ω} $(1 < p < \infty)$ është e nevojshme dhe e mjaftueshme që koeficientët e tij Fourie të plotësojnë konditën

$$a_k \leq C_{10} \omega \left(\frac{1}{n} \right) / n^{1/2}.$$

Se teorema 2 është rrjedhim i drejtëpërdrejtë i teoremës 1 shihet nga [4].

LITERATURA

[1]. Muharrem Berisha dhe Ruzhdi Kastrati, *Mbi modulet e vazhdueshmërisë dhe koeficientët fourie të serive lakunare në klasat* H_p^{ω}. Bul. pun. shkenc. i FSHMN—Prishtinë VIII 1982, (19–27)

[2]. A. Zygmund, *Trigonometrićeskie rjadi*, Moska 1965.

[3]. M. Berisha, *Procena, pomoću najbolje aproksimacije*, Fourier-ovih koeficijenata funkcija klase $H(p, k, \varphi)$. *Matematički vesnik*, 4 (17 (32), Beograd 1980.

[4]. M. Berisha, *O kofficientah fourie periodičeskih funkcij, prinadležaščih* (p, k, φ) — *Klasam nikolskovo*, Publicastions inst. Math., Tome (32) (46), Beograd.

PROCENA FOURIER-ovih KOEFICIJENATA LAKUNARNOG REDA IZ KLASE FUNKCIJA H_p^ω

M. Berisha i *R. Kastrati*

Sadržaj

U ovom radu su dati potrebni i dovoljni uslovi koje zadovoljavaju Fourier-ovi koeficijenti lakunarnog reda funkcije tipa H_p^ω iz klase Nikolskog.

ОЦЕНКА КОЭФФИЦИЕНТАХ ФУРЬЕ ЛАКУНАРНОЬО РЯДА ПРИНАДЛЕЖАЩИХ КЛАССАМ H_p^ω

М. Бериша и Р. Кастрати

Резюме

В этой работе доказаны достаточние и необходимие условия которие удовлетворяют коэффициенты фурье, чтобы функция с лакунарным рядом принадлежала классам типа H_p^ω из классам Николского.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (39 — 45)

PËRSHKRIMI I KUAZI-RELACIONEVE TË DREJTA ME NDIHMËN E MUTACIONEVE TË DREJTA

Minir Efendia

1. HYRJE

Në punim përkufizohen kuazi-relacionet e drejta me ndihmën e mutacioneve të drejta si dhe jepet lidhja në mes të përkufizimit me rrjetat fundamentale ([5)] e përkufizimit të ri. Më në fund, tregohet ekuivalenca me përkufizimin e Borsukut [4] në rastin e hapësirave kompakte.

2. NOCIONET QË DUHET NJOHUR

Thuhet se funksioni $f:X\to Y$, ku X e Y janë hapësira topologjike, është i *drejtë* në qoftë se $f^{-1}(C)$ është nënbashkësi kompakte e X për çdo nënbashkësi kompakte C të Y. Thuhet se f e g janë funksione të drejta *homotope* (shenohet: $f\overset{p}{\simeq}g$) [të drejta hootope në V ($f\overset{p}{\simeq}g$ në V)] nëse ekziston funksioni i drejtë $H:X\times I\to Y$ [$H:X\times I\to V$] ashtu që $H(x,0)=f(x)$ e $H(x,1)=g(x)$ për çdo $x\in X$.

Me H shenojmë kubin e Hilbertit, ndërsa me K hapësirën $H\text{-}\{p\}$, ku $p\in H$. Le të jenë M e N nënbashkësi të mbyllura të hapësirave lokalisht kompakte P përkatësisht Q dhe le të jenë U, V rrethinat e mbyllura të M e N, përkatësisht, Çiftin (U, V) e quajmë *rrethinë e mbyllur* e (M, N) në (P, Q). Me $\mathcal{U}(X, P)$ shenoj ë sistemin kofinal të ANR rrethinave të mbyllura i cili ekziston sipas [1].

Le të jenë X dhe Y nënbashkësi të K. Thuhet se X është *drejtësisht kuazi i dominuar* me Y në K (shenohet: $X\overset{p}{\leq}Y$ në K) në qoftë se për çdo rrethinë të mbyllur U të X në K ekzistojnë rrjetat e drejta fundamentale ([2]) $\underline{f}:X\to Y$ dhe $\underline{g}:Y\to X$ ashtu që $\underline{gf}\overset{pU}{\simeq}\underline{id_X}$, ku $\underline{id_X}$ është rrjeta e drejtë fundamentale e gjeneruar me identitetën në X. Në qoftë se $X\overset{q}{\underset{p}{\leq}}Y$ në K dhe $Y\overset{q}{\underset{p}{\leq}}X$

në K atëhere thuhet se X dhe Y janë *drejtësisht kuazi-afine* (shenohet $X \overset{q}{\underset{p}{\leftrightarrow}} Y$ në K, K). Më tej, nëse për çdo rrethinë të mbyllur (U, V) të (X, Y) në (K, K) ekzistojnë rrjetat e drejta fundamentale $f: X \to Y$ dhe $g: Y \to X$ ashtu që $g \cdot f \underset{pU}{\simeq} id_X$ dhe $f \cdot g \underset{pV}{\simeq} id_Y$ atëhere thuhet se X dhe Y janë *drejtësisht kuazi-ekuivalent* në K, K (shenohet $X \overset{q}{\underset{p}{\simeq}} Y$ në K, K).

3. PERSGKRIMI I KUAZI-RELACIONEVE TË DREJTA ME NGIHMËN E MUTACIONEVE TË DREJTA

Përkufizimi 3.1. Për mutacionet e drejta $f, g: \mathcal{U}(X, P) \to \mathcal{U}(Y, Q)$ thuhet se janë *drejtësisht V-homotope*, ku $V \in \mathcal{U}(Y, Q)$ (shenohet: $f \underset{pV}{\simeq} g$) në qoftë se për çdo $f \in f$ dhe $g \in g$, ku $f, g: U \to V$, $U \in \mathcal{U}(X, P)$, ekzistion $U' \in \mathcal{U}(X, P)$, ashtu që $U' \subset U$ dhe $f \mid U' \underset{p}{\simeq} g \mid U'$ në V.

Përkufizimi 3.2. Thuhet se X është *drejtësisht kuazi i dominuar* me Y në P, Q (shenonet me: $X \overset{q}{\underset{p}{\leq}} Y$ në P, Q), nëse për çdo $U \in \mathcal{U}(X, P)$ ekzistojnë mutacionet e drejta:

$$f: \mathcal{U}(X, P) \to \mathcal{U}(Y, Q),\ g: \mathcal{U}(Y, Q) \to \mathcal{U}(X, P), \qquad (*)$$

ashtu që të vlejë $g \cdot f \underset{pU}{\simeq} id_{X,P}$. Më tej, thuhet se X dhe Y janë *drejtësisht kuazi-afine* në P, Q (shenohet me: $X \overset{q}{\underset{p}{\leftrightarrow}} Y$ në P, Q) nëse është $X \overset{q}{\underset{p}{\leq}} Y$ në P, Q dhe $Y \overset{q}{\underset{p}{\leq}} X$ në P, Q. Më në fund, thuhet se X dhe Y janë *drejtësisht kuazi-ekuivalente* në P, Q (shenohet me: $X \overset{q}{\underset{p}{\simeq}} Y$ në P, Q), nëse për çdo çift rrethinash (U, V), $U \in \mathcal{U}(X, P)$, $Y \in \mathcal{U}(Y, Q)$, ekzistojnë mutacionet e drejta (*), ashtu që të vlejë $g \cdot f \underset{pU}{\simeq} id_{X,P}$ dhe $f \cdot g \underset{pV}{\simeq} id_{Y,Q}$.

Vërejtje. Pa ndonjë vështërsi tregohet se vlejnë vetitë e dhëna në pikën 3. si dhe teoremat 3.10, 3.16, 3.19 e 4.1. të [5] kur në vend të përkufizimit të kuazi-relacioneve me rrjetat e drejta fundamentale merret Përkufizimi 3.2.

Kalojmë në rezultatin kryesor të punimit.

Teorema 3.1. Le të jenë X dhe Y hapësira metrike lokalisht kompakte. Atëhere nga $X \overset{q}{\underset{p}{\leq}} Y$ ($X \overset{q}{\underset{p}{\leftrightarrow}} Y$, $X \overset{q}{\underset{p}{\simeq}} Y$), në kuptimin e përkufizimit të kuazi-relacioneve me rrjetat e drejta fundamentale, marrim $X \overset{q}{\underset{p}{\leq}} Y$ ($X \overset{q}{\underset{p}{\leftrightarrow}} Y$, $X \overset{q}{\underset{p}{\simeq}} X$) në kuptimin e Përkufizimit 3.2.

Vërtetimi. Së pari supozojmë se hapësirat X dhe Y janë separabile. Le të jetë $X \underset{p}{\overset{q}{\leq}} Y$ në kuptimin e përkufizimit të kuazi-relacioneve të drejta me rrjetat e drejta fundamentale ([5]) dhe le të jetë U cilado rrethinë e mbyllur e X në K. Pa prishur përgjithësimin mund të supozojmë se $U \in \mathcal{U}(X, K)$. Atëhere në veçanti kemi $X \underset{pU}{\leq} Y$, prandaj ekzistojnë rrjetat e drejta fundamentale $\underline{f}=\{f_\lambda, X, Y\}$ dhe $\underline{g}=\{g_\delta, Y, X\}$, ashtu që të vlejë:

$$\underline{g} \cdot \underline{f} \underset{pU}{\simeq} \underline{id}_{X,K}. \tag{1}$$

Me qenë se $\underline{f}$ është rrjetë e drejtë fundamentale nga X në Y, për çdo $V \in \mathcal{U}(Y, K)$ ekziston $U_V \in \mathcal{U}(X, K)$ dhe indeksi $\lambda_V \in \Lambda$, ashtu që për λ_1, $\lambda_2 \geq \lambda_V$, $\lambda_1, \lambda_2 \in \Lambda$ vlenë $f_{\lambda_1}|U_V \underset{r}{\simeq} f_{\lambda_2}|U_V$ në V. Ngjashëm, meqë $\underline{g}$ është rrjetë e drejtë fundamentale, për çdo $U \in \mathcal{U}(X, K)$ ekziston $V_U \in \mathcal{U}(Y, K)$ dhe indeksi $\delta_U \in \Delta$, ashtu që për $\delta_1, \delta_2 \geq \delta_U, \delta_1, \delta_2 \in \Delta$, vlenë

$$g_{\delta_1}|V_U \underset{p}{\simeq} g_{\delta_2}|V_U \text{ në } U.$$

Me $\underline{f}$ shenojmë familjen e të gjitha funksioneve $f: U' \to V'$, $U' \in \mathcal{U}(X, K)$ $V' \in \mathcal{U}(Y, K)$, ashtu që ekziston $V \in \mathcal{U}(Y, K)$, $\lambda_V \in \Lambda$, $V \subset V'$, si dhe $U' \subset U_V$, ashtu që për $\lambda \geq \lambda_V$ vlenë $f(x)=f_\lambda(x)$ për çdo $x \in U'$. Le të jetë $\underline{g}$ familja e të gjitha funksioneve $g: V' \to U'$, $V' \in \mathcal{U}(Y, K)$, $U' \in \mathcal{U}(X, K)$, ashtu që ekziston $U \in \mathcal{U}(X, K)$, $\delta_U \in \Delta$, $U \subset U'$, *pastaj* $V' \subset V_U$, ashtu që për $\delta > \delta_U$ vlenë $g(y)= =g_\delta(y)$ për çdo $y \in V'$. Eshtë e qartë se çdo funksion nga $\underline{f}$ është i drejtë dhe çdo $V \in \mathcal{U}(Y, K)$ është kodomenë e ndonjë funksioni nga $\underline{f}$ si dhe vlenë kondita e dytë e përkufizimit të mutacinit të drejtë ([1]). Mbetet të tregohet se vlenë edhe kondita e tretë e përkufizimit të mutacionit të drejtë. Këte nuk do ta bëjmë meqë vërtetimi i këtij pohimi gjendet në vërtetimin e Teoremës 7.0. nga [1]. Prandaj, $\underline{f}$ është mutacion i drejtë nga $\mathcal{U}(X, K)$ në $\mathcal{U}(Y, K)$. Ngjashëm shihet se $\underline{g}$ është mutacion i drejtë nga $\mathcal{U}(Y, K)$ në $\mathcal{U}(X, K)$.

Me qenë se g është mutacion i drejtë nga $\mathcal{U}(Y, K)$ në $\mathcal{U}(X, K)$, për rrethinën $U \in \mathcal{U}(X, K)$ ekziston $g_1 \in \underline{g}$, $g_1: V' \to U$, $V' \in \mathcal{U}(Y, K)$. Ngjashëm, meqë $\underline{f}$ është mutacion i drejtë nga $\mathcal{U}(X, K)$ në $\mathcal{U}(Y, K)$, ekziston funksioni i drejtë $f_1 \in \underline{f}$, $f_1: U_1' \to V'$, $U_1' \in \mathcal{U}(X, K)$. Atëhere kompozimi $g_1 \cdot f_1: U_1' \to U$ është funksion i drejtë dhe $g_1 f_1 \in \underline{gf}$. Me qenë se $f \in \underline{f}$, ekziston $\hat{V} \in \mathcal{U}(Y, K)$, $\lambda_1 \in \Lambda$, ashtu që $\hat{V} \subset V'$, pastaj $\hat{U}_{\hat{V}}$ $(\supset U_1')$ dhe për $\lambda_1 \geq \lambda_{\hat{V}}$ vlenë $f_{\lambda_1}(x)= =f(x)$ për $x \in U_1'$. Ngjashëm me qenë se $g_1 \in \underline{g}$, ekziston $\hat{U} \in \mathcal{U}(X, K)$, $\delta_1 \in \Delta$, $\hat{U} \subset U$, pastaj $\hat{V}_{\hat{U}}$ $(\supset V')$ ashtu që për $\delta_1 > \delta_{\hat{U}}$, kemi $g_1(y)=g_{\delta_1}(y)$ për çdo $y \in V'$.

Më tej, nga (1) rrjedhë se për rrethinën $U \in \mathcal{U}(X, K)$ ekziston rrethina e mbyllur U_0 e X në K dhe indekset $\lambda_0 \in \Lambda$, $\delta_0 \in \Delta$, ashtu që të vlejë:

$$g_{\delta_0} \cdot f_{\lambda_0} \underset{p}{\simeq} i_{v_0, v} \text{ në } V. \tag{2}$$

Pa prishur përgjithësimin mund të marrim që $U_0 \in \mathcal{U}(X, K)$, $U_0 \subset U_1'$ $\lambda_0 \geq \lambda_{\hat{V}}$ dhe $\delta_0 \geq \delta_{\hat{V}}$. Nga λ_0, $\lambda_1 \geq \lambda_V$, në bazë të përkufizimit të rrjetës së drejtë fundamentale, kemi $f_{\lambda_1}|\hat{U}_{\check{V}} \underset{p}{\simeq} f_{\lambda_0}|\hat{U}_{\hat{V}}$ në $\hat{V}$. Tashti në qoftë se marrim $f_1|U_0 = f_{\lambda_1}|U_0$, do të kemi

$$f_1|U_0 \underset{p}{\simeq} f_{\lambda_0}|U_0 \text{ në } V'. \tag{3}$$

Ngjashëm meqë δ_0, $\delta_1 \geq \delta_U$, marrim $g_{\delta_1}|\hat{V}_{\hat{U}} \underset{p}{\simeq} g_{\delta_0}|\hat{V}_{\hat{U}}$ në $\check{U}$. Këndej, meqë $V' \subset \check{V}_{\check{U}}$, dhe $\hat{U} \subset U$, duke vënë $g_1|V' = g_{\delta_1}|V'$ marrim

$$g_1|V' \underset{p}{\simeq} g_{\delta_0}|V' \text{ në } U. \tag{4}$$

Nga (3) dhe (4) marrim $g_1 f_1 = g_{\delta_0} f_{\lambda_0}|\ U_0 \underset{p}{\simeq} i_{U_0 U, U}$ në U, që don të thotë se $\underset{=pU=}{gf} \simeq i_{X,K}$. Me qenë se rrethina U u muarr në mënyrë të çfarëdoshme konstatojmë se $X \underset{p}{\overset{q}{\leq}} Y$ nëkuptimin e përkufizimit 3.2. Ngjashëm tregohen pohimet e teoremës që gjenden në kllapa.

Supozojmë tashti se hapësirat X dhe Y nuk janë separabile dhe se $X \underset{p}{\overset{q}{\leq}} Y$ në kuptimin e përkufizimit të kuazi-relacioneve me rrjetat e drejta fundamentale. Atëhere ekzistojnë dekompozimet (particionet) $\{X_\mathfrak{b} | \mathfrak{b} \in T\}$, $\{Y_\mathfrak{b} | \mathfrak{b} \in T\}$ të hapësirës X përkatësisht Y në hapësira separabile si dhe vlenë $X_\mathfrak{b} \underset{p}{\overset{q}{\leq}} Y_\mathfrak{b}$ në kuptimin e përkufizimit në fjalë (të [5]).

Për çdo $\mathfrak{b} \in T$, sipas [2, lema 3.1], ekzistojnë hapësirat lokalisht kompakte $P_\mathfrak{b}$, $Q_\mathfrak{b}$, secila homeomorfe me K, të cilat përmbajnë $X_\mathfrak{b}$ përkatësisht $Y_\mathfrak{b}$ si nënbashkësi të mbyllura. Mund të merret që të jetë $P_\mathfrak{b} \cap P_\mu = \varnothing$ dhe $Q_\mathfrak{b} \cap Q_\mu = \varnothing$ për $\mathfrak{b} \neq \mu$. Le të jenë $P = \bigoplus_{\mathfrak{b} \in T} P_\mathfrak{b}$ dhe $Q = \bigoplus_{\mathfrak{b} \in T} Q_\mathfrak{b}$ shumat disjunkte të particioneve të sipërpërmendura. Me qenë se secili $P_\mathfrak{b}$ përkatësisht $Q_\mathfrak{b} \in ANR$, atëhere P dhe Q janë ANR si dhe $\mathcal{U}(X, P)$, $\mathcal{U}(X\ Q)$ janë familjet e bashkësive të formës $\oplus\{U_\mathfrak{b} | \mathfrak{b} \in T\}$ përkatësisht $\oplus\{V_\mathfrak{b} | \mathfrak{b} \in T\}$, ku $U_\mathfrak{b} \in \mathcal{U}(X_\mathfrak{b}, P_\mathfrak{b})$, $V_\mathfrak{b} \in \mathcal{U}(Y_\mathfrak{b}, Q_\mathfrak{b})$. Nga $X_\mathfrak{b} \underset{p}{\overset{q}{\leq}} Y_\mathfrak{b}$ bë kuptimin e Përkufizimit 3.4. të [5] marrim, duke marr parasyshë pjesën e parë të vërtetimit, $X_\mathfrak{b} \underset{p}{\overset{q}{\leq}} Y_\mathfrak{b}$ në kuptimin e Përkufizimit 3.2. Këndej për çdo $U_\mathfrak{b} \in \mathcal{U}(X, P)$ ekzistojnë mutacionet e drejta $f^\mathfrak{b}: \mathcal{U}(X_\mathfrak{b}, P_\mathfrak{b}) \to \mathcal{U}(Y_\mathfrak{b}, Q_\mathfrak{b})$, $\underline{g}^\mathfrak{b}: \mathcal{U}(Y_\mathfrak{b}, Q_\mathfrak{b}) \to \mathcal{U}(X_\mathfrak{b}, P_\mathfrak{b})$ ashtu që të vlejë

$$\underline{g}^\mathfrak{b} \cdot \underline{f}^\mathfrak{b} \underset{=pU=}{\simeq} id_{X_\mathfrak{b},\ P_\mathfrak{b}}. \tag{5}$$

Le të jetë $\underline{f}$ familja e të gjitha funsioneve f të cilat janë kombinime të funksioneve $f^\mathfrak{b} \in \underline{f}$, d.m.th. të tilla që $f(x) = f^\mathfrak{b}(x)$ nëse $x \in \mathcal{D}(f^\mathfrak{b})$.

Ngjashëm le të jetë g familja e të gjitha funksioneve g të cilat janë kombinime të funksioneve $g^{\mathfrak{b}} \in g^{\mathfrak{b}}$.

Për të treguar se $f: \mathcal{U}(X, P) \to \mathcal{U}(Y, Q)$ është mutacion i drejtë duhet treguar se plotësohen të tri konditat në përkufizimin e tij ([1]).

(1) Le të jetë $V \in \mathcal{U}(Y, Q)$ cilado rrethinë e X. Tregojmë se V është kodomenë e ndonjë funksioni $f \in f$. Dijmë se V është e formës $V = \oplus V_{\mathfrak{b}}$. Me qenë se $f^{\mathfrak{b}}$ është mutacion i drejtë, $V_{\mathfrak{b}}$ është kodomenë e ndonjë funksioni $f^{\mathfrak{b}} \in f^{\mathfrak{b}}$, d.m.th. për çdo $\mathfrak{b} \in T$ ekziston $U_{\mathfrak{b}} \in \mathcal{U}(X_{\mathfrak{b}}, P_{\mathfrak{b}})$, ashtu që $f^{\mathfrak{b}}: U_{\mathfrak{b}} \to V_{\mathfrak{b}}$. Vejmë $U = \oplus U_{\mathfrak{b}}$ $(U \in \mathcal{U}(X; P))$. Le të jetë $f: U \to V$ kombinimi i funksioneve $f^{\mathfrak{b}}$. Sipas përkufizimit të familjes f kemi $f \in f$ dhe me të vërtetë V është kodomenë e ndonjë funksioni nga f.

(2) Le të jetë $f: U \to V$, $U \in \mathcal{U}(X, P)$, $V \in \mathcal{U}(Y, Q)$, d.m.th. $f: \oplus U^{\mathfrak{b}} \to \to \oplus V_{\mathfrak{b}}$. Atëhere, meqë f është kombinim i funksioneve $f^{\mathfrak{b}}: U_{\mathfrak{b}} \to V_{\mathfrak{b}}$, $U_{\mathfrak{b}} \in \mathcal{U}(X_{\mathfrak{b}}, P_{\mathfrak{b}})$ $V_{\mathfrak{b}} \in \mathcal{U}(Y_{\mathfrak{b}}, Q_{\mathfrak{b}})$, për $U'_{\mathfrak{b}} \in \mathcal{U}(X_{\mathfrak{b}}, P_{\mathfrak{b}})$, $V'_{\mathfrak{b}} \in \mathcal{U}(Y_{\mathfrak{b}}, Q_{\mathfrak{b}})$, $U'_{\mathfrak{b}} \subset U$, $V_{\mathfrak{b}} \subset V'_{\mathfrak{b}}$, funksioni $f'_{\mathfrak{b}}: U'_{\mathfrak{b}} \to V'_{\mathfrak{b}}$ është i definuar me formulën

$$f'^{\mathfrak{b}}(x) = f^{\mathfrak{b}}(x). \qquad (*)$$

Vejmë $U' = \bigoplus_{\mathfrak{b} \in T} U'_{\mathfrak{b}}$, $V' = \bigoplus_{\mathfrak{b} \in T} V'_{\mathfrak{b}}$ dhe kështu marrim rrethinat $U' \in \mathcal{U}(X, P)$ dhe $V' \in \mathcal{U}(Y, Q)$, ashtu që $U' \subset U$ dhe $V \subset V'$. Atëhere për $f': U' \to \to V$ për çdo $x \in U'$ vlenë $f'(x) = f(x)$ (sipas (*)). Pra $f' \in f$ dhe kondita (2) e përkufizimit të mutacionit të drejtë u plotësueka.

(3) Le të jenë $f_1, f_2: U \to V$, $f_1, f_2 \in f$. Atëhere sipas përkufizimit të familjes f, funksionet f_1 dhe f_2 janë kombinime të funksioneve $f_1^{\mathfrak{b}}, f_2^{\mathfrak{b}}: U_{\mathfrak{b}} \to V_{\mathfrak{b}}$. Atëhere ekszistojn $U'_{\mathfrak{b}} \in \mathcal{U}(X, P)$ ashtu që $U'_{\mathfrak{b}} \subset U_{\mathfrak{b}}$ si dhe $f_1^{\mathfrak{b}} | U' \underset{p}{\simeq} f_2^{\mathfrak{b}} | U'_{\mathfrak{b}}$. Këndej rrjedhë ekzistenca e homotopisë së drejtë $h^{\mathfrak{b}}: U'_{\mathfrak{b}} \times I \to V_{\mathfrak{b}}$, ashtu që $h_0^{\mathfrak{b}} = f_1^{\mathfrak{b}} | U'_{\mathfrak{b}}$ si dhe $h_1^{\mathfrak{b}} = f_2^{\mathfrak{b}} | U'_{\mathfrak{b}}$. Vejmë $U' = \bigoplus_{\mathfrak{b} \in T} U'_{\mathfrak{b}}$. Le të jetë $H: U' \times I \to V$ kombinim i funksioneve $h^{\mathfrak{b}}$. Meqë H është funksion i drejtë dhe meqë ai i lidhë funksionet $f_1 | U'$ dhe $f_2 | U'$, konsatojmë se edhe kondita (3) po u plotsueka.

Më këte u tregua se f mutacion i drejtë nga $\mathcal{U}(X, P)$ në $\mathcal{U}(Y, Q)$. Në mënyrë të ngjashme tregohet se $g: \mathcal{U}(Y, Q) \to \mathcal{U}(X, P)$ është mutacion i drejtë. Tashti lehtë shifet se kur $X_{\mathfrak{b}} \overset{q}{\underset{p}{\leq}} Y_{\mathfrak{b}}$, për çdo $\mathfrak{b} \in T$, në kuptimin e Perkufizimit 3.2. atëhere është $X \overset{q}{\underset{p}{\leq}} Y$ në kuptimin e të nje jëtit përkufizim.

Me këte Teorema 3.1. u vërtetua.

Vërejtje. E kundërta e Teoremës 3.1. është problem i hapur.

Teorema 3.2. Le të jenë X dhe Y nënbashkësi kompakte të ANR hapësirave metrike lokalisht kompakte P përkatësisht Q. Atëhere vlenë $X \overset{q}{\underset{p}{\leq}} Y$ $(X \overset{q}{\underset{p}{\leftrightarrow}} Y,\ X \overset{q}{\underset{p}{\leq}} Y)$ vetëm dhe vetëm nëse $X \overset{q}{\leq} Y$ $(X \overset{q}{\leftrightarrow} Y,\ X \overset{q}{\simeq} Y)$.

Së pari japim përkufizimin e modifikuar të vargut fundamental F nga X në Y.

Përkufizimi 3.3. Nëse X dhe Y janë nënbashkësi kompakte të *ANR* hapësirave metrike lokalisht kompakte P përkatësisht Q, atëhere *vargu fundamental* F nga X në Y është vargu i funksioneve $F_k: P \to Q$, $k=1, 2, \ldots$, ashtu që për çdo rrethinë V të Y ekziston rrethina U e X dhe vlenë $f_k|U \simeq F_{k+1}|U$ në V pothuajse për çdo k.

Le të jetë F cilido varg fundamental nga X në Y dhe $\underline{f}$ familja e të gjitha funksioneve $f: U \to V$, $U \in \mathcal{U}(X, P)$, $V \in \mathcal{U}(Y, Q)$, ashtu që të vlejë

$$f_k \simeq F_k|U \text{ në } V, \text{ pothuajse për çdo } k.$$

Lehtë është të provohet se $\underline{f}$ është mutacion.

Lema 3.1. Le të jenë $\underline{f}, \underline{g}: \mathcal{U}(X, P) \to \mathcal{U}(Y, Q)$ mutacione të cilat iu korespondojnë vargjeve fundamentale F përkatësisht G dhe le të jetë V cilado rrethijë e cila i përketë familjes $\mathcal{U}(Y, Q)$. Atëhere nga $\underline{f} \underset{p}{\simeq} \underline{g}$ rrjedhë $F \underset{q}{\simeq} G$.

Vërtetimi. Nga $\underline{f} \underset{q}{\simeq} \underline{g}$ rrjedhë se për çdo $f \in \underline{f}$, $g \in \underline{g}$, ku $f, g: U \to V$, ekziston $U' \subset U$, $U' \in \mathcal{U}(X, P)$, ashtu që të vlejë $f|U' \simeq g|U'$ në V. Këndej fitojmë $F_k|U' \simeq G_k|U'$ në V pothuajse për çdo k, që në të vërtetë tregon se $F \underset{p}{\simeq} G$.

Vërtetimi i Teoremës 3.2. Le të jetë $X \underset{p}{\overset{q}{\leq}} Y$. Atëhere sipas Teoremës 4.1. të [5] vlenë $X \underset{p}{\overset{q}{\leq}} Y$ në kuptimin e përkufizimit të rrjetave fundamentale. Këndej, sipas Teoremës 3.1, gjejmë $X \underset{p}{\overset{q}{\leq}} Y$ në kuptimin e Përkufizimit 3.2.

Anasjelltas, le të jetë $X \underset{p}{\overset{q}{\leq}} Y$ në kuptimin e Përkufizimit 3.2. Atëhere për çdo $U \in \mathcal{U}(X, P)$ ekzistojnë dy mutacione të drejta $\underline{f}: \mathcal{U}(X, P) \to \mathcal{U}(Y, Q)$, $\underline{g}: \mathcal{U}(Y, Q) \to \mathcal{U}(X, P)$, ashtu që

$$\underline{g} \cdot \underline{f} \underset{U}{\simeq} \underline{id}_{X,P}. \tag{6}$$

Për $\underline{f}$ dhe $\underline{g}$, sipas [6, (4.7)], ekzistojnë vargjet fundamentale $F: X \to Y$ dhe $G: Y \to X$, ashtu që mutacionet përkatëse $\underline{f}'$ përkatësisht $\underline{g}'$ kanë vetinë $\underline{f}' \simeq \underline{f}$, $\underline{g}' \simeq \underline{g}$. Atëhere është e qartë se $\underline{g}' \cdot \underline{f}' \simeq \underline{g} \cdot \underline{f}$ dhe në veçanti vlenë $\underline{g}' \cdot \underline{f}' \underset{U}{\simeq} \underline{g} \cdot \underline{f}$. Këndej dhe nga (6) gjejmë $\underline{g} \cdot \underline{f} \underset{U}{\simeq} \underline{id}_{X,P}$. Tashti nga Lema 3.1. gjejmë $G \cdot F \underset{U}{\simeq} id_{X,P}$, që tregon se $X \underset{p}{\overset{q}{\leq}} Y$. Pohim t në kllapa tregohen në mënyrë analoge.

Teorema 3.2. u vërtetua.

LITERATURA

[1]. B. J. Ball, *Alternative approaches to proper shape theory*, Studies in Topology, edited by N.M. Stavrakas, K.R. Allen, Academic Prees, New York 1975.
[2]. B. J. Ball, dhe R. B. Sher, *A theory of proper shape for locally compact metric spaces*, Fund. Math. 86. (1974), 163–192.
[3]. K. Borsuk, *Theory of shape*, Monografie Matematyczne 59, Warsawa, 1975.
[4]. K. Borsuk, *Some quantitative properties of shapes*, Fund. math. 93 (1976), 197–212.
[5]. M. Efendia, *Prave kvazi relacije i prava φ-pitomost*, gjendet në botim në „Kërkime" të Akad. Shk. e Art. të Kosovës.
[6]. R. H. Fox, *On shape*, Fund. Math. 74 (1972), 47–71.

OPIS PRAVIH KVAZI RELACIJA POMOĆU PRAVI MUTACIJA

Minir Efencia

Zaključak

U radu se definišu prave kvazi-relacije pomoću pravih mutacija i data je veza između definicija pomoću pravih fundamentalnih mreža ([5]) i novih definicija. Na kraju dokazana je ekvivalencija sa Borsukovom definicijom ([4]) u slučaju kompakata.

DESCRIPTION OF PROPER QUASI-RELATIONS WITH PROPER MUTATIONS

Minir Efendia

Summary

In this paper is given a definition of proper quasi-relations with proper mutations and so a relation of this with a definition which is based on proper fundamental nets ([5]) Moreower it is proved the equivalence with a Borsuk's definition ([4]) in the c se of compacta.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (47 — 51)

O POKLAPANJU DIPRIMARNOSTI

Emrush Gashi

Abstrakt

Diprimarnosti u prstenima, analogno sa primarnostima su uvedene u [4] i [5], kao i u sistemima sa kvocijentima u [2]. Diprimarnosti se u opštem slučaju razlikuju od primarnosti a i međusobom. U radovima [8] i [9] su dati kriterijumi o poklapanju tkz, segmentnih primarnosti (između primalnosti i tercijarnosti). Ovde su ti krijteriumi (analogni) preneseni u slućaju segmentnih diprimarnosti. Konstatovano je koje diprimarnosti su segmentne a da posebno tu spadaju γ-diprimarnosti.

Pod prstenom R podrazumevaćemo asocijativan, neobavezan komutativan prsten sa uslovom maksimuma za obostrane kvocijente ideala i da se svaki ideal može pretstaviti u konačan presek nesvodljivih ideala. Posmatrani ideali će biti obostrani.

Kažemo da je u prstenu R definisana jedna segmentna diprimarnost S, ako je sa svakim $Q \triangleq R$ jednoznačno određen skup ideala iz R, $S(Q)$, takav da

$$M(Q) \subseteq S(Q) \subseteq E(Q),$$

gde je $E(Q)$ skup svih bitnih kvocijenata (obostranih) ideala Q a $M(Q)$ skup svih maksimalnih pravih obostranih kvocijenata od Q (v. [9], [5]).

Ideal

$$s(Q) = \cap \{P \mid P \in S(Q)\},$$

se zove s-primarni (s-diprimarni) radikal ideala Q. Pošto je svaki bitni kvocijent ideala Q poluprost ideal, (v. [2]), prethodni niz uključivanja se može produžiti:

$$M(Q) \subseteq S(Q) \subseteq E(Q) \subseteq \{P \triangleq R \mid P\text{-poluprost}\}, \qquad (1)$$

za bilo koju segmentnu diprimarnost S.

Napomena. Ako su u prstenu R ispunjeni uslovi Teoreme iz [4], tada će poslednja dva člana gornjeg niza se sastoje iz prostih ideala.

Jasno je, primere segmentnih dirprimarnosti pretstavljaju ditercijarnost T i diprimalnost π. Segmentnu diprimarnost pretstalja i γ-diprimarnost Γ ([8]), [3]), jer

$$M(Q) \subseteq \Gamma(Q) \subseteq E(Q),$$

gde $\Gamma(Q)=\{P \in E(Q),\ P=\max(E(Q), \gamma)\}$, a γ je relacija poretka koja definiše diprimarnost Γ.

U prstenu R je definisana klasična diprimarnost Pr, ako je sa svakim $Q \trianglelefteq R$ vezan skup ideala

$$Pr(Q)=\{P \underline{\Delta} R \mid P \subseteq Q,\ P\text{-prost ideal}\}. \tag{2}$$

Ideal $\mathscr{R}(Q)=\cap\{P \underline{\Delta} R \mid P \in Pr(Q)\}$ je poluprost ideal.

Ideal $Q \neq R$ se zove diprimaran (diprimalan, ditercijaran), ako za prizvoljan ideal A iz R:

$$Q : A \supset Q \Rightarrow A \subseteq \mathscr{R}(Q),$$

$$(Q : A \supset Q \Rightarrow A \subseteq p(Q),\ Q : A \subseteq Q \Rightarrow A \subseteq t(A)),$$

gde su $p(Q)$, $t(Q)$ diprimalni i ditercijarni radikali ideala Q, tj: $p(Q)= \cap\{P \underline{\Delta} R \mid P \in M(Q)\}$, $t(Q)=\cap\{P \underline{\Delta} R \mid P \in E(Q)\}$.

(v. [5], [6]). Tada na osnovu (1) i (2) imamo niz:

$$\mathscr{R}(Q) \subseteq t(Q) \subseteq s(Q) \subseteq p(Q).$$

Pomenimo da je ideal Q iz R poluprost, ako za svaki $A \underline{\Delta} R$,

$$A^2 \subseteq Q \Rightarrow A \subseteq Q.$$

Važi tvrđenje: Ako je Q poluprost ideal u R, tada:

$$A^n \subseteq Q \Rightarrow A \subseteq Q,\ \forall A \underline{\Delta} R,\ n\text{-prirodan broj.}$$

Zaista, za $n=2k$, imamo

$$A^n=(A^{n/2})^2 \subseteq Q \Rightarrow A^{n/2} \subseteq Q\ (n/2\text{:prirodan}),$$

jer je Q poluprost. Ako je $n=2k-1$, polazimo od $A^{n+1} \subseteq A^n$ i

$$A^{n+1}=(A^{\frac{n+1}{2}})^2 \subseteq Q \Rightarrow A^{(n+1)/2} \subseteq Q,\ (n+1)/2\text{-paran broj.}$$

Tako nastavimo sa parnim stepenima A^k ili A^{k+1}, za k neparno, dok ne dobijamo $(A^2)^2 \subseteq Q \Rightarrow A^2 \subseteq Q$. Tada iz $A^2 \subseteq Q$ sledi $A \subseteq Q$, jer je Q poluprost ideal.

Tvrđenje 1. Za $Q \underline{\Delta} R$ i $s(Q)$, s-primaran radikal od Q, faktor-prsten $R/s(Q)$ je bez nilpotentnih ideala.

Dokaz. Neka je $\overline{B}^n=\overline{0}$ $(=s(Q))$, gde je $\overline{B}=B/s(Q)$, za neki ideal B u R. Iz $(B/s(Q))^n=\overline{0}$ sledi

$$B^n=s(Q)=\bigcap_i\{P_i \underline{\Delta} R \mid P_i \in S(Q)\}.$$

A odavde imamo $B^n \subseteq P_i$, $\forall i$. Kako su P_i poluprosti ideali, prema prethodnom tvrđenju imamo

$$B \subseteq P_i, \ \forall i, \text{ ili } B \subseteq \cap \{P_i \underline{\Delta} R \mid P_i \in S(Q)\}, \text{ ili } B \subseteq s(Q).$$

Dakle $\overline{B}=\overline{0}$.

Posledica 1. Ideal $s(Q)$ je poluprost.

Tvrđenje 2. Ako je R prsten bez nilpotentnih ideala, tada $t(0)=0$.

Dokaz. Po definiciji ditercijarnog radikala [5], $t(0)=\underset{i}{\cap}\{P_i, S_i\text{-bitni}$ kvocijenti od $0\}$. Posmatrajmo $r(0, t(0))$ i kvadrat njihovog preseka. Prema poznatoj relaciji između preseka i proizvoda ideala imamo:

$$(r(0, t(0)) \cap t(0))^2 \subseteq r(0, t) \cdot t(0) \text{ i}$$

$$(r(0, t(0)) \cap t(0))^2 \subseteq t(0) \cdot t(0, t(0)).$$

Kako je $r(0, t(0)) \cdot t(0)=0$ ($i\, t(0) \cdot r(0, t(0))$, to

$$(r(0, t(0)) \cap t(0_1)^2=0.$$

Ali R je prsten bez nilpotentnih ideala, pa je

$$r(0, t(0)) \cap t(0)=0,$$

a to znači da je $t(0)=0$ (v. [5]).

Koristeći rezultate iz [5], [3] i tvrđenja 1 i 2, analogno sa [9] mogu se dokazati sledeća tvrđenja.

Tvrđenje 3. Neka je R prsten bez nilpotentnih ideala. Tada $p(0)=0$.

Posledica 2. Za bilo koju segmentnu diprimarnost S prstena R, bez nilpotentnih ideala, važi $s(0)=0$.

Posledica 3. Za bilo koju segmentnu diprimarnost S prstena R i $Q \underline{\Delta} R$, važi $s(s(Q))=s(Q)$.

To je jasno jer u prstenu $R/s(Q)$ imamo $\overline{0}=s(Q)$ i prema tvrđenju 1, prsten $R/s(Q)$ je bez nilpotentnih ideala, pa prema posledici 1 je $s(\overline{0})=\overline{0}$, tj. $s(s(Q))=s(Q)$.

Kao obično, diprimarnosti S_1, S_2 u prstenu R su jednake, ako $s_1(Q)=s_2(Q)$, za bilo koji $Q \underline{\Delta} R$.

Teorema 1. (Teorema 1, [9]). Neka je S segmentna diprimarnost prstena R. Tada sledeća tvrđenja su ekvivalentna:

1. $S=Pr$,
2. Ako $A_1, A_2, \ldots, A_n \underline{\Delta} R$, tada $s(\underset{1}{\overset{n}{\cap}} A_i)=\underset{1}{\overset{n}{\cap}} s(A_i)$,

3. Ako A, $B \triangleq R$ i $s(A) \subseteq B$, tada u faktor-prstenu R/B, važi $s(A+B)B) = s(A)/B$,

4. Za bilo koji $A \triangleq R$, postoji prirodan broj n, takav da $(s(A))^n \subseteq A$.

Teorema 2. (Teorema 2, [9]). Neka je S segmentna diprimarnost u prstenu R. Tada su sledeća tvrđenja ekvivalentna:

1. $S = T$,

2. S ispunjava uslov: Ako je razlaganje $Q = \bigcap_1^n Q_i$ ekstremalno u odnosu na kvocijente, kao presek s-diprimarnih dieala $Q_i \neq R$, tada $s(Q) = s(\bigcap_1^n Q_i)$.

Teorema 3. (Teorema 3, [9]). Neka je S segmentna diprimarnost prstena R. Tada sledeća tvrđenja su ekvivalentna:

1. $S(Q) = \pi(Q) = M(Q)$,

2. $S = \pi$.

($\pi(Q)$ se definiše analogno sa skupom $S(Q)$).

Poznato je da u prstenu R postoji (čak i u konačnom slučaju), γ-diprimarnost Γ, koja nije ekvivalentna ni sa diprimarnošću π ni sa ditercijarnošću T ([8] i [3]). To znači da postoji segmentna diprimarnost S, gde $S \neq \pi$, $S \neq T$. Kako je S segmentna diprimarnost, to i za nju važe teoreme 2 i 3, koje daju potrebne i dovoljne uslove da se γ-diprimarnosti poklapaju sa diprimalnošću i ditercijarnošću. Dakle važi

Teorema 4. Neka je Γ jedna γ-diprimarnost u prstenu R. Tada su sledeća tvrđenja ekvivalentna:

1) $\pi = T$,

2. Γ ispunjava uslov: ako je razlaganje $Q = \bigcap_1^n Q_i$ ekstremalno u odnosu na kvocijente, kao presek γ-diprimarnih ideala $Q_i \neq R$, tada $\gamma(Q) = \bigcap_1^n \gamma(Q_i)$.

2) $(Q) = \pi(Q) = M(Q)$,

2. $\Gamma = \pi$.

Napomena. Analogni rezultati važe i u odnosu na γ-primarnosti, (videti teoreme 1, 2, 3 iz [8]).

LITERATURA

[1] Andrunakievič V. A., Rjabuhin JU: *Aditivnaja terija idealov v sistemah s častnimi*, Izvest. AN SSSR, Ser. matem., 31, No 5, 1967, 1057–1090.

[2] Gashi E: *Diprimaritetet në sistemet me kuociente*, Bul. i shkentë natyrës, Tiranë, 1, 1974, 3–38.

[3] Gashi E: *γ-diprimariteiet*, Bul. i shk. të natyrës, Tiranë, 3, 1977, 21–32.
[4] Gashi E:*On quasi-ditertiar ideals*, Radovi matematički, ANU BiH, Sarajevo (primljen za štampanje).
[5] Gojan I. M.: *Diprimarnosti v kal'cah*, Mat. issled. 1, 1965, 151–171.
[6] Gojan I. M.: *Diprimarnosti i oboščeno svojstvo Artina-Risa*, Mat. zametki, T. 2., No 4, 1967, 325–336.
[7] Lesieur L., Croisot R.: *Algebre noetherienne non commutative*, Paris, Gauthier-Vilars, 1962.
[8] Rjabuhin JU.: *O primarnostjah I*, Mat. issled., II, 1, 1967.
[9] Ščerbacki I. M.: *O sovpadeniju primarnosti*, Bul. Akad. Štince RSS Mold. Izvest. A. N. Mold. SSSR, Ser. fiz. tehn. i matem. n., 1973, No 1, 25–30.
[10] Ščerbacki I. K.: *Promežutočnie primarnosti meždu primalnosti i tercijarnosti*, Izvest. A. N. MSSR, Ser. fiz. tehn. i matem. n., 1969, No 2, 20–32.

ON EQUIVALENCE OF THE DIPRIMARITYES

Emrush Gashi

Summary

On this paper are characterised so called segmental diprimarities an we give the conditions for which they are the equivalent (Theorems 1., 2., 3., 4.).

MBI PËRPUTHSHMËRINË E DIPRIMARITETEVE

Emrush Gashi

Rezime

Në këtë punim janë karakterizuar të ashtuquajturat diprimaritete segmente dhe janë dhënë kriteret për përputhshmërinë e tyre (Teoremat 1., 2., 3., 4.).

Përkufizim: Zbërthimi taktik i një bllok skeme $\mathcal{D}$ me d klasë pikash dhe c klasë blloqesh quhet zbërthim i fortë tatik, në qoftë se vlen $b+d=v+c$.

Vërejmë se te bllok skemat simetrike dhe rrafshet projektive çdo zbërthim taktik është edhe zbërthim i fortë taktik.

Teorema 1. Çdo rrafsh projektiv $\mathcal{P}$ i rendit n ka zbërthim taktik në tri klasë pikash.

Vërtetim: Le të jetë $\mathcal{P}$ rrafsh projektiv i rendit n. Shënojmë me $p_0, p_1, p_2, \ldots, p_{n^2+n}$ të gjitha pikat kurse me $B_0, B_1, \ldots, B_{n^2+n}$ të jitha blloqet e rrafshit $\mathcal{P}$. Le të jetë $(B_0)=\{p_0, p_1, \ldots, p_n\}$. Përkufizojmë klasët e coptimit të bashkësisë së blloqeve dhe pikave si vijon:

$$\mathcal{P}_1=\{p_0\},\ \mathcal{P}_2=\{p_1, p_2, \ldots, p_n\},\ \mathcal{P}_3=\{p_{n+1}, p_{n+2}, \ldots, p_{n+n^2}\}$$

$$\mathcal{B}_1=\{B_0\},\ \mathcal{B}_2=\{B_1, B_2, \ldots, B_n\},\ B_3=\{B_{n+1}, B_{n+2}, \ldots, B_{n+n^2}\}$$

me vetinë që $B_1, B_2, \ldots, B_n I p_0$, $p_i B_j$ për $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Mbetet të vërtetojmë se $(\mathcal{P}_i, \mathcal{B}_j, I_{\text{ind}})$ $(i, j \in \{1, 2, 3\})$ janë kofiguracione taktike.

$(\mathcal{P}_1, \mathcal{B}_1, I_{\text{ind}})$ është konfiguracion taktik sepse $\rho_{11}=1$, $k_{11}=1$, $m_1=n_1=1$;

$(\mathcal{P}_1, \mathcal{B}_2, I_{\text{ind}})$ është konfiguracion taktik sepse $\rho_{12}=n$, $k_{12}=1$, $m_2=n_2=n$;

$(\mathcal{P}_1, \mathcal{B}_3, I_{\text{ind}})$ është konfiguracion taktik sepse $\rho_{13}=0$, $k_{13}=0$, $m_3=n_3=n^2$;

$(\mathcal{P}_2, \mathcal{B}_1, I_{\text{ind}})$ është konfiguracion taktik sepse $\rho_{21}=1$, $k_{21}=n$;

$(\mathcal{P}_2, \mathcal{B}_2, I_{\text{ind}})$ është konfiguracion taktik sepse $\rho_{22}=0$, $k_{22}=0$;

$(\mathcal{P}_2, \mathcal{B}_3, I_{\text{ind}})$ është konfiguarcion taktik sepse $\rho_{23}=n$, $k_{23}=1$;

Sikur të ishte $k_{23} \neq 1$ atëherë ndonjë nga blloqet e klasës $\mathcal{B}_3$ do të pritej në më shumë se dy pika me bllokun B_0, që është e pamundur.

$(\mathcal{P}_3, \mathcal{B}_1, I_{\text{ind}})$ është konfiguracion taktik sepse $\rho_{31}=0$, $k_{31}=0$;

$(\mathcal{P}_3, \mathcal{B}_2, I_{\text{ind}})$ është konfigurcion taktik sepse $\rho_{32}=1$, $k_{32}=n$;

$(\mathcal{P}_3, \mathcal{B}_3, I_{\text{ind}})$ është konfiguracion taktik sepse $\rho_{32}=1$, $k_{32}=n$;

$(\mathcal{P}_3, \mathcal{B}_3, I_{\text{ind}})$ është konfiguarcion taktik sepse $\rho_{33}=n$, $k_{33}=n$.

Provohet lehtë se parametrat ρ_{ji}, k_{ji}, m_i, n_j i plotësojnë barazimet (*) të zbërhtimit taktik. Me këtë teorema u vërtetua në tërësi.

Teorema 2. Çdo (v, k, λ) bllok skemë simetrike $\mathcal{D}$ ka zbërhtim taktik në dy klasë pikash.

Vërtetim: Le të jenë $p_1, p_2, \ldots, p_v$ pikat e bllok skemës simetrike kurse $B_1, B_2, \ldots, B_v$ le të jenë blloqet e saj. Le të jetë p_1 një pikë e bllok skemës dhe $B_1, B_2, \ldots, B_k$ bbloqet incidente me pikën p_1. Tregojmë se coptimi

$\{\mathscr{P}_1, \mathscr{P}_2, \mathscr{B}_1, \mathscr{B}_2\}$ ku $\mathscr{P}_1=\{p_1\}$, $\mathscr{P}_2=\{p_2, \ldots, p_v\}$; $\mathscr{B}_1=\{B_1 \ldots, B_k\}$, $\mathscr{B}_2=$ $=\{B_{k\ 1}, \ldots, B_v\}$; është zbërthim taktik. Duhet të vërtetojmë se $(\mathscr{P}_i, \mathscr{B}_j, I_{ind})$ $(i, j \in \{1, 2\})$ janë konfiguracione taktike.

$(\mathscr{P}_1, \mathscr{B}_1, I_{\text{ind}})$ është konfiguracion taktik sepse $\rho_{11}=k$, $k_{11}=1$,

$(\mathscr{P}_1, \mathscr{B}_2, I_{\text{ind}})$ është konfiguracion taktik sepse $\rho_{12}=k_{12}=0$

$(\mathscr{P}_2, \mathscr{B}_1, I_{\text{ind}})$ është konfiguracion taktik sepse $\rho_{21}=\lambda$, $k_{21}=k-1$

$(\mathscr{P}_2, \mathscr{B}_2, I_{\text{ind}})$ është konfiguracion taktik sepse $\rho_{22}=k-\lambda$, $k_{22}=k$.

Tregojmë se këta parametra të zbërthimit taktik knaqin barzimet (*).

$$\rho_{11}+\rho_{12}=k,\ k_{11}+k_{21}=k$$

$$\rho_{21}+\rho_{22}=k,\ k_{12}+k_{22}=k.$$

Kemi $n_1=1$, $n_2=v-1$, $m_1=k$ dhe $m_2=v-k$. Vlejnë edhe : $n_1 \cdot \rho_{12}=m_2 \cdot k_{12}$ $n_1+n_2=1+v-1=v$, $m_1+m_2=k+v-k=v$, $n_1 \cdot \rho_{11}=m_1 \cdot k_{11}$ ose $1 \cdot k=k \cdot 1$,

$n_2 \cdot \rho_{12}=m_1 \cdot k_{21}$ ose $(v-1) \cdot \lambda=k(k-1)$ që në të vërtetë paraqet barazimin e njohur të bllok skemave $(v-1)=r(k-1)$ për $k=r$.

Provojmë se vlen $n_2 \cdot \rho_{22}=m_2 \cdot k_{22}$. Pas zëvendësimit të parametrave që i gjetëm më lart marrim $(v-1)(k-\lambda)=(v-k)k$ ose $k(v-1)-\lambda(k-1)=$ $=(v-k)k$. Ngase është $\lambda(v-1)=k(k-1)$ atëherë kemi $k(v-1)-k(k-1=$ $=(v-k)k \Rightarrow 0=0$. Teorema U vërtetua në tërësi.

Shembull 1. Rrafshi projektiv i rendit 2 ka zbërhtim taktik në dy klasë pikash.

Zgjidhja: Rrafshi projektiv $\mathscr{P}$ i rendit 2 ka parametrat $v=b=7$, $r=k=3, \lambda=1$. Vërtetojmë se rrafshi $\mathscr{P}$ ka zbërthim taktik në 2 klasë pikash (blloqesh). Është e qartë se $c=d=2$. Parametrat e zbërthimit taktik të kërkuar duhet të plotësojnë barazimet:

$$n_1 \cdot \rho_{11}=m_1 \cdot k_{11},\ n_1 \cdot \rho_{12}=m_2 \cdot k_{12}$$

$$n_2 \cdot \rho_{21}=m_1 \cdot k_{21},\ n_2 \cdot \rho_{22}=m_2 \cdot k_{22}$$

$$k_{11}+k_{21}=3,\ k_{12}+k_{22}=3,\ m_1+m_2=7,\ n_1+n_2=7.$$

Që zbërthimi taktik të jetë jotrivial, parametrat e tij duhet të marrin vlera nga: m_1, m_2, n_1 $n_2 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kurse

$$k_{11}, k_{21}, k_{12}, k_{22}, \rho_{11}, \rho_{12}, \rho_{21}, \rho_{22} \in \{0, 1, 2, 3\}.$$

Duke pasur para syshë këto kushte, me anë të kompjuterit kemi fituar 20 zgjidhje të ndryshme të barazimeve të mësipërme. Konsiderojmë zgjidhjen e parametrave: $\rho_{11}=0$, $\rho_{21}=1$, $\rho_{12}=1$, $\rho_{22}=2$

$$k_{11}=0, k_{21}=3, k_{12}=2, k_{22}=1, m_1=1, m_2=6, n_1=4, n_2=3.$$

Dijmë se rrafshi projektiv i rendit 2 duket në këtë mënyrë:

$(B_1)=\{0, 1, 3\}$, $(B_2)=\{1, 2, 4\}$, $(B_3)=\{2, 3, 5\}$, $(B_4)=\{3, 4, 6\}$

$(B_5)=\{4, 5, 0\}$, $(B_6)=\{5, 6, 1\}$, $(B_7)=\{6, 0, 2\}$.

Nga se $m_1=|\mathscr{B}_1|=1$, pa humbur përgjithësimin marrim $\mathscr{B}_1=\{B_1\}$. Mbetet $\mathscr{B}_2=\{B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7\}$, sepse $m_2=6$. Vlera $\rho_{11}=0$ tregon që secila pikë e klasës $\mathscr{P}_1$ kalon nëpër $\rho_{11}=0$ blloqe të klasës $\mathscr{B}_1$. Meqë $n_1=4$ marrim $\mathscr{P}_1=\{2, 4, 5, 6\}$. Rrjedhimisht $\mathscr{P}_2=\{0, 1, 3\}$, sepse $n_2=3$.

Vërtetojmë se $\{\mathscr{P}_1, \mathscr{P}_2, \mathscr{B}_1, \mathscr{B}_2\}$ është zbërthim taktik. Qartë, $b+d=v+c$. Mbetet të provojmë se $(\mathscr{P}_i, \mathscr{B}_j, I_{\text{ind}})$ $(i, j\in\{1, 2,\})$ janë konfiguracione taktike.

$(P_1, \mathscr{B}_1, I_{\text{ind}})$ është konfiguracion taktik sepse $k_{11}=0$, $\rho_{11}=0$

$(\mathscr{P}_2, \mathscr{B}_1, I_{\text{ind}})$ është konfiguracion taktik sepse $k_{21}=2$, $\rho_{21}=1$

$(\mathscr{P}_1, \mathscr{B}_2, I_{\text{ind}})$ eshtë konfiguracion taktik sepse $k_{12}=3$, $\rho_{12}=3$

$(\mathscr{P}_2, \mathscr{B}_2, I_{\text{ind}})$ është̈k onfiguracion taktik sepse $k_{22}=1$, $\rho_{22}=2$.

Këto vlera të parametrave janë në të vërtetë vlerat e gjetura më lart me kompjuter.

Shembull 2. Rrafshi projektiv $\mathscr{P}$ i rendit 2 ka zbërthim taktik në tri klasë pikash.

Zgjidhje: Sikur në shembullin 1. provohet lehtë se rrafshi $\mathscr{P}$ ka zbërthim taktik në tri klasë pikash. Nga kushtet (*) me anë të kompjuterit janë gjetur parametrat e zbërthimit, e në bazë të tyre janë gjetur këto klasë të zbërthimit:

$$\mathscr{P}_1=\{0\},\ \mathscr{P}_2=\{1, 3\},\ \mathscr{P}_3=\{2, 4, 5, 6\}$$

$\mathscr{B}_1=\{B_1\}$, $\mathscr{B}_2=\{B_5, B_7\}$, $\mathscr{B}_3=\{B_2, B_3, B_4, B_6\}$ ku $B_1, \ldots, B_7$ janë si shembullin 1.

LITERATURA

[1]. Beutelspecher A.: *Einfuhrung in die endliche Geometrie I, II.* Verlag Manheim, Wien, Zurich 1982.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (57 — 64)

O OSLABLJENOM CAUCHYJEVOM PROBLEMU U BANACHOVOM PROSTORU

Isljam Šehu

Abstrakt

U ovom radu se tretira oslabljeni Cauchyjev problem, koji je proširenje pojma Cachyjevog problema, linearne diferencijalne jednačine s neograničenim konstantnim operatorom u Banachovom prostoru. Pokaže se jedinstvenost i analitičnost rešenja oslabljenog rešenja Cauchyjevog problema.

1. U Banachovom prostoru E neka je data diferencijalna jednačina

$$\frac{dx}{dt}=Ax \tag{1}$$

gde je A linearan zatvoren neograničen operator s gustim domenom $D(A)$ u E.

U primeni često se nameće potreba proširenja pojma Cauchyjevog problema.

Definicija 1. Oslabljeno rešenje jed. (1) na segmentu $[0, T]$ je funkcija x na tom segmentu, koja ispunjava uslove:

1) funkcija $x(t)$ je neprekidna za svako $t\in[0, T]$;

2) funkcija $x(t)$ je jako neprekidno diferencijabilna na $(0, T]$;

3) jednačina (1) je zadovoljena za svako $t\in(0, T]$.

Pod oslabljenom Cauchyjevom problemu na segmentu podrazumevamo nalaženje takvog oslabljenog rešenja, koja ispunjava početni uslov:

$$x(0)=x_0. \tag{2}$$

Element x_0 ne mora pripadati području defincije operatora A.

Na taj način oslabili smo zahteve ponašanja rešenja u nuli, a s druge strane zahtevamo neprekidnost derivacije rešenja za $t>0$. Međutim, ako je Cauchyjev problem korektan, tada su ti uslovi zadovoljeni (Videti [4]).

Ako operator A ima bar jednu regularnu tačku, tada postoji prosta veza između rešenja Cauchyjevog problema, običnog i oslabljenog, koja je izražena sledećim tvrdnjama:

Tvrdnja 1. Ako je funkcija $x(t)$ oslabljeno rešenje jed. (1) i operator A ima bar jednu regularnu tačku λ, onda je funkcija

$$x_1(t)=R(\lambda)\,x(t)$$

rešenje Cauchyjevog problema jed. (1)

Tvrdnja 2. Ako je rešenje $x_1(t)$ Cauchyjevog problema neprekidno diferencijabilna na $[0, T]$ i njegova druga derivacija neprekidna na $(0, T]$, onda je funkcija

$$x(t)=(A-\lambda I)\,x_1(t)$$

rešenje oslabljenog Cauchyjevog problema s početnim uslovom:

$$x(0)=(A-\lambda I)\,x_1(0).$$

Prema tome, rezolventa $R(\lambda)$ uspostavlja bijekciju između skupa oslabljenih rešenja jed. (1) i skupa običnih rešenja, koja su neprekidno diferencijabilna na $[0, T]$ i dva puta neprekidno diferencijabilne funkcije na $(0, T]$. Proučavanje oslabljenog rešenja uglavnom se svodi na proučvanje Cauchyjevog problema s posebnim svojstvima. Međutim, često je zgodnije neposredno proučavati oslabljena rešenja, nego njihove glatke slike.

Tvrdnja 3. Ako je Cauchyjev problem jed. (1) korektan i operator A ima bar jednu regularnu tačku, tada je svako oslabljeno rešenje $x(t)$ poopćeno, tj.

$$x(t)=U(t)\,x_0 \tag{3}$$

gde je $U(t)$ odgovarajuća polugrupa Cauchyjev problema.

Zaista, prema tvrdnji 1 funkcija

$$x_1(t)=R(\lambda)\,x(t)$$

je rešenje Cauchyjevog problema s početnim uslovom $x_1(0)=R(\lambda)\,x_0$, pri čemu je

$$x_1(t)=U(t)\,R(\lambda)\,x(0),$$

odnosno

$$x_1(t)=R(\lambda)\,U(t)\,x(0).$$

Usporedbom dobijamo

$$R(\lambda)\,x(t)=R(\lambda)\,U(t)\,x(0)\Rightarrow x(t)=U(t)\,x_0.$$

Kako je, prema uslovu, funkcija $x(t)$ neprekidno diferencijabilna za $t>0$, to oslabljeno rešenje možemo prikazati pomoću rezolvente formulom:

$$x(t)=-\frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}\exp(\lambda t)\,R(\lambda;A)\,x(0)\,d\lambda, \tag{4}$$

(videti [4]).

2. Ako je Cauchyjev problem korektan na skupu $M\supset D(A)$, za svako $t\in(0,\infty)$, tada se kratko kaže da je on korektan na $D(A)$. Ponovnom razmatranjem korektnog Cauchyjevo problema dolazimo do zaključka da su rešenja oslabljenog Cauchyjevo problema, koji je korektan na $D(A)$, data formulom (3).

Rezolventa operatora A komutira s polugrupom $U(t)$ na E i posebno na $D(A)$ operatori $U(t)$ komutiraju sa operatorom A.

Ako Cauchyjev problem nije uniformno korektan, a oslabljeni Cauchyjev problem jeste korektan na $D(A)$, onda je

$$\lim_{t\to 0}U(t)\,x_0=x_0,\ \text{za}\ x_0\in D(A).$$

Međutim, operatori $U(t)$ su neograničeni, kada $t\to 0$.

3. Za dalji tok treba nam tvrdnja, koju dajemo bez dokaza (videti [1]).

Lema 1. Ako je $g(s)$ integrabilna funkcija, koja zadovoljava uslov

$$\overline{\lim_{\lambda\to\infty}}\frac{\ln\left\|\int_0^T\exp(\lambda s)\,g(s)ds\right\|}{\lambda}\le h<T,$$

tada je

$$g(s)=0,\ \text{skoro svuda na segmentu}\ [h,T].$$

Ako na jednakost:

$$R(\lambda;A)\,x(T)=\int_0^T\exp(\lambda s)\,x(T-s)\,ds \tag{5}$$

primenimo gornju lemu dobijamo teorem jedinstvenosti oslabljenog rešenja Cauchyjevog problema na segmentu $[0,T]$.

Teorema 1. Neka operator A ima rezolventu za dovoljno veliko pozitivno λ i

$$\overline{\lim_{\lambda\to\infty}}\frac{\ln\|R(\lambda;A)\|}{\lambda}=h_A<\infty. \tag{6}$$

Ako je oslabljeno rešenje $x(t)$ jed. (1) na segmentu $[0,T]$ jednako nuli za $t=0$ i $h_A<T$, tada je

$$x(t)\equiv 0,\ \text{za}\ 0\le t\le T-h_A.$$

Posebno, ako je $h_A=0$, tada je $x(t)\equiv 0$ na segmentu $[0,T]$. Znači, rešenje oslabljenog Cauchyjevog problema je jedinstveno na $[0,T]$.

Dokaz. Zbog lema 1 iz (5) i (6) za $h_A < T$ proizlazi da je $x(T-s)$ jednako nuli za svako $s \in [h_A, T]$. Zbog neprekidnosti funkcije $x(t)$ je $x(t) \equiv 0$ na segmentu $[0, T-h_A]$.

Primetimo: ako norma rezolvente ne raste brzinom neke potencije od λ, $h_A = 0$, tada važi teorem jedinstvenosti rešenja oslabljenog Cauchyjevog problema. Pomenuti teorem važi i za $h_A < \infty$, ako oslabljeno rešenje posmatramo na celoj poluosi $(0, \infty)$, $(T = \infty)$.

4. Za konstrukciju oslabljenog rešenja Cauchyjevog problema, kao i kod. rešenja Cauchyjevog problema, ponovo se služimo Laplaceovim transformacijom.

Teorema 2. Ako operator A ima rezolventu za $Re\lambda \geq \alpha$, za koju važi ocena

$$\|R(\lambda)\| \leq M(1+|\lambda|), \tag{7}$$

tada je svako oslabljeno rešenje jed. (1) oblika (4).

Dokaz. Desnu stranu jednakosti

$$\int_0^t \exp(-\lambda u)\, x(u)\, du = R(\lambda; A)\,(\exp(-\lambda t)\, x(t) - x(0)) \tag{8}$$

možemo svatiti kao Laplaceovu transformaciju funkcije, koja je jednaka $x(s)$, za $0 \leq s \leq t$, a nuli, za $s > t$. Pošto je ova funkcija neprekidno diferencijabilna na $(0, t)$, to važi inverzna formula

$$x(s) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha - i\infty}^{\alpha + i\infty} \exp(\lambda s)\, R(\lambda)[\exp(-\lambda t)\, x(t) - x(0)]\, d\lambda. \tag{9}$$

Iz ocene (7) sledi da su operatori $\frac{R(\lambda)}{\lambda}$ uniformno ograničeni za dovotjno veliko $|\lambda|$ i $Re\lambda \geq \alpha$. Za $x \in D(A)$ je

$$R(\lambda)x = -\frac{x}{\lambda} + \frac{R(\lambda)Ax}{\lambda}. \tag{10}$$

Odatle,

$$\frac{R(\lambda)x}{\lambda} \to 0, \text{ kada } |\lambda| \to \infty,\ Re\lambda \geq \alpha.$$

Prema teoremi Banach-Steinhausa

$$\frac{R(\lambda)x}{\lambda} \to 0, \text{ za svako } x \in E.$$

Prema tome, iz (10) proizlazi

$$R(\lambda)x \to 0, \text{ za svako } x \in E, \text{ i kada } |\lambda| \to \infty,\ Re\lambda \geq \alpha.$$

U (9) rešenje je $x\ t)\in D(A)$, pa

$$R(\lambda)\,x(t)\to 0, \text{ kada } |\lambda|\to\infty.$$

Zbog Jordanove leme je

$$\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \exp(-\lambda(t-s))\,R(\lambda)\,x(t)\,d\lambda=0.$$

Teorema 3. Ako operator A ima rezolventu za $Re\lambda\geq\alpha$, za koju važi ocena

$$(11)\qquad \|R(\lambda)\|\leq M(1+|\tau|)^{-\beta},\ (1>\beta>0,\ Im\lambda=\tau),$$

tada je oslabljen Cauchyjev problem korektan na $D(A)$. Sva rešenja su beskonačno diferencijabilna za $t>0$. Rešenja su data formulom

$$x(t)=U(t)\,x_0,$$

gde je $U(t)$ polugrupa ograničenih operatora, jako diferencijabilna za $t>0$, sa svojstvom

$$\lim_{t\to 0} U(t)\,x_0=x_0, \text{ za } x_0\in D(A).$$

Dokaz. Kako važi ocena (11) postoji rešenje Cauchyjevog problema za svako $x_0\in D(A^2)$. Rešenja su neprekidno diferencijabilna na $[0,\infty)$. Pokažimo da su ona i beskonačno diferencijabilna na $(0,\infty)$.

Zaista, prema teoremi 2, ona su oblika (4). Ako integriramo $n-1$ puta parcijalno i koristimo (11), tada dobijamo

$$x(t)=\frac{(-1)(n-1)!}{2\overline{u}it^{n-1}}\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty}\exp(\lambda t)R(\lambda)^n\,x(0)\,d\lambda.$$

Za derivaciju k-og reda je

$$(12)\qquad \frac{d^kx}{dt^k}=\frac{(-1)^n(n-1)!}{2\overline{u}i}\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty}\frac{d^k}{dt^k}\left(\frac{1}{t^{n-1}}\exp(\lambda t)\right)R(\lambda)^n\,x_0\,d\lambda, \text{ za } n>\frac{k+1}{\beta}.$$

Budući da operator A ima regularnu tačku λ, te on je zatvoren, pa je kao i kod tvrdnje 2 (videti [1]):

$$\frac{d^kx}{dt^k}=A^kx(t), \text{ za } t>0.$$

Prema tome, oslabljen Cauchyjev problem ima rešenje na $(0,\infty)$ za svako $x_0\in D(A)$, koja su takođe beskonačno diferencjabilna na $(0,\infty)$.

Ponovo promatramo operator $U(t)$, $(t>0)$, koji početnoj vrednosti x_0 pridružuje vrednost rrešenja $x(t)$ oslabljenog Cauchyjevog problema, po-

četnim uslovom x_0: $x(t)=U(t)x_0$. Ograničenost operatora $U(t)$ sledi iz (12), za $k=0$, pa je

$$||U(t)x_0||\leq\frac{M}{t^{n-1}}\exp(\alpha t)||x_0||, \text{ za } n>\frac{1}{\beta}. \tag{13}$$

Dalje, operator $U(t)$, zbog neprekidnosti, možemo proširiti na celi prostor. Iz uslova (11) proizlazi uslov (6), za $h_A=0$. Znači, za oslabljeno rešenje važi teorem jedinstvenosti.

Prema tome, oslabljen Cauchyjev problem je korektan na $D(A)$, za svako $t\in(0, \infty)$. Operatori $U(t)$ čine jako neprekidnu polugrupu. Ocena (13) može se koristiti i za derivacije $U(t)x_0$, pa je polugrupa $U(t)$ beskonačno jako diferencijabilna za $t>0$.

Beskonačna diferencijabilnost polugrupe $U(t)$, za $t>0$ proizlazi iz jake diferencijabilnosti.

Zaista, za $0<a<t$:

$$\frac{d^2U(t)x_0}{dt^2}=\frac{d}{dt}[AU(t)x_0=\frac{d}{dt}[AU(t-a)U(a)x_0]=$$

$$=\frac{d}{dt}[U(t-a)\,AU(a)x_0]=AU(t-a)\,AU(a)\,x_0.$$

Ako stavimo $a=\frac{t}{2}$, dobijamo

$$\frac{d^2U(t)x_0}{dt^2}=[AU(t/2)]^2x_0.$$

Analogno se pokazuje egzistencija svih derivacija, pa je

$$\frac{d^nU(t)x_0}{dt^n}=[AU(t/n)]^nx_0.$$

Zadnja tvrdnja teoreme sledi iz definicije oslabljenog rešenja.

Teorema 4. Ako za rezolventu operatora A važi ocena (11), tada za polugrupu $U(t)$ i njene derivacije, za $t>0$, važi ocena

$$\left\|\frac{d^kU}{dt^k}\right\|\leq M_0C^k\exp(\alpha t)t^{1-\frac{k+1}{\beta}}\Gamma\left(\frac{k+1}{\beta}-1\right), \text{ za } k=0, 1, 2, \ldots. \tag{14}$$

Dokaz videti u [1].

Koristeći teo. 4 može se pokazati i ograničenost polugrupe:

$$U(t)=-\frac{1}{2\overline{u}i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty}\exp(\lambda t)\,R(\lambda)\,d\lambda$$

i pod slabijim uslovom za rezolventu nego što je uslov (11).

Na kraju, prirodno se postavlja pitanje: Kada je rešenje jed. (1) analitička funkcija od t? Odgovor na postavljeno pitanje daje:

Teorema 5. Ako je zadovoljen uslov (11) za $\beta=1$, tada su poopćena rešenja jed. (1) analitičke funkcije od $z=t+is$ u sektoru

$$\left|\frac{s}{t}\right|<\frac{1}{M}, \tag{15}$$

za koje važi

$$\|x(t+is)\|\leq M'\exp(\alpha t)\ln\left[e+\frac{1}{t-M|s|/q}\right]\|x(0)\|, \tag{16}$$

za svako $q\in(0,1)$ u sektoru $|s|\leq qt/M$.

Dokaz. Ako rešenja $U(t)x_0$ prikažemo u obliku apsolutne konvergentne inverzne Laplaceove transformacije, tada je

$$U(t)x_0=-\frac{1}{2\overline{u}i}\int_0^{\alpha-i\infty}\exp(\lambda t)R(\lambda)x_0 d\lambda-\frac{1}{2\overline{u}i}\int_{\alpha-i\infty}^{0}\exp(\lambda t)R(\lambda)x_0\,d\lambda. \tag{17}$$

Iz prvog sabirka sledi da je funkcija

$$U_1(z)x_0=-\frac{1}{2\overline{u}i}\int_0^{\alpha+i\infty}\exp(\lambda z)R(\lambda)x_0 d\lambda,\ (z=t+is,\ s>0), \tag{18}$$

analitička u gornjoj poluravni, dok iz drugog u odgovarajućoj donjoj poluravni. Ako svaki od tih sabiraka dopušta analitičko produženje u području, koje sadrži nenegativnu poluosu, tada su rešenja $U(t)x_0$ analitičke funkcije od t. To se postiže ako rezolventa operatora A zadovoljava uslov (11), za $\beta=1$.

Prvi integral u relaciji (17) možemo zameniti integralom po zraku

$$\sigma=\alpha-\frac{q}{M}(1+\tau).$$

Jasno je da on predstavlja analitičku funkciju od $z=t+is$, pod uslovom da je

$$\frac{s}{t}>\sup_{\tau}\left\{-\frac{q}{M}\cdot\frac{1+\tau}{\tau}\right\}=-\frac{q}{M}.$$

Analogno, ako zamenimo put integriranja u drugom sabirku u (17), nalazimo da je i on analitička funkcija pod uslovom

$$\frac{s}{t}<\frac{q}{M}.$$

Dakle, rešenja $U(t)x_0$ su analitičke funkcije u sektoru

$$\left|\frac{s}{t}\right|<\frac{q}{M},$$

a kako je broj q iz intervala $(0,1)$, to i u sektoru (15).

Za ocenu norme rešenja videti [1].

LITERATURA

[1]. S. G. Krein, *Lineine defferencialnie uravnenia v Banachovom prostranstve*, Moskva 1967.
[2]. E. Hille, R. S. Phillips, *Funkcionalni analiz i polugrupi*, Moskva 1962.
[3]. Dunford N., and J. T. Schwartz, *Linear Operators*, Intercience, New York 1958.
[4]. I. Šehu, *O diferencijalnoj jednačini u Banachovom prostoru*, Zbornik radova PMF, br. 7 u, Prištini, 1981.
[5]. I. Šehu, *O uniformnom Cauchyjevom problemu u Banachovom prostoru*, Zbornik radova PMF, br. 8 u Prištini, 1982.

MBI PROBLEMIN E DOBËSUAR TË KOSHIT NË HAPËSIRËN E BANACHUT

Islam Shehu

Rezime

Në këtë punim trajtohet problemi i dobësuar i Koshit, i cili është zgjerim i kuptimi të problemit të Koshit, të ekuacionit diferencial linear me operator të pakufizuar konstant në hapësirën e Banachut. Tregohet se zgjidhja e problemit të dobësuar të Koshit është unike dhe analitike.

ОБ ОСЛАБЛЕНИИ ЗАДАЧИ КОШИ В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Исльам Шеху

Резюме

В этой работе говорится о ослаблении задачи Коши, которая считается расширением понятия задачи Коши линнейного дифференциального уравнения с неограниченим контантным оператором в Банаховом пространстве. Доказывается единственность и аналитичность решения ослабленной задачи Коши.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (65 — 68)

NJË TEOREMË MBI PIKAT FIKSE NË HAPËSIRAT METRIKE PROBABILE TË TIPIT TË MENGERIT

Ramadan Zejnullahu

Abstrakt:

Në librin [3] është vërtetuar teorema 2.1 e cila jep kushtet për ekzistencën dhe unicitetin e pikës fikse të një pasqyrimi kontraktiv të hapësirës së plotë metrike probabile të tipiz të Mengerit në vete, kurse në teoremën 2.2, është dhënë një përgjithsim i saj. Ky pohim në rastin e hapësirave të plota metrike është vërtetuar në [4].

1. HAPËSIRAT METRIKE PROBABILE TË TIPIT TË MENGERIT

Le të jetë $I=[0, 1]$ dhe le të jetë $\mathcal{D}$ bashkësia e të gjitha funksioneve të shpërndarjes (distribucionit) F të tilla që $F(0)=0$.

Përkufizim 1.1. Thuhet se pasqyrimi $t: I\times I\to I$ është T-normë nëse plotëson këto aksioma:

$(t1)$ $t(0, 0)=0$, $t(a, 1)=a$ $(\forall a\in I)$

$(t2)$ $t(a, b)=t(b, a)$ $(\forall a, b\in I)$

$(t3)$ $(a\leq c\wedge b\leq d)\Rightarrow t(a, b)\leq t(c, d)$

$(t4)$ $t(a, t(b, c))=t(t(a, b), c)$ $(\forall a, b, c\in I)$

Përkufizim 1.2. Le të jetë S bashkësi e çfardoshme dhe le të jetë $\mathcal{F}:S\times S\to\mathcal{D}$ ($\mathcal{F}(r, s)$ do ta shënojmë me $F_{r,s}$) pasqyrim i tillë që:

(1) $F_{r,s}(x)=1$ $(\forall x>0)\Leftrightarrow r=s$.

(2) $F_{r,s}=F_{s,r}$ $(\forall r, s\in S)$

(3) $((F_{r,u}(x)=1)\wedge(F_{u,s}(y)=1);\ r, u, s\in S)\Rightarrow F_{r,s}(x+y)=1$ $(\forall x, y\in R^+$

Atëherë çiftin $(S, \mathcal{F})$ e quajmë hapësirë metrike probabile.

Nëse për çdo $(r, s, u) \in S^3$ dhe për çdo $(x, y) \in R^{+2}$ vlenë jobarazimi

$$F_{r,s}(x+y) \geq t(F_{r,u}(x), F_{u,s}(y))$$

ku t është një T-normë, atëherë Treshja $(S, \mathcal{F}, t)$ quhet hapësirë metrike probabile e tipit të Mengerit.

Në hapësirën $(S, \mathcal{F}, t)$ përkufizohet e ashtuquejtura (ε, δ)-topologji e cila është e indukuar nga metrika në S, ku rrethina $V(p, \varepsilon, \delta)$ e elementit $p \in S$ është

$$V(p, \varepsilon, \delta) = \{q : q \in S, F_{p,q}(\varepsilon) > 1 - \delta\}, \quad \varepsilon > 0, \quad \delta \in (0, 1).$$

Vargu $(x_n)_{n \in N}$ quhet varg i Koshit në $(S, \mathcal{F}, t)$ nëse për çdo $\varepsilon > 0$ dhe $\delta \in (0, 1)$ ekziston numri $N(\varepsilon, \delta)$ i tillë që për çdo $n \geq N$, $p \in N$ të vlej

$$F_{x_{n+p}, x_n}(\varepsilon) > 1 - \delta$$

Hapësira $(S, \mathcal{F}, t)$ është e plotë nëse çdo varg i Koshit në të konvergjon sipas (ε, δ)-topologjisë.

Përkufizim 1.3. Thuhet se bashkësia A e hapësirës $(S, \mathcal{F})$ është me gjasë e kufizuar, nëse:

$$\sup_{x<0} D_A(x) = 1$$

ku

$$D_A(x) = \sup_{t<x} \inf_{p, q \in A} F_{p,q}(t).$$

Funksioni D_A quhet diametër probabil i bashkësisë A.

2. PIKAT FIKSE NË HAPËSIRAT E PLOTA METRIKE PROBABILE TË TIPIT TË MENGERIT

Përkufizim 2.1. Le të jetë $(S, \mathcal{F}, t)$ hapësirë e plotë metrike probabile e tipit të Mengerit dhe $f : S \to S$. Thuhet se pasqyrimi f është kontraksion nëse eionsztk $q \in (0, 1)$ i tillë që

$$F_{f(u), f(v)}(x) \geq F_{u,v}\left(\frac{x}{q}\right); (\forall u, v \in S) \wedge (x > 0).$$

Le të jetë $x_0 \in S$, $x_{n+1} = f(x_n)$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ dhe

$$G_{x_0} = \inf \{F_{x_0, x_n}(x) : n = 1, 2, \ldots\}$$

Teoremë 2.1. Le të jetë $(S, \mathcal{F}, t)$ hapësirë e plotë metrike e tipit të Mengerit dhe f kontraksion i hapësirës S në vete. Nëse pasqyrimi t është i vazhdueshëm dhe nëse ekziston $x_0 \in S$ i tillë që

$$\sup_x G_{x_0}(x) = 1$$

atëherë ekziston një dhe vetëm një pikë $x^* \in S$ e tillë që $f(x^*) = x^*$, bile $x^* = \lim_{x \to \infty} x_n$

Për vërtetim shih [1] faqe 252.

Teoremë 2.2. Le të jetë $(S, \mathcal{F}, t)$ hapësirë e plotë metrike e tipit të Mengerit në të cilën çdo bashkësi të shumtën e numërueshme është me gjasë e kufizuar dhe le të jetë $f: S \to S$ pasqyrim i tillë që:

$$F_{f(u),f(v)}(x) \geq \varphi(\{u, v, f(u), f(v), \ldots\}), (\forall x > 0)(\forall u, v \in S) \qquad (*)$$

ku $\varphi: \mathcal{P}(S) \to R^+$; $\varphi(A) = \sup_{x \leqslant 0} D_A(x)$. Atëherë ekziston pika e vetme $x^* \in S$ e tillë që $f(x^*) = x^*$.

Vërtetim. Le të jetë x_0 cilado pikë në S dhe le të jetë $(x_n)_{n \in N}$ varg i përkufizuar me:

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

Sipas (*), kemi:

$$F_{x_{i+m}, x_i}(x) = F_{f(f^{i-1}(x_m)), f(f^{i-1}(x_0))}(x) \geq$$

$$\geq \varphi(\{f_i^{-1}(x_m), f^{i-1}(x_0), f^i(x_m), f^i(x_0), \ldots\}) =$$

$$= \sup_{x \leqslant 0} D\{x_{i-1+m}, x_{i-1}, x_{i+m}, x_i, \ldots\} = 1 > 1 - \delta,$$

d.m.th $(x_n)_{n \in N}$ është varg i Koshit në S. Meqenëse $(S, \mathcal{F}, t)$ është e plotë, ekziston $x^* \in S$ i tillë që $x^* = \lim_{n \to \infty} x_n$. Më tutje, nga

$$F_{f(x), x^*}(x) \geq t\left(F_{f(x^*), x_n}\left(\frac{x}{2}\right), F_{x_n, x^*}\left(\frac{x}{2}\right)\right) =$$

$$= t\left(F_{f(x^*), f(x_{-1})}\left(\frac{x}{2}\right), F_{x_n, x^*}\left(\frac{x}{2}\right)\right) \geq$$

$$\geq t\left(\sup_{z > 0} D_{\{x^*, x_{n-1}, f(x^*), x_n, f^2(x^*), x_{n+1}, \ldots\}}\left(\frac{x}{2}\right), F_{x_n, x^*}\left(\frac{x}{2}\right)\right) =$$

$$= t\left(1, F_{x_m, x^*}\left(\frac{x}{2}\right)\right) = F_{x_n, x^*}\left(\frac{x}{2}\right)$$

rrjedh se $f(x^*) = x^*$.

Në fund tregojmë se x^* është e vetmja pikë fikse e pasqyrimit f. Në të kundërten, nëse ekziston $y \neq x^*$ i tillë që $f(y) = y$, atëherë:

$$F_{x^*, y}(x) = F_{f(x^*), f(y)}(x) \geq \varphi(\{x^*, y, f(x^*), f(y), f^2(x^*) f^2(y), \ldots\}) =$$

$$= \varphi(\{x^*, y\}) = 1$$

Prej nga $y = x^*$. Teorema u vërtetua.

LITERATURA

[1]. Hadžić O. — *Osnovi teorije nepokretne tačke.* Novi Sad 1978.
[2]. Hadžić O. — *On a common fixed point in quasiuniformizable space.* Zbornik radova PMF 13 (1983) 31—40 Novi Sad.
[3]. Istratescu V. — *Introducere in teoria spatiilor metrice probabilistice cu aplicatii,* Editure Tehnica, Bucuresti 1974.
[4]. Tasković M. — *A generalization of Banach contraction principle* Publ. Inst. Math. 23 (37) 1978. 179—191.

JEDNA TEOREMA O FIKSNOJ TAČKI U VEROVATNOSNIM METRIČKIM PROSTORIMA MENGEROVOG TIPA

Ramadan Zejnullahu

Rezime

U ovom radu dokazana je neka uopštenja teoreme 2.1 iz [3].

A FIXED POINT THEOREM IN MENGERIAN PROBABILISTIC METRIC SPACES

Ramadan Zejnullahu

Summary

In this paper we prove a generalization of theorem 2.1 from [3].

FIZIKË — FIZIKA

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (71 — 83)

JEDNOPARAMETARSKO ODSTUPANJE OD $SU(3)$ GRANICE U $SU(6)$ KVADRUPOLNO FONONSKOM HAMILTONIJANU*

H. Ajazaj, S. Brant i V. Paar**

Abstract

Sistematski je analizirano osjetljivost energetskog spektra prilikom varijacije jednog od SU(6) parametara od $SU(3)$ rotacione granice. Nađeno je da dominantnu ulogu igra član parnog anharmoniciteta h_{44}, koji je kvadratičan u najnižem redu, dok osjetljivost spektra u odnosu na neparne članove anharmoniciteta h_3 (kubičan u najnižem redu) i parnog člana anharmoniciteta h_2 je maleno.

1. UVOD

U najnovije vrijeme, mnogo je privukao pažnju kolektivni hamiltonijan sa $SU(6)$ simetrijom, kako za parne tako i za neparne sisteme. Postoje dvije ekvivalentne reprezentacije:

a) reprezentacija u kvadrupolnim fononima označava se kao:
   — *TQM* (truncated quadrupole phonon model) za parne sisteme [1],
   — *PTQM* (particle-truncated quadrupole phonon model) za neparne sisteme [2],

b) reprezentacija u s i d bozonima označava se kao:
   — *IBM* (Interacting boson model) za parne sisteme [3],
   — *IBFM* (Interacting boson-fermion model) za neparne sistme [4].

Kolektivni model sa $SU(6)$ simetrijom je u principu mikroskopske prirode. Kvadrupolno fononski hamiltonijan u $SU(6)$ simetriji (*TQM*), mikroskopski je izveden od Janssena, Dönaua i Jolosa [5]; njegovo mikroskopsko formuliranje također je promatrano u reprezentaciji s i d bozona[6—9].

* Ovaj rad je finansiran od Pokrajinske zajednice za naučni rad, SAP Kosova.
** Ovaj rad predstavlja deo disertacije.

S druge je strane, $SU(6)$ model u praktičnim primjenama fenomenološke prirode; većina praktičnih računa je provedeno (u *IBM* ili *TQM*) u graničnim simetrijama $SU(3)$ [10, 11], $SU(5)$ [10, 11] i $O(6)$ [12], kao i za prijelazne i realna jezgra upotrijebom fenomenoloških parametara.

Ekvivalencija [2, 12–16] *IBM*=*TQM* i *IBFM*=*PTQM*, je činjenica da $SU(6)$ kolektivni model je specijalni slučaj kolektivnog kvadrupolnog modela Bohra i Mottelsona, što se rijetko naglašava u publiciranoj literaturi. Većina praktičnih računanja provedeno je u *IBM*-u, no zbog ekvivalentne reprezentacije s i d bozona i kvadrupolne fononske reprezentacije, ove rezultate *IBM*-a mogu se u isto vrijeme interpretirati i rezultati kvadrupolnog fononskog modela *TQM*, tj. kao oživljenje kvadrupolno fononskog pristupa.

2. $SU(6)$ KVADRUPOLNO FONONSKI MODEL (*TQM*)

Kolektivni kvadrupolni hamiltonijan opisuje parne nuklearne sisteme u pet kvadrupolno kolektivnih varijabli $\alpha_{2\mu}$ i njima konjugiranih impulsa $\pi_{2\mu}$ [17]:

$$H_{BM}=T(\pi_{2\mu}, \alpha_{2\mu})+V(\alpha_{2\mu}), \tag{1}$$

gdje su $T(\pi_{2\mu}, \alpha_{2\mu})$ i $V(\alpha_{2\mu})$ kinetička i potencijalna energija nuklearnog sistema. Ovaj hamiltonijan može se na ekvivalentan način izraziti u operatorima stvaranja i poništenja kvadrupolnih fonona $b^+_{2\mu}$ i $b_{2\mu}$, tj.

$$H_{BM}=H(b^+_{2\mu}, b_{2\mu}) \tag{2}$$

U praktičnim primjenama, postoje dvije reprezentacije ove prirode: beskonačan razvoj po kvadrupolnim bozonima i konačna reprezentacija po kvadrupolnim bozonima.

Konačna reprezentacija po kvadrupolnim bozonima je specijalni tip hamiltonijana, koji je kvadratično invarijantan i izgrađen od operatora [1],

$$b^+_{2\mu}\sqrt{N-\hat{N}}, \sqrt{N-\hat{N}}\,\tilde{b}_{2\mu}, \quad b^+_{2\mu}\,\tilde{b}_{2\nu}. \tag{3}$$

gdje je $\hat{N}=\sum_{\mu} b^+_{2\mu}\, b_{2\mu}$ i N je cijelobrojni parametar.

Ukupan broj operatora je 35 i zadovoljavaju komutacione relacije $SU(6)$ algebre. Prema tomu, hamiltonijan koji je izgrađen od operatora (3) je karakteriziran $SU(6)$ simetrijom i oblika je:

$$H_{TQM}=H_0+h_1\hat{N}+h_2\{(b^+_2 b^+_2)_{(0)}\sqrt{(N-\hat{N})(N-\hat{N}-1)}+h.c.\}+$$
$$+h_3[(b^+_2 b^+_2\tilde{b}_2)_{(0)}\sqrt{N-\hat{N}}+h\cdot c.]+\sum_{L=0,2,4} h_{4L}[(b^+_2 b^+_2)_{(L)}(\tilde{b}_2\,\tilde{b}_2)_{(L)}]_{(0)}. \tag{4}$$

Faktor kvadratnog korijena pojavljuje se u onim anharmonicitetima, koji mijenjaju broj fonona; očito on ograničava maksimalni broj kvadrupolnih fonona na N. Zato se $SU(6)$ hamiltonijan (4) naziva odrezanim kvadrupolnim fononskim modelom (*TQN*).

$SU(6)$ kvadrupolni operator ima oblik

$$Q_{2\mu}=b^{+}_{2\mu}\sqrt{N-\hat{N}}+\sqrt{N-\hat{N}}\;\tilde{b}_{2\mu}+\chi\,(b^{+}_{2}\,\tilde{b}_{2})_{2\mu} \tag{5}$$

tj. on je bilinearna kombinacija infinitezimalnih generatora (3).

Treba napomenuti, da je u stvari svaki kvadrupolno fononski hamiltonijan odrezan, jer se dijagonalizacija vrši u odrezanom fononskom prostoru. Tako da, za uobičajeni bozonski razvoj, kvadrupolno fononski hamiltonijan je oblika

$$H=\theta^{+}\,(N+1-\hat{N})\cdot H_{BE}\,(b^{+}_{2\mu},\,b_{2\mu})\cdot\theta\,(N+1-\hat{N}) \tag{6}$$

sa

$$\theta\,(N_0-\hat{N})\,|n>=\begin{cases}|n>, & \text{za } n<N_0\\ 0, & \text{za } n\geq N_0\end{cases} \tag{7}$$

U odrezanom hamiltonijanu bozonskog razvoja miješanje fononskog prostora $\{|n>,\,n\leq N_m\}$ s ostatkom fononskog prostora može se isključiti ako se promatra hamiltonijan oblika

$$H_{BE}\,(b^{+}_{2\mu},\,b_{2\mu})=h_1\,\hat{N}+h_2\,\{(b^{+}_{2}\,b^{+}_{2})_{(0)}\,\theta\,(N-\hat{N})\cdot\theta\,(N-\hat{N}-1)+h\cdot c.\}+$$

$$+h_3\,[(b^{+}_{2}\,b^{+}_{2}\tilde{b}_{2})_{(0)}\cdot\theta\,(N-\hat{N})+h.c.\}+h'_3\,[(b^{+}_{2}\,b^{+}_{2}\,b^{+}_{2})_{(0)}\,\theta\,(N-\hat{N})$$

$$[\theta\,(N-\hat{N}-1)\,\theta\,(N-\hat{N}-2)+h.c.]+\sum_{L=0,2,4}h_{4L}\,[(b^{+}_{2}\,b^{+}_{2})_{(L)}\,(\tilde{b}_{2}\;\tilde{b}_{2})_{(L)}+\ldots \tag{8}$$

Ovdje je N maksimalan broj fonona uključen u fononskom prostoru dijagonalizacije. Prema tomu, fononski prostor H_{BE} u (8) je odrezan „step" funkcijom (operatorom) oblika $\theta\,(N-\hat{N})$, dok u $SU(6)$ kvadrupolno fononskom hamiltonijanu (4), fononski prostor je glatkije i odrezan funkcijom $\sqrt{N-\hat{N}}$.

Uspoređivanjem numeričkih rezultata dijagonalizacije H_{TQM} sa odgovarajućim rezultatima odrezanog hamiltonijana H_{BE} bozonskog razvoja do na četvrtog uz iste vrijednosti parametara N i $\{h_i\}$, vidi se da postoji veliki stupanj sličnosti[24]. Ovo s druge strane znači da hamiltonijan bozonskog razvoja H_{BE} je u ovom specijalnom slučaju aproksimativno karakteriziran sa $SU(6)$ simetrijom. Parametri hamiltonijana bozonskog razvoja u najnižem redu izčezavaju, tj.

$$h'_3=h'_{4L}=h''_{4L}=\ldots=0, \tag{9}$$

koji reflektiraju ograničenu važnost $SU(6)$ simetrije. Zbog toga, da bi se obezbedila konvergencija, tj. slaba ovinsost o daljnjem povećanju N, moralo se uzeti prilično velike vrijednosti za N (10—40) [22]. U limitu kada $N\to\infty$ dobili bi se rezultati koji odgovaraju egzaktnom rješenju diferencijalne jednadžbe Bohr-Mottelsonovog hamiltonijana.

Prednost $SU(6)$ simetrije je pojavljivanje tri graničnih simetrija koje dozvoljavaju analitičko riješenje:

(I) $SU(5)$ simetrija [10, 11], koja odgovara anharmoničkom kvadrupolnom vibratoru;

(II) $SU(3)$ simetrija [10, 11], koja odgovara aksijalnom rotoru sa degeneriranim β i γ vrpcama;

(III) $O(6)$ simetrija [12], koja odgovara γ-nestabilnom rotoru.

Kvalitativno ista će se situacija pojavljivati prilikom dijagonaliziranja hamiltonijana bozonskog razvoja sa odgovarajućom parametrizacijom.

3. EKVIVALENCIJA *TQM/IBM*

Ovdje ćemo ukratko ukazati na ekvivalenciju između *TQM*-a i *IBM*-a. Hamiltonijan sistema u *IBM* glasi [3]:

$$H_{IMB}=\varepsilon_s s^+s+\varepsilon_d \sum_m d_m^+ d_m+\frac{u_0}{2}[(s^+s)_{(0)}(ss)_{(0)}]_{(0)}+u_2[(d^+s^+)_{(2)}(\tilde{d}s)_{(2)}]_{(0)}+$$

$$+\frac{\tilde{v}_0}{\sqrt{2}}\{[(d^+d^+)_{(0)}(ss)_{(0)}]_{(0)}+h\cdot c.\}+\tilde{v}_2\{[(d^+d^+)_{(2)}(\tilde{d}s)_{(2)}]_{(0)}+h.c.\}+$$

$$+\sum_{L=0,2,4}\frac{\sqrt{2L+1}}{2}C_L[(d^+d^+)_{(L)}(\tilde{d}\,\tilde{d})_{(L)}]_{(0)}. \tag{10}$$

Potrebno je naglasiti da, pod ekvivalencijom *TQM/IBM* treba podrazumjevati ekvivalenciju matričnih elemenata i operatora samo na nivou reprezentacije. Ustvari, *IBM* i *TQM* su ekvivalentne reprezentacije $SU(6)$ grupe. Za $SU(6)$ grupu postoje dvije ekvivalentne reprezentacije u bozonima [18, 19]:

(1) Holstein-Primakoffljeva reprezentacija, koja se realizira samo jednim tipom bozona;

(2) Schwingerova reprezentacija realizirana pomoću dve vrste bozona, s i d bozona. Obje ove reprezentacije predstavljaju ekvivalentne bozonske reprezentacije $SU(6)$ grupe, pa su i odgovarajući modeli *TQM* i *IBM* ekvivalentni i povezane su unitarnim transformacijama [14–16]. Veza između operatora i matričnih elemenata dana je sa:

$$IBM\longleftrightarrow TQM$$

$$d_\mu^+\longleftrightarrow b_{2\mu}^+$$

$$s^+\longleftrightarrow\sqrt{N-\sum_\mu b_{2\mu}^+ b_{2\mu}}$$

$$\langle IBM|(s^+s+\sum_\mu d_\mu^+ d_\mu)|IBM\rangle=N\longleftrightarrow\langle TQM|(\sum_\mu b_2^+ b_{2\mu})|TQM\rangle\leq N, \tag{11}$$

za svaki vektor baze $|IBM\rangle$ i $|TQM\rangle$.

Veza između parametara ekvivalentnih oblika H_{TQM} i H_{IBM} je:

$$h_1=\varepsilon_d-\varepsilon_s+\frac{u_2}{\sqrt{5}}(N-1)$$

$$h_2=\frac{\tilde{v}}{\sqrt{2}} \tag{12}$$

$$h_{3L}=\tilde{v}_2$$

$$h_{4L}=\left(\frac{C_L}{2}-\frac{u_2}{\sqrt{5}}\right)\sqrt{2L+1}.$$

Parametar N je isti u *IBM* i *TQM*-u. U *IBM*-u on predstavlja ukupan broj s i d bozona, dok u *TQM*-u-maksimalan broj kvadrupolnih fonona sadržanih u bazi.

Ako se oba hamiltonijana tretiraju fenomenološki, tada sva svojstva simetrije i numerički rezultati su jednaki i iste analitičke relacije za granične simetrije (*SU* (3), *SU* (5), 0 (6)). Modeli su različiti na mirkoskopskom nivou. Dok, hamiltonijan *IBM* se kreće od interakcije između čestica, *TQM* hamiltonijan je izveden iz *BCS* hamiltonijana u kvačestičnoj reprezentaciji.

4. *SU* (3) GRANICA *TQM*-a I JEDNOPARAMETARSKO VARIRANJE

Općenito, *TQM* hamiltonijan (4) je dijagonaliziran u bazi kvadrupolnih fonona $|nvI\rangle$, gdje je n broj fonona, I totalni angularni moment i v su dodatni kvantni brojevi, koji služe za potpuno specificiranje n fononskih stanja. Za konkretni slučaj parametrizacije, dijagonalizacijom H_{TQM} dobijaju se vlastite vrijednosti E_i i vlastiti vektori u obliku:

$$|\varrho I\rangle=\sum_m d_{nv}^{(I)}|nvI\rangle. \tag{13}$$

Granični slučaj *SU* (3) simetrije *SU* (6) kolektivnog hamiltonijana istraživan je u literaturi [10] i *IBM* za s i d bozone [11]. Dobiveni spektar je rotacionog tipa, tj. organiziran je u vrpcama koje slijede energetsko pravilo $I(I+1)$ sa degeneriranim β i γ vrpcama. Ove vrpce su „rezane" na vrijednostima angularnog momenta $I=2N$, i $B(E2)$ vrijednosti se postupno približavaju vrijednostima, koje se dobijaju u konvencionalnom rotacionom modelu [17]. U granici $N\to\infty$ dobijaju se rotaciona stanja Bohr-Mottelsonovog modela sa degeneriranim β i γ vrpcama.

Hamiltonijan H_{TQM} u *SU* (6) simetriji reducira se u *SU* (3) simetriji izborom parametara [10]:

$$\begin{aligned}
h_1&=0.6\,\beta+0.1\,(4.25-2N)\,\alpha\\
h_2&=-0.1\sqrt{5}\,\alpha\\
h_3&=-0.1\sqrt{35}\,\alpha\\
h_{40}&=0.025\,\alpha-0.6\,\beta\\
h_{42}&=\frac{19}{80}\sqrt{5}\,\alpha-0.3\sqrt{5}\cdot\beta\\
h_{44}&=0.45\,\alpha+1.2\,\beta
\end{aligned} \tag{14}$$

tj. ovi parametri su izraženi samo preko dva slobodna parametara α i β.

U ovom slučaju H_{TQM} (4) prima oblik:

$$H_{TQM}[SU(3)]=\alpha\frac{\sqrt{5}}{10}(Q_2\cdot Q_2)_{(0)}+\beta\frac{\sqrt{3}}{10}(I_1\cdot I_1)_{(0)} \tag{15}$$

sa

$$Q_{2\mu}=b_\mu^+\sqrt{N-\hat{N}}+\sqrt{N-\hat{N}}\,\tilde{b}_{2\mu}+\frac{\sqrt{7}}{2}(b_2^+\,b_2)_{2\mu} \tag{16}$$

$$I_{1\mu}=\sqrt{10}\,(b_2^+\,\tilde{b}_2)_{1\mu}. \tag{17}$$

Na slici 1. prikazan je rezultat dijagonalizcije H_{TQM} [$(SU(3)]$ za tipičnu parametrizaciju $\alpha=0{,}1$ i $\beta=0.1$, $N=7$ fonona i

$$\begin{aligned} h_1&=0.0225\\ h_2&=-0.022361\\ h_3&=-0.05916\\ h_{40}&=-0.1175\\ h_{42}&=-0.08106\\ h_{44}&=0.285 \end{aligned} \tag{18}$$

Ovu parametrizaciju nazvat ćemo „$SU(3)$ parametrizacija". Spektar se sastoji od niza odrezanih rotacionih vrpci s jednakim momentima inercije. Svaka vrpca je karakterizirana kvantnim brojevima (λ, μ, K). Brojevi λ i μ su pozitivni cijeli brojevi, koji karakteriziraju ireducibilnu reprezentaciju grupe $SU(3)$ i pripada simetričnoj reprezentaciji $SU(6)$ grupe. K-je dodatni kvantni broj i podudara se s minimalnim spinom vrpce s vrijednostima $K=\mu, \mu-2, \mu-4, \ldots, 0$. Vrpca osnovnog stanja ($\lambda=2N$, $\mu=0$, $K=0$) je praćena degeneriranim vrpcama ($2N-4$, 2,0) i ($2N-4$, 2,2); koje se označavaju sa β i γ vrpca, u analogiji s Bohr-Mottelsonovim modelom.

$SU(3)$ valne funkcije ovise samo o N i neovisne su o α i β, što se dade vidjeti iz valnih funkcija dobivene dijagonalizacijom. Ustvari, valnu funkciju vrpce osnovnog stanja možemo je prikazati u obliku:

$$\underset{0}{L}\rangle_{GSB}=\sum_{n=0}^{N}\sum_{v}A_{nvI}^{\text{norm}}\,|\,nvI\rangle, \tag{19}$$

gdje je A_{nvI}^{norm} amplituda dana u analitičkom obliku [25].

Pokazalo se da, u slučaju rotacione granice ($SU(3)$ simetrije) spektar tipa Sl. 1 ostaje u velikoj mjeri sačuvan i kada se udaljavamo od $SU(3)$ simetrije. Da bismo istraživali u kojoj mjeri je $SU(3)$ simetrija poremećena kod parno-parnih jezgri, istraživan je energetski spektar, elektromagnetska svojstva i promjena nuklearnog potencijala prilikom variranja jednog parametra od ukupnih šest $\{h_1, h_2, h_3, h_{40}, h_{42}, h_{44}\}$. Za svaku vrijednost parametara $\{h_i\}$, promatrana su dva granična slučaja:

$$\begin{aligned} &\text{(a) slučaj } h_i=0,\\ &\text{(b) slučaj } h_i\to\pm\infty, \end{aligned} \tag{20}$$

npr. $h_3=0$ znači parametrizaciju za koju je samo $h_3=0$, dok svi ostali zadržani su u $SU(3)$ granici (18). Iz praktičnih razloga parametrizacija $h_i \to \infty$ uzeta je $h_i=1000$.

Osobita je pažnja posvećena identifikaciji nižih vrpci energetskog spektra (Osnovne (g), beta i gama vrpce). Pri tome su korištene tri metode:

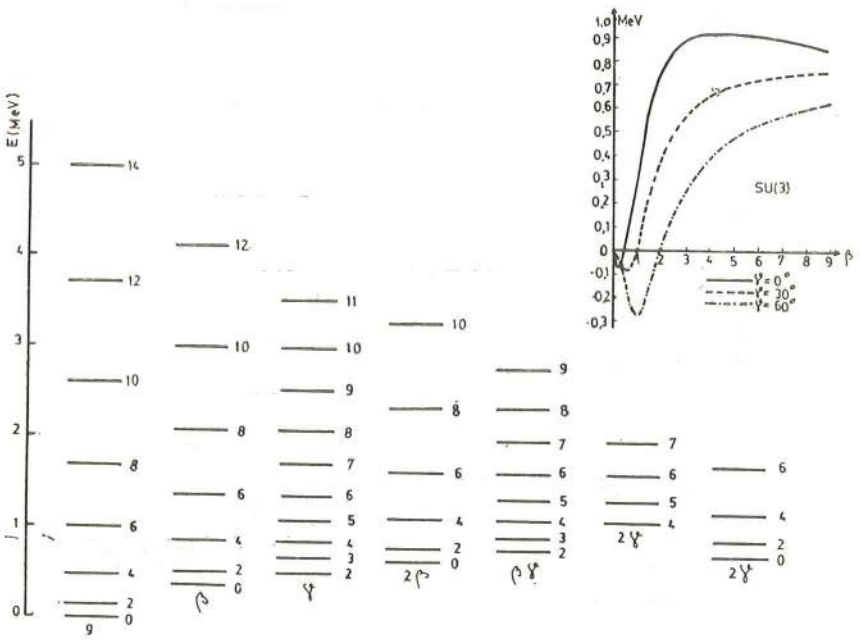
a) energija izračunatih stanja
b) jake $B(E2)$ vrijednosti za $E2$ prijelaze unutar svake vrpce
c) podudarnost faznih korelacija svake vrpce.

Kriterij c) je uveden po prvi put u ovim istraživanjima i pokazalo se da dobro funkcionira. Ovaj kriterij u nekim slučajevima služio je kao jedino mogući u identifikaciji vrpci, dok u nekim slučajevima on uopće ne funkcionira. U tom slučaju korištena su $B(E2)$ pravila.

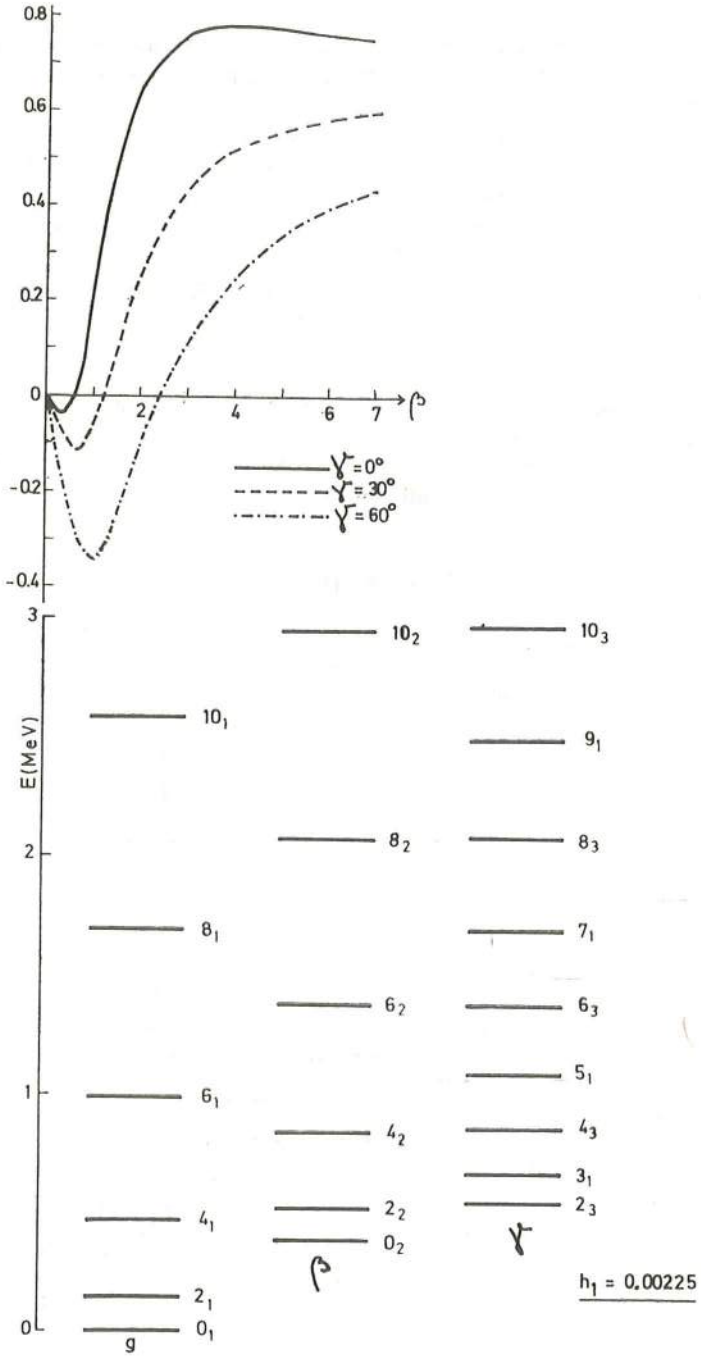
U radu su priložene mali broj slika, ali koje na najbolji način ilustriraju rezultat variranja jednog parametra od $SU(3)$ granice. Uz svaku sliku je priložen i oblik nuklearnog potencijala $V(N, \beta, \gamma)$ za $\beta>0$. Analitički izraz $V(N, \beta, \gamma)$ nije dan u ovom radu.

5. ZAKLJUČAK

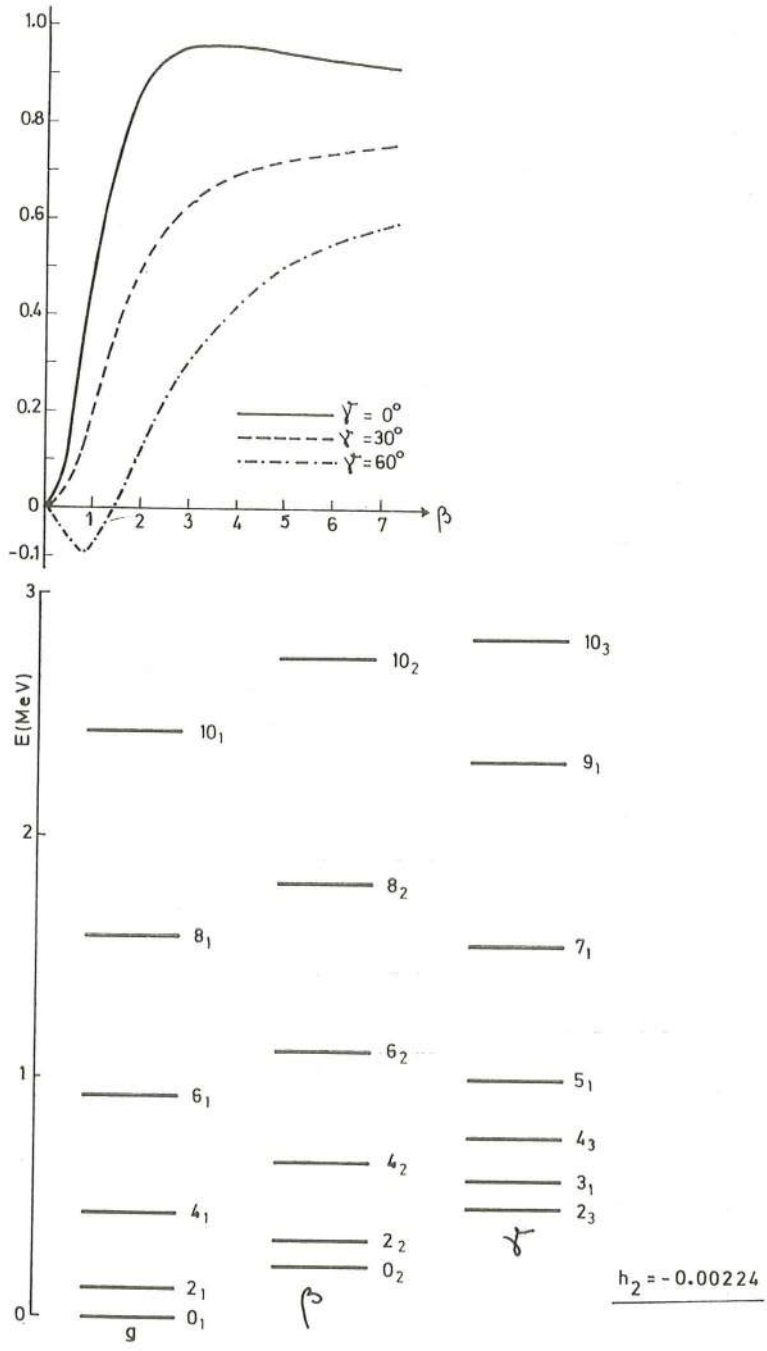
U graničnom prijelazu-rotaciona $SU(3)$ granica, postoje samo tri slobodna parametra $N_{\max}$, α i β, dok sve ostale parametre H_{TQM} možemo ih linearno izraziti preko njih. Dominantnu ulogu igraju anharmoniciteti viših



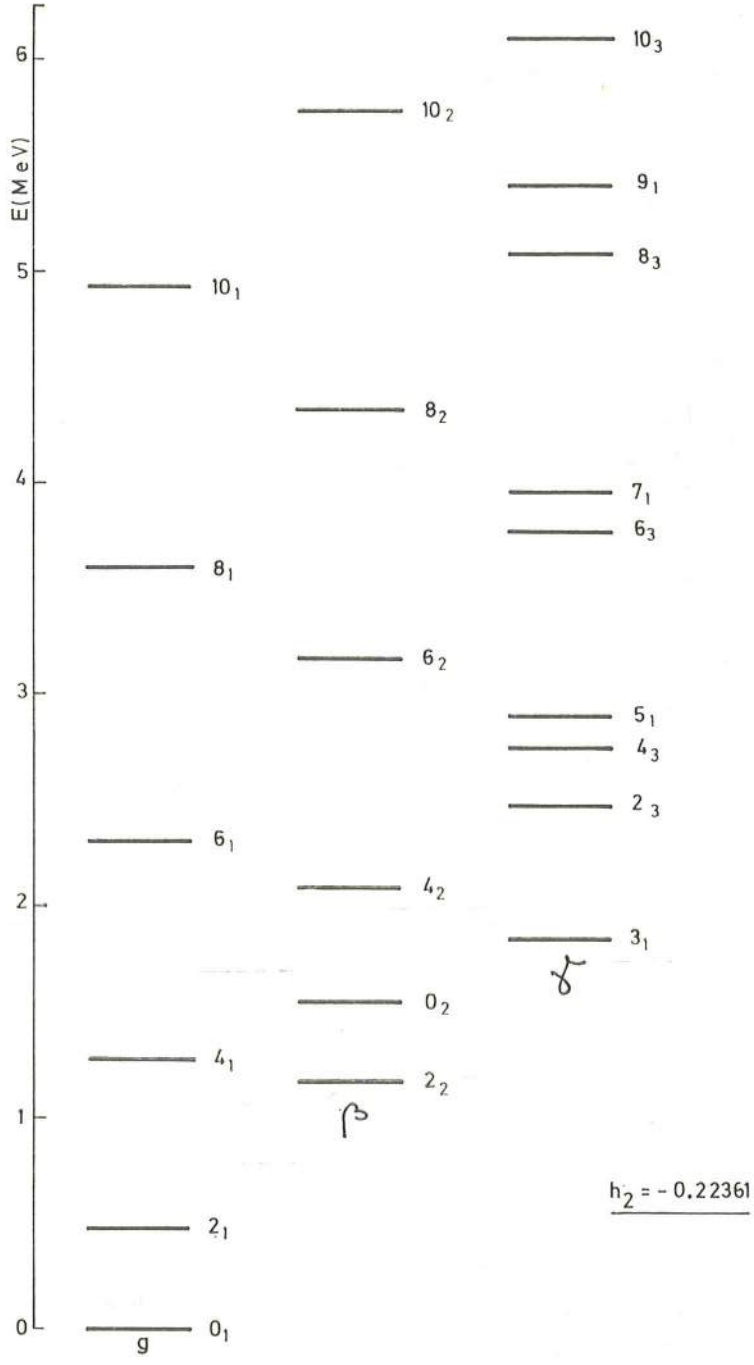
Slika 1


0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
2
4
6
7
β
γ = 0°
γ = 30°
γ = 60°
E(MeV)
3
2
1
0
10₂
10₃
10₁
9₁
8₂
8₃
8₁
7₁
6₂
6₃
6₁
5₁
4₂
4₃
4₁
3₁
2₂
2₃
2₁
0₂
0₁
g
β
γ
h₁ = 0.00225

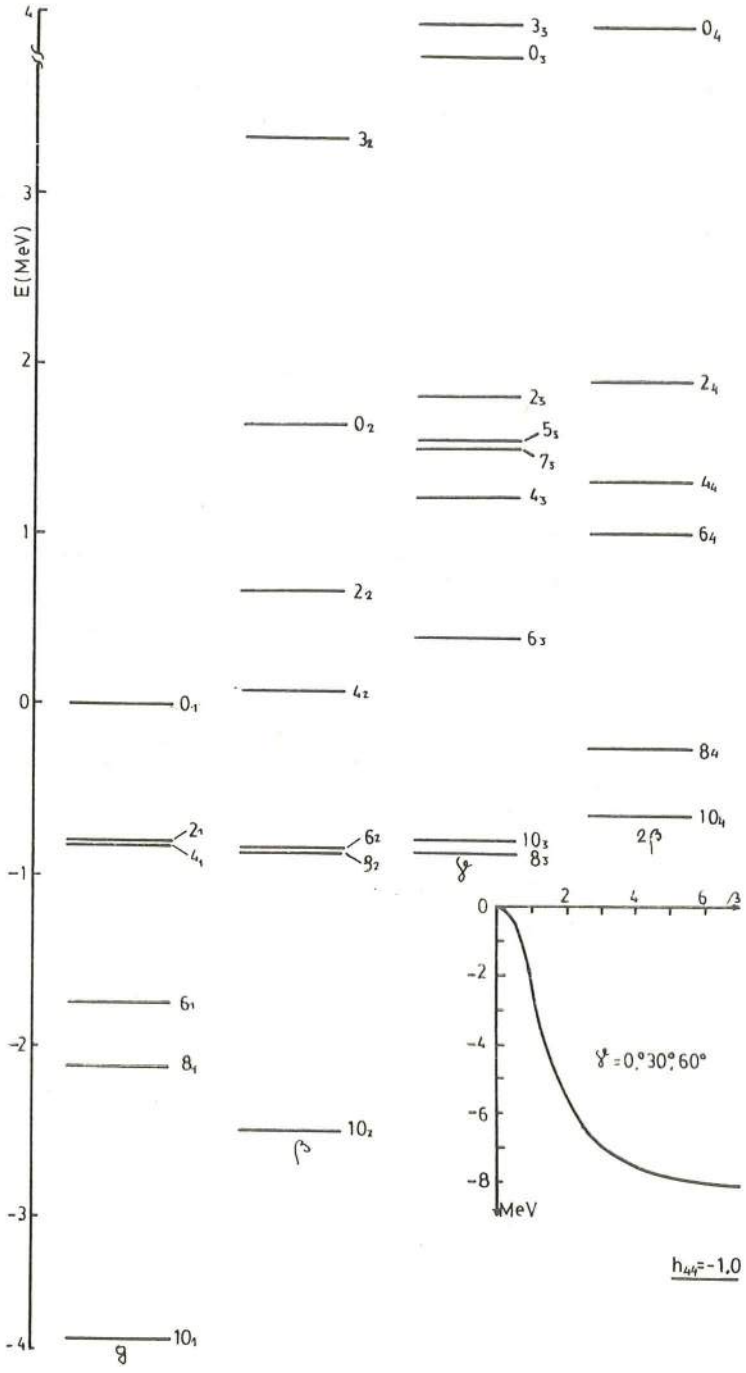
Slika 2


1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.1
1
2
3
4
5
6
7
β
γ = 0°
γ =30°
γ=60°
E(MeV)
3
2
1
0
10₃
10₂
10₁
9₁
8₂
8₁
7₁
6₂
6₁
5₁
4₃
4₂
4₁
3₁
2₃
2₂
2₁
0₂
0₁
g
β
γ
h₂ = - 0.00224

Slika 3


E(MeV)
0
1
2
3
4
5
6
g
β
γ
0_1
2_1
4_1
6_1
8_1
10_1
0_2
2_2
4_2
6_2
8_2
10_2
3_1
5_1
4_3
2_3
7_1
6_3
9_1
8_3
10_3
$h_2 = -0.22361$

Slika 4


E(MeV)
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
3_3
0_3
0_4
3_2
2_3
2_4
0_2
5_3
7_3
4_3
4_4
6_4
2_2
6_3
4_2
0_1
8_4
10_4
2_1
4_1
6_2
8_2
10_3
8_3
6_1
8_1
10_2
10_1
2
4
6
β
0
-2
-4
-6
-8
MeV
γ = 0°, 30°, 60°
h_{44}=-1,0

Slika 5

redova (točnije četvrtog reda) sa intermedijarnim momentima impulsa $L=0, 2, 4$. i da je najvažniji je onaj koji je sadržan u članu h_{44} i koji na veoma osjetan način djeluje na energetski spektar, elektromagnetske osobine i nuklearni potencijal.

Istraživana je stabilnost bozonskog sistema u odnosu na variranje jednog parametra i granice koje vode na inverziju vrpčaste strukture, što reflektira raspad bozonskog sistema. Isto tako utvrđena je korelacija između tipa krivulje potencijalne energije i odstupanja vrpčaste strukture od $SU(3)$.

REFERENCE

[1]. D. Janssen, R. V. Jolos and F. Dönau, Nucl. Phys. **A224** (1974) 93.
[2]. V. Paar, *Inst. Phys.* Conf. Ser. 49 (1980) 53; V. Paar, S. Brant, L. F. Canto, G. Leander and M. Vouk, *to be published.*
[3]. A. Arima and F. Iachello, *Phys. Pev. Lett.* **35** (1975) 1069.
[4]. F. Iachello and O. Scholten, *Phys. Rev. Lett.* **43** (1979) 679.
[5]. R. V. Jolos, F. Dönau and D. Janssen, *Teor. Mat. Fys.* **20** (1974) 112.
[6]. T. Otsuka, *in Interacting Bosons in Nuclear Physics*, ed. F. Iachello, Plenum Press, New York, 1979, p. 93.
[7]. A. Arima, T. Otsuka, F. Iachello and I. Talmi, *Phys. Lett.* **66B** (1977) 205.
[8]. D. R. Bes and R. A. Broglia, *in Interacting Bosons in Nuclear Physics*, ed. F. Iachello (Plenum Press, N. York, 1979) p. 143.
[9]. R. A. Broglia, K. Matsuyanagi, H. Sofia and A. Vitturi, *Nucl. Phys.* **A348** (1980) 2.
10]. R. V. Jolos, F. Dönau and D. Janssen, *Yad. Fiz.* **22** (1975) 965.
11]. A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.* **111** (1978) 201.
12]. A. Arima and F. Iachello, *Ann. Phys.* **123** (1979) 468.
[13]. R. Jolos, F. Dönau and D. Janssen, P4-8077, JINR, Dubna (1974).
[14]. V. Paar, *in Interacting Bosons on Nuclear Physics*, ed. F. Iachello, Plenum Press, N. York, 1979, p. 163.
[15]. V. Paar, *in Future Directions in Studies of Nuclei Far From Stability*, ed. J. H. Hamilton et al. (North-Holland, Amsterdam, 1980) p. 15.
[16]. G. Kyrchev, *Nucl. Phys.* **A349** (1980) 416.
[17]. A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure* (Benjamin, New York, 1975) Vol. II.
[18]. T. Holstein and H. Primakoff, *Phys. Rev.* **58** (1940) 1098.
[19]. J. Schwinger, *in The Quantum Theory of Angular Momentum*, eds. L. C. Biedenharn and H. Van Dam, (Academic Press, N. York, 1962), p. 229.
[20]. G. Baird and L. C. Biedenharn, *J. Math. Phys.* **4** (1963) 1449.
[21]. Y. K. Gambhir, A. Rimini and T. Weber, *Phys. Rev.* **188** (1969) 1573.
[22]. G. Gneuss and W. Greiner, *Nucl. Phys.* **A143** (1970) 623.
[23]. D. Bes and G. G. Dussel, *Nucl. Phys.* A143 (1980) 623.
[24]. S. Brant and V. Paar, *to be published.*
[25]. L. F. Canto and V. Paar, *Phys. Lett.*, 102B (1984) 217.

ONE-PARAMETER DEVIATION FROM $SU(3)$ LIMIT OF $SU(6)$ QUADRUPOLE PHONON HAMILTONIAN

H. Ajazaj S. Brant and *V. Paar*,

Summary

Sistematic study of sensitivity of the energy spectra with the deviation of each one the $SU(6)$ parameters from the rotational limit is performed. It is found that the most

important is the even-order anharmonicity h_{44}, which is quadratic in the lowest order, while the sensitivity to the odd-order anharmonicity h_3 (cubic in the lowest order) and even-order anharmonicity h_2 (quadratic in the lowest order) is low.

SHMANGËJET NJËPARAMETRIKE NGA *SU* (3) I HAMILTONIANIT KUADRUPOLAR FONONIAN ME SIMETRI SU (6)

H. Ajazaj, S. Brant dhe V. Paar

Resume

Në këtë punim në mënyrë sistematike është analizuar ndjeshmëria e spektrit energjetik me rastin e ndrrimit të një parametri të *SU*(6) nga simetria rrotulluese kufitare *SU*(3). Është përcaktuar se rol domonant ka antari me anharmonicitet çif h_{44}, i cili është kuadratik në rendin më të ultë, kurse ndjeshmëeria e spektrit ndaj antarit tek të anharmonicitetit h_3 (kubik në rendin më të ultë) dhe antarit çift të anharmonicitetit h_2 është i vogël.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbofnik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (85 — 99)

ELASTIČNO RASPRŠENJE PROTONA VISOKIH ENERGIJA NA JEZGRI— ^{4}He

H. Ajazaj

Abstract

U radu je primjenjena Glauberova teorija višestrukog raspršenja hadrona na jezgru ^{4}He i pomoću nje su računate diferencijalni udarni presjeci pri energiji upadnih protona (0,6—24) BeV. Računate vrijednosti su u zadovoljavajućoj suglasnosti s eksperimentalnim mjerenjima do na vrijednosti transfer impulsa $q=2{,}2\text{fm}^{-1}$. Dva su efekta uzeta u obzir: utjecaj gibanja centra mase i spisnski efekti, dok su svi ostali zanemareni.

1. UVOD

Pri interakciji s jezgrom, čestice visokih energija se raspršuju elastično odnosno neelastično, a također mogu izazvati i nuklearne reakcije. Informacije, koje se pri tome dobijaju su vrlo zanimljive. Poznato je da se, u području visokih energija, metoda parcijalnih valova ne može primjeniti i to uglavnom zbog ovih razloga:

a) Kako energija raste, veliki broj parcijalnih valova mora se uzeti u obzir, a to otežava analiziranje problema.

b) Udarni presjeci su vrlo maleni na velikim kutovima raspršenja u odnosu na one blizu smjera prema naprijed. To nas navodi na mišljenje da se u tom području dešavaju velika poništenja između različitih parcijalnih valova.

Zbog osobine b), raspršenja na visokim energijama su difrakcione prirode, te su zato i koncentrirane u smjeru prema naprijed.

Teorija raspršenja čestica visokih energija poznata je kao eikonalna aproksimacija, koja pokriva ono područje koje nije obuhvaćeno niti Bornovm niti WKB aproksimacijom, te kao takva je vrlo moćna metoda za analiziranje visokoenergetskih proces raspršenja [1].

Pomoću eikonalne reprezentacije amplitude raspršenja izračunati su niz diferencijalnih udarnih presjeka za p–^{4}He u području energije (0.6—24) BeV. U ovim izrazima, parametrizacija dvočestične amplitude raspršenja odabrana je tako da, odgovara optičkom modelu za difrakciona raspršenja. Dok, gustoća jezgre ^{4}He parametrizirana je uz pretpostavku da nuklearni formfaktor slijedi istu strukturu kao i elektromagnetski.

Za razliku od polinomijalne metode [3—7], upotrebljena je metoda nuklearnog formfaktora, koja se čini dosta približna. To je zato što, ova metoda ima u sebi prilično velik broj parametara, i neki od njih ulaze u teoriju kao kvadrati, te se ne može suditi o njihovoj relativnoj fazi, a time i o prirodi interrencija.

2. EIKONALNA REPREZENTACIJA AMPLITUDE RASPRESENJA

Aproksimativna valna funkcija raspršenja čestice visoke energije E u potencijalu $V(r)$ je oblika [1].

$$\psi(x, y, z) = e^{ikz - \frac{i}{\hbar v}\int_{-\infty}^{z} V(x, y, z')\, dz'} \tag{2.1}$$

Smjer gibanja čestica je odabrana os z. Iako valna funkcija (2.1) nije korektna svugdje unutar potencijala, ipak ona je dovoljna za računanje amplitude raspršenja.

U situacijama koje želimo promatrati zahtijevamo da budu ispunjeni uvjeti

$$ka \gg 1 \quad \text{i} \quad V/E \ll 1. \tag{2.2}$$

koje definiraju područje raspršenja prema naprijed, odnosno prema malim kutovima.

Ravnina raspršenja je određena vektorom $\vec{k}$ u smjeru pozitivne z-ose i vektorom $\vec{b}$, koji leži u ravnini okomitoj na z-osu (to je zapravo klasični parametar sudara). Bilo koji vektor $\vec{r}$ može se rastaviti na dvije komponente $\vec{r} = \vec{b} + \hat{k}z$, gdje je $\hat{k}$ jedinični vektor u smjeru $\vec{k}$. Tada izraz (2.1) može se napisati u obliku:

$$\psi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r} - \frac{i}{\hbar v}\int_{-\infty}^{z} V(\vec{b} + \hat{k}z')\, dz'} \tag{2.3}$$

koji, ako se uvrsti u formuli raspršenja u Bornovoj aproksimaciji, dobija se

$$f(\vec{k}', \vec{k}) = -\frac{m}{2\pi\hbar^2}\int e^{i\vec{k}'\vec{r}}\, V(\vec{r})\, e^{i\vec{k}\vec{r} - \frac{i}{\hbar v}\int_{-\infty}^{z} V(\vec{b} + kz')\, dz'}\, d^2b.$$

u kojem je $d^2b = bdbd\varphi$ i predstavlja dvodimenzionalnu integraciju. Ako se ograničimo na malim kutovima raspršenja, tj. $(1 - \cos\theta)\, ka \sim \theta^2 ka \ll 1$, tada amplituda raspršenaja dobija oblik

$$f(\vec{k}', \vec{k}) = \frac{ik}{2\pi} \int e^{i(\vec{K}-\vec{k}')\vec{b}} \left[1 - e^{-\frac{i}{\hbar v}\int_{-\infty}^{z} V(\vec{b}+\hat{k}z')\,dz'}\right] d^2b. \qquad (2.4)$$

što predstavlja eikonalnu reprezentaciju amplitude raspršenja. To je osnovni rezultat i tumačimo ga na slijedeći način: svaki dio ravnog vala pretrpi pomak u fazi koji je karakterističan za taj put.

U visokoenergetskom području, valna dužina upadne čestice je mnogo manja od dosega njene interakcije sa nukleonima jezgre. U tom slučaju, fazni pomaci sa relativno velikim vrijednostima orbitalnog momenta, različiti su od nule. Parcijalni valovi se međusobnom interferencijom vode na kutnu raspodjelu, koja ima oštar vrh prema naprijed. Budući da, interakcija upadne čestice sa nukleonima jezgre mete neće imati sfernu simteriju, moramo se koristit najopćenitijim oblikom amplitude raspršenja, tj.

$$f(\vec{k}', \vec{k}) = \frac{ik}{2\pi} \int e^{i\vec{q}\vec{b}} \Gamma(\vec{b}) d^2b, \qquad (2.5)$$

gdje smo označili sa

$$\Gamma(\vec{b}) = 1 - e^{\chi i(\vec{b})}, \qquad (2.6)$$

profilnu funkciju, i sa

$$\chi(\vec{b}) = -\frac{1}{\hbar v} \int_{-\infty}^{\infty} V(\vec{b}+\vec{z})\,dz. \qquad (2.7)$$

Gore navedene relacije opisuju raspršenje upadne čestice i jezgre u sistemu CM. Dok, u LAB-sistemu, upadna čestica predaje izvesnu energiju uzmaka česticama u jezgri, koja je proporcionalna kvadratu transfer impulsa $\vec{q} = \vec{k} - \vec{k}'$. Ova energija je mala za raspršenja u smjeru prema naprijed, i nju možemo je zanemariti. U tom slučaju vrijedi $|\vec{k}'| = |\vec{k}|$.

3. VIŠESTRUKA RASPRŠENJA

Tretiranje raspršenja, pomoću eikonalne aproksimacije, u višečestičnim sistemima, zahtijeva da se međudjelovanje upadne čestice i čestice u jezgri bude oblika koji se može izračunati pomenutom aproksimacijom. U tom slučaju raspršenja na vešečestičnim sistemima se svodi na raspršenja na jednoj vezanoj čestici. Valnu funkciju sistema označit ćemo sa $\Phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_A)$. Ako još pretpostavimo da, upadna čestica interagira sa nukleonima samo dvočestičnim silama, tada fazni pomak $\chi_{tot}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_A)$ biti dan sumom dvočestičnih faznih pomaka. Prilikom prolaza brze čestice, gibanje nukleona unutar jezgre može se zanemariti. Komponente koordinata $\{\vec{r}_A\}$ koje su oko-

mite na smjer upada (tj. paralelne s ravninom koja sadrži parametar sudara $\vec{b}$) označimo ih sa: $\vec{s}_1, \vec{s}_2, \ldots, \vec{s}_A$. Ukupni fazni pomak je tada oblika

$$\chi_{tot}(\vec{b}; \vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_A) = \sum_{j=1}^{A} \chi_j(\vec{b} - \vec{s}_j), \tag{3.1}$$

dok, profilna funkcija Γ_{tot} za cijeli sistem nukleona bit će

$$\Gamma_{tot}(\vec{b}; \vec{r}_1 \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_A) = 1 - exp\,[i \sum_{j=1}^{A} \chi_j(\vec{b} - \vec{s}_j)]. \tag{3.2}$$

Nukleoni u jezgrama nisu fiksirani u položajima $(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_A)$, nego se gibaju u početnom stanju jezgre, tako da su manje-više slobodni za uzmak. Tada, Γ_{tot} u (3.2) možemo smatrati kao operator, koji inducira promjenu u stanjima jezgre.

Zato ćemo definirati nukleonske operatore u obliku

$$\Gamma_j = 1 - e_i \chi_j(\vec{b}) \tag{3.3}$$

i operatore jezgre mete od A nukleona

$$\Gamma_A(\vec{b}; \vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_A) = 1 - e^{i\chi_A(\vec{b}; \vec{r}_1, \vec{r}_2, \ldots, \vec{r}_A)} \tag{3.4}$$

Odavde se dobija zakon slaganja profilnih funkcija u obliku

$$\Gamma_A(\vec{b}; \vec{r}_A) = 1 - \prod_{j=1}^{A} [1 - \Gamma_j(\vec{b} - \vec{s}_j)]. \tag{3.5}$$

Razvojem produkata u ovom izrazu, dobija se

$$\Gamma_A(\vec{b}; \vec{r}_A) = \sum_j \Gamma_j(\vec{b} - \vec{s}_j) - \sum_{j \neq k} \Gamma_j(\vec{b} - \vec{s}_j)\,\Gamma_k(\vec{b} - \vec{s}_k) + \sum_{j \neq k \neq l} \Gamma_j \Gamma_k \Gamma_l \ldots \tag{3.6}$$

tzv. razvoj višestrukog raspršenja, koji predstavlja osnovu difrakcione teorije raspršenaja. Prema ovoj teoriji, fazni se pomaci zbrajaju a ne amplitude raspršenja.

Amplituda raspršenja za određeni nuklearni prijelaz iz stanja $|i\rangle$ u stanje $|f\rangle$, je dan matričnim elementom izraza (2.5)

$$F_{fi}(\vec{k}', \vec{k}) = \frac{ik}{2\pi} \int e^{i\vec{q}\vec{b}} \langle\langle f | \Gamma_{tot}(\vec{b}; \vec{r}_A) | i \rangle d^2 b. \tag{3.7}$$

Ako se u početnim $|i\rangle$ i konačnim stanjima $|f\rangle$ uključuju i efekti gibanja centra mase, onda amplituda (3.7) sadrži kao faktor trodimenzionalnu δ-funkciju [2], tj.

$$F_{fi}(\vec{k}', \vec{k}) = \frac{ik}{2\pi} \int e^{i\vec{q}\vec{b}} d^2 b \int \Phi_f^*(\vec{r}_j)\,\Gamma_{tot}(\vec{b}; \vec{r}_A)\,\Phi_i(\vec{r}_j)\,\delta(A^{-1} \sum_j \vec{r}_j) \cdot \prod_{j=1}^{A} d\vec{r}_j. \tag{3.8}$$

U sistemu s A nukleona izraz (3.8) završava sa A-strukim raspršenjem.

4. UTJECAJ GIBANJA CENTRA MASE NA KUTNU RASPODJELU

Efekat gibanja *CM* može se tretirati na nekoliko načina. Ovdje ćemo ga uključiti na taj način da bi smo što bolje predvidjeli prvi difrakcioni minimum i drugi difrakcioni maksimum. Zato ćemo ovdje dati jedan drugi način uračunavanja efekta *CM* od onoga koga su dali Bassel i Wilkin [3].

U sistemu *CM*, valna funkcija cijelog sistema može se prikazati kao produkt

$$\Psi_i(\{\vec{r}_j\}) = \Phi_c(\vec{R})\,\varphi_i(\vec{r}_j) \tag{4.1}$$

gdje je

$$\vec{R} = \frac{1}{A}\sum_{j=1}^{A}\vec{r}_j \tag{4.2}$$

vektor centra mase.

Amplituda elastičnog raspršenja nukleona na jezgri, u kojem su uključeni i efekti gibanja centra mase, dobija oblik

$$F(\vec{q}) = \left(\frac{ik}{2\pi}\right) K(q) \int e^{i\vec{q}\vec{b}}\{1-[1-A\int \Gamma(\vec{b}-\vec{s})\rho(\vec{r})d\vec{r}]\}d^2\vec{b}, \tag{4.3}$$

gdje je $K(q) = exp\left[\frac{q^2}{6A}\langle r^2\rangle\right]$ faktor korekcije zbog gibanja centra mase.

Izraz (4.3) može se još napisati i u obliku

$$F(q) = \left(\frac{ik}{2\pi}\right) AK(q) \int e^{i\vec{q}\vec{b}}\left(\int \Gamma(\vec{b}-\vec{s})\,\rho(\vec{r})d\vec{r}\right) d^2\vec{b}. \tag{4.4}$$

Uz pretpostavku da funkcija gustoće $\rho(\vec{r})$ lagano varira unutar volumena jezgre, omogućava nas da približno izračunamo integral u (4.4) [2,4].

$$\int \Gamma(\vec{b}-\vec{r})\,\rho(\vec{r})\,d\vec{r} = T_c(b) + \vec{\sigma}(\vec{b}\times\vec{k})T_s, \tag{4.5}$$

gdje smo pretpostavili da je potencijal oblika

$$V(\vec{r}) = V_c(\vec{r}) + V_s(\vec{r})(\vec{\sigma}_1+\vec{\sigma}_2)L + V_0(\vec{r})\,\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2 \tag{4.6}$$

i uveli oznake $\vec{\sigma} = \vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2$ dok, $T_c(b)$ i $T_s(b)$ su dani izrazima

$$T_c(b) = \frac{1}{ik}\int J_0(qb)\,A(q)\,S(q)\,qdq \tag{4.7}$$

$$T_s(b) = \frac{1}{k}\int J_1(qb)\,C(q)\,S(q)\,qdq, \tag{4.8}$$

gdje su $A(q)$ i $C(q)$ amplitude raspršenja u centralnom potencijalu, i spinski ovisnom dijelu, dok $S(q)$ predstavlja nuklearni formfaktor.

5. PARAMETRIZACIJA AMPLITUDE I GUSTOĆE

Dvočestičnu amplitudu raspršenja na visokim energijama, moguće je parametrizirati zbog svoje dvije karakterisične osobine: postojanje oštrog difrakcionog vrha prema naprijed i dominantnost imaginarnog dijela amplitude. Ove osobine zajedno sa optičkim teoermom vode na slijedeći oblik $N-N$ amplitude

$$f_j(q)=\left(\frac{k\sigma_T}{2\pi}\right)(i+\alpha)\, e^{-aq^2}, \tag{5.1}$$

gdje se σ, α i a uzimaju srednje vrijednosti.

Najopćenitiji oblik interakcije sadrži pet amplituda [6], ali se obično zadrže samo dvije u matrici raspršenja $M(q)$,

$$M(q)=A(q)+\vec{n}\,(\vec{\sigma}_1+\vec{\sigma}_2)\,C(q), \tag{5.2}$$

gdje je

$$\vec{n}=\frac{\vec{k}_i x \vec{k}_f}{\left|\vec{k}_i x \vec{k}_f\right|} \tag{5.3}$$

jedinični vektor okomit na ravnini raspršenja.

Amplitude $A(q)$ i $C(q)$ parametriziraju se u takvom obliku koji sugerira optički teorem za difrakciona raspršenja [5], i to za spinski neovisni dio

$$A(q)=\left(\frac{k\sigma_T}{4\pi}\right)(i+\alpha)\, e^{-\frac{1}{2}\beta q^2} \tag{5.4}$$

i za spinski ovisni dio oblika

$$C(q)=\left(\frac{k\sigma_T}{4\pi}\right) \mathrm{i}\,\sqrt{\frac{q^2}{4M^2}}\,(i+\alpha_s)\, D_s e^{-\frac{1}{2}\beta_s q^2} \tag{5.5}$$

U ovim izrazima su σ_T totalni udarni presjek, α (α_s) je odnos realnog i imaginarnog dijela amplitude, β (β_s) je parametar nagiba D_s je relativna jačina spinska amplitude a M je masa protona.

Amplitude $A(q)$ i $C(q)$ su uzete iz eksperimenata $p-p$ i $p-n$ raspršenja uz pretpostavku da je $C_{pp}(q)=C_{pn}(q)$.

Na tabeli br. 1, dane su srednje vrijednosti parametara i amplituda $A(q)$ i $C(q)$ na različitim energijama.

Valne funkcije $|i>$ i $|f>$ su uzete iz modela ljusaka sa dobro odabranim parametrima.

U našem slučaju, gustoću, koju ćemo upotrijebiti za osnovno stanje jezgre ^{4}He je jednočestična

$$\rho(r)=N\,(e^{-\mu_1^2 r^2}-De^{-\mu_2^2 r^2}), \tag{5.6}$$

Tabela 1.

T_{lab} (BeV)	$A(q)$			$C(q)$		
	$\sigma_T(fm^2)$	α	$\beta(fm^2)$	α_s	$\beta_s(fm^2)$	D_s
0.587	3.70	−0.10	0,12	1.0	0.6	3.0
0.720	4.24	−0.13	0.175	0.8	0.6	2.5
1.05	4.40	−0.27	0.25	0.7	0.6	2.3
1.15	4.45	−0.3	0.25	0.7	0.6	2.3
24.0	3.95	−0.2	0.40			

sa vrijednostima parametara $\mu_1^2=0.56$, $\mu_2^2=5.0$ i $D=0.48$. koji su tako odabrani da reproduciraju elektromagnetski formfatkor ^{4}He. Tada za nuklearni formfaktor dobija se slijedeći izraz

$$S(q^2)=\frac{1}{\mu_2^3-D\mu_1^3}\left(\mu_2^3 e^{-\frac{q^2}{4\mu_1^2}}-D\mu_1^3 e^{-\frac{q^2}{4\mu_2^2}}\right) \tag{5.7}$$

koji ima minimum oko $q^2\approx 10.135\,fm^{-2}$ i maksimum na oko $q^2\approx 15.657\,fm^{-2}$ što se vidi iz Sl. 1. Ovaj postupak nije točan za velike vrijednosti tarnsfer impulsa, slaganja su vrlo dobra do na $q=4\,fm^{-1}$.

6. AMPLITUDA I DIFERENCIJALNI UDARNI PRESJEK p—^4He RASPRŠENJA

Izračunajmo amplitudu i udarni presjek elastičnog raspršenja p—^{4}He na energijama od 500 MeV do 24 BeV, pomoću izraza (4.4), tj.

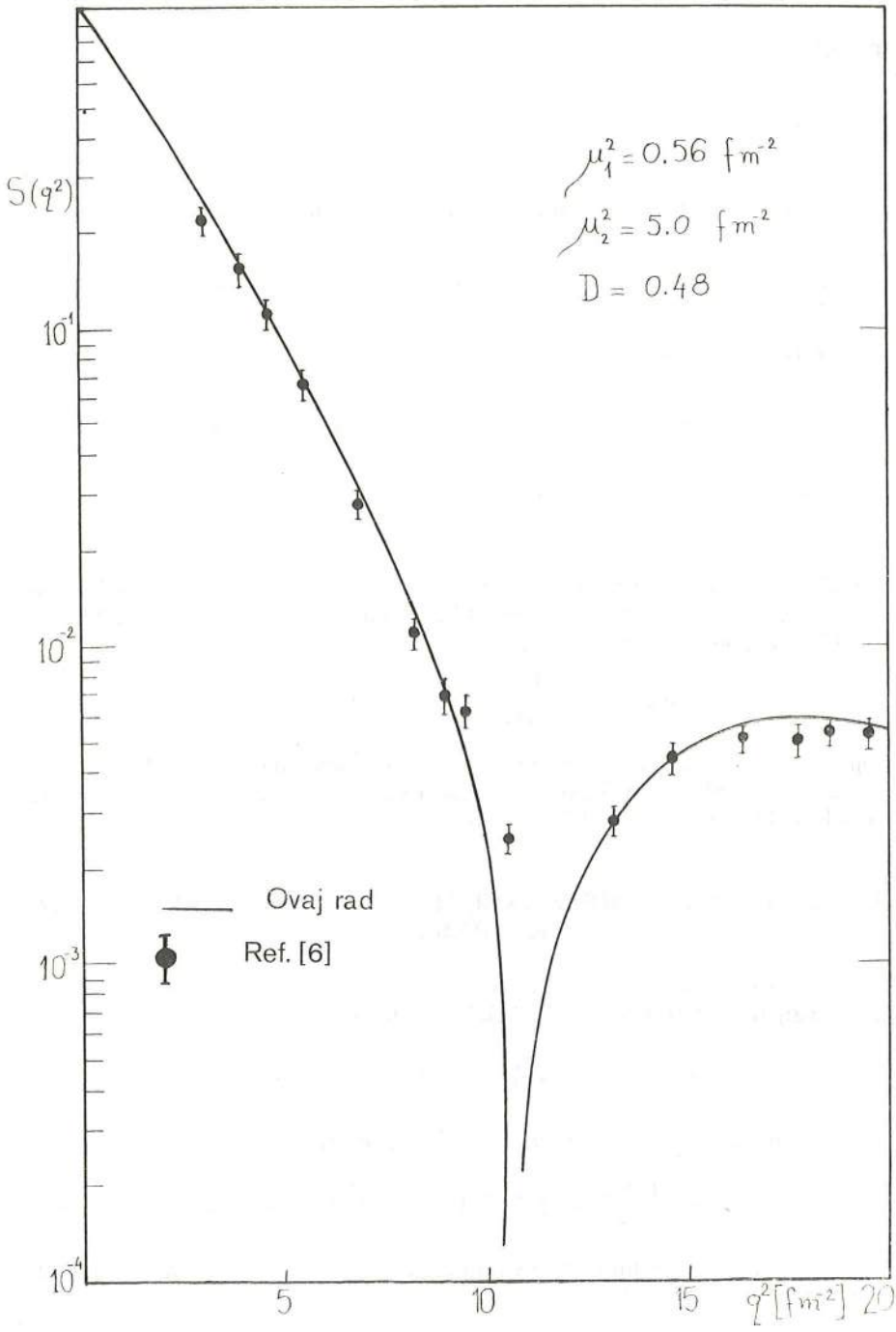
$$F(q)=\left(\frac{ik}{2\pi}\right)AK(q)\int e^{\vec{iqb}}\{\int\Gamma(\vec{b}-\vec{s})\,\rho(\vec{r})\,d^3r\}\,d^2\vec{b}$$

u kojoj ćemo uvrstiti izraze za $T_c(q)$ i $T_s(q)$, te imamo

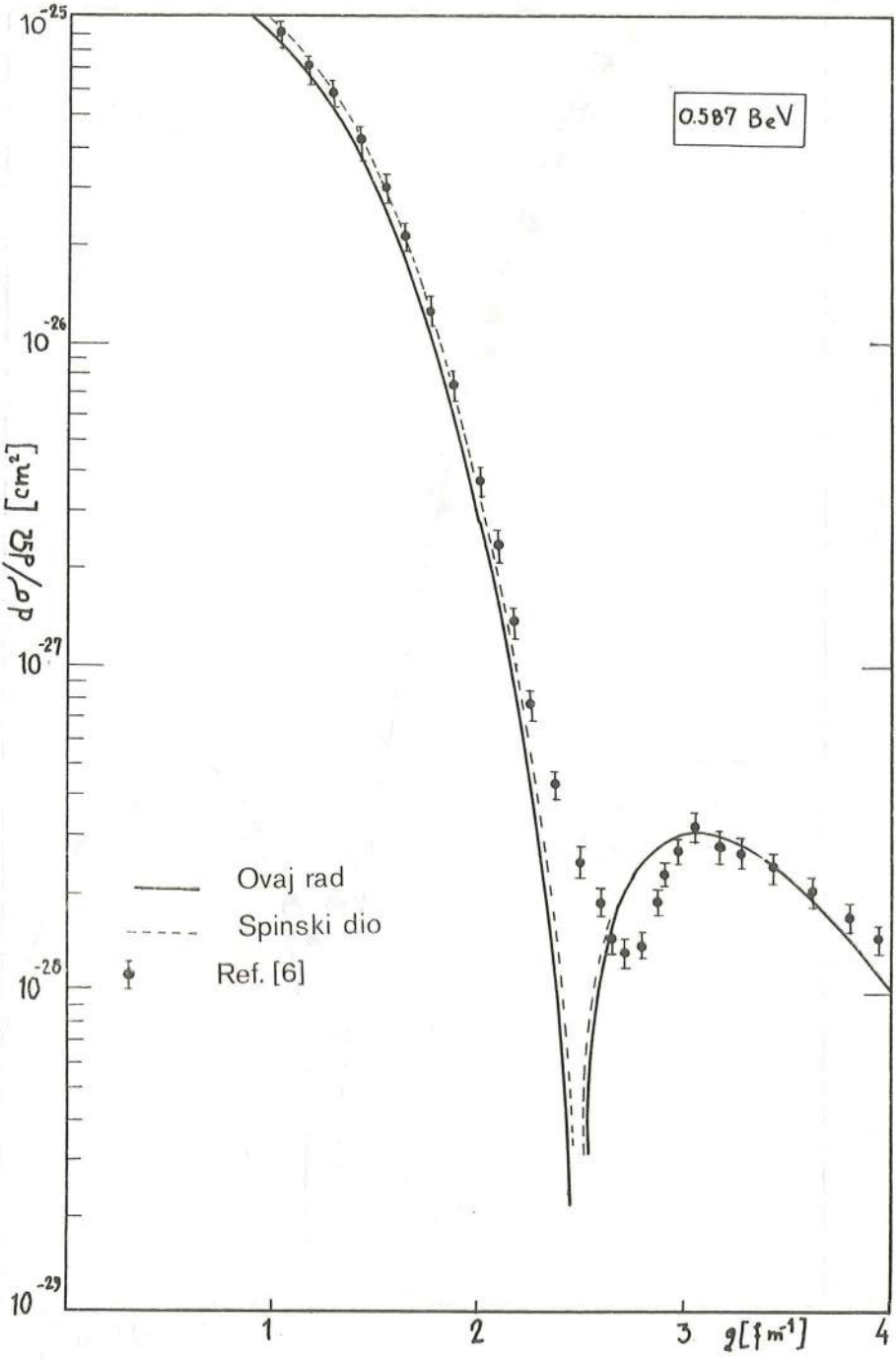
$$F(q)=\left(\frac{ik}{2\pi}\right)AK(q)\int e^{\vec{iqb}}[T_c(\vec{b})+\vec{\sigma}(\vec{b}x\vec{k})\,T_s(\vec{b})]\,d^2\vec{b} \tag{6.1}$$

Nakon računanja pojedinih članova u ovom integralu, dobija se slijedeći oblik amplitude $F(q)$ (uz $A=4$)

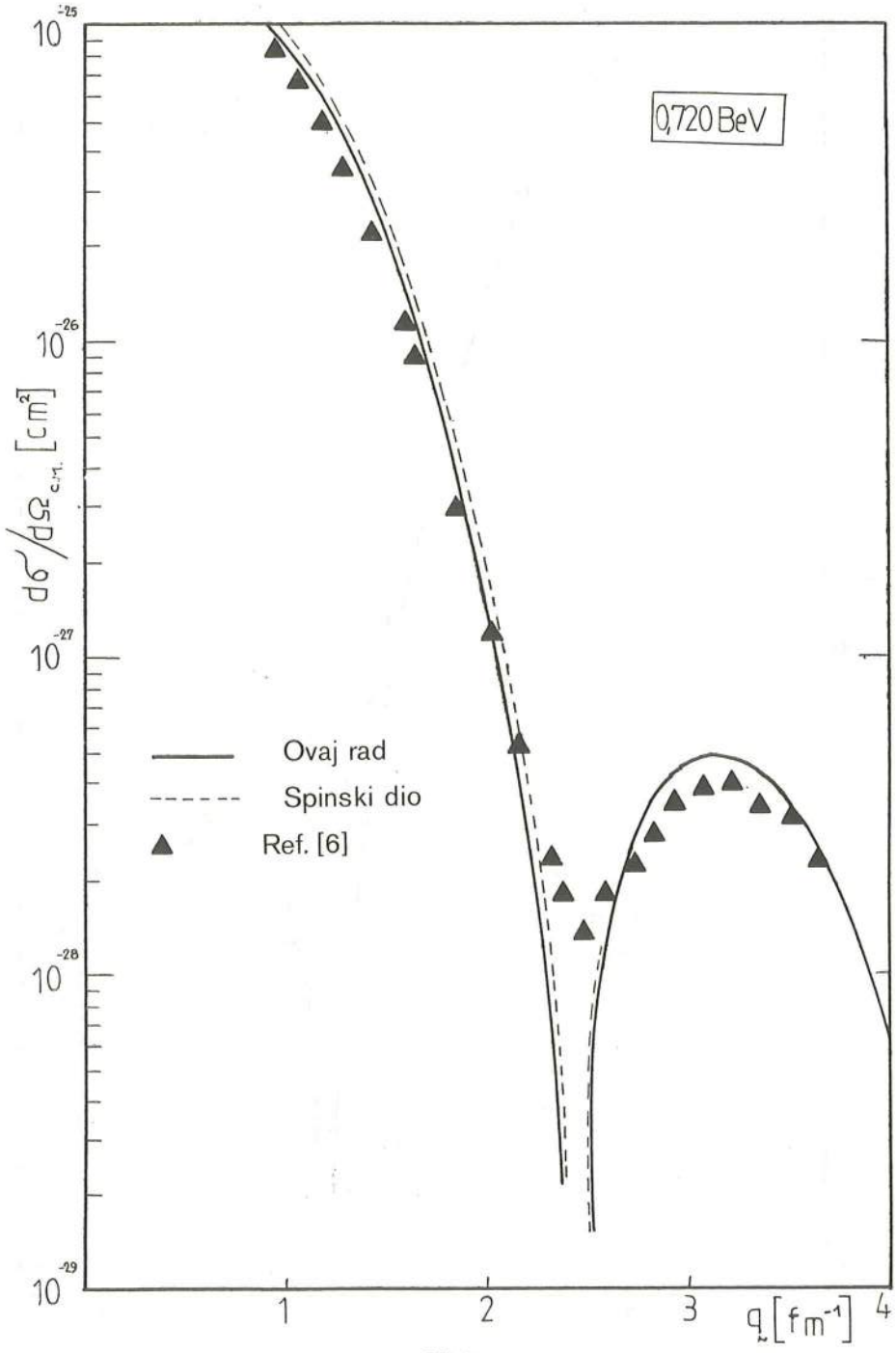
$$F(q)=4K(q)\,S(q)[A(q)+(\vec{\sigma}\vec{n})\,C(q)] \tag{6.2}$$


$S(q^2)$
$\mu_1^2 = 0.56$ fm^{-2}
$\mu_2^2 = 5.0$ fm^{-2}
D = 0.48
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
Ovaj rad
Ref. [6]
5
10
15
q^2[fm^{-2}]
20

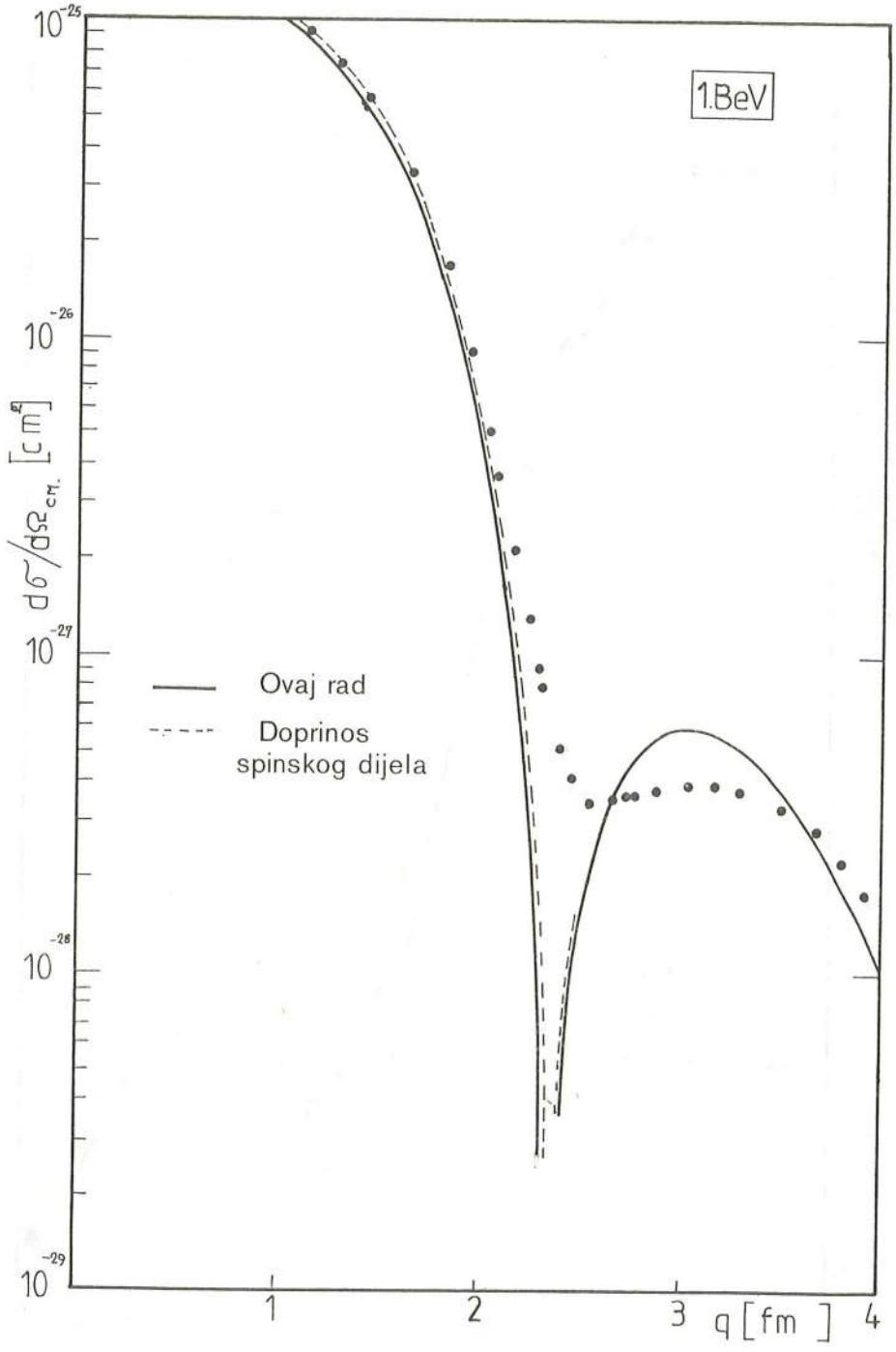
Sl. 1.



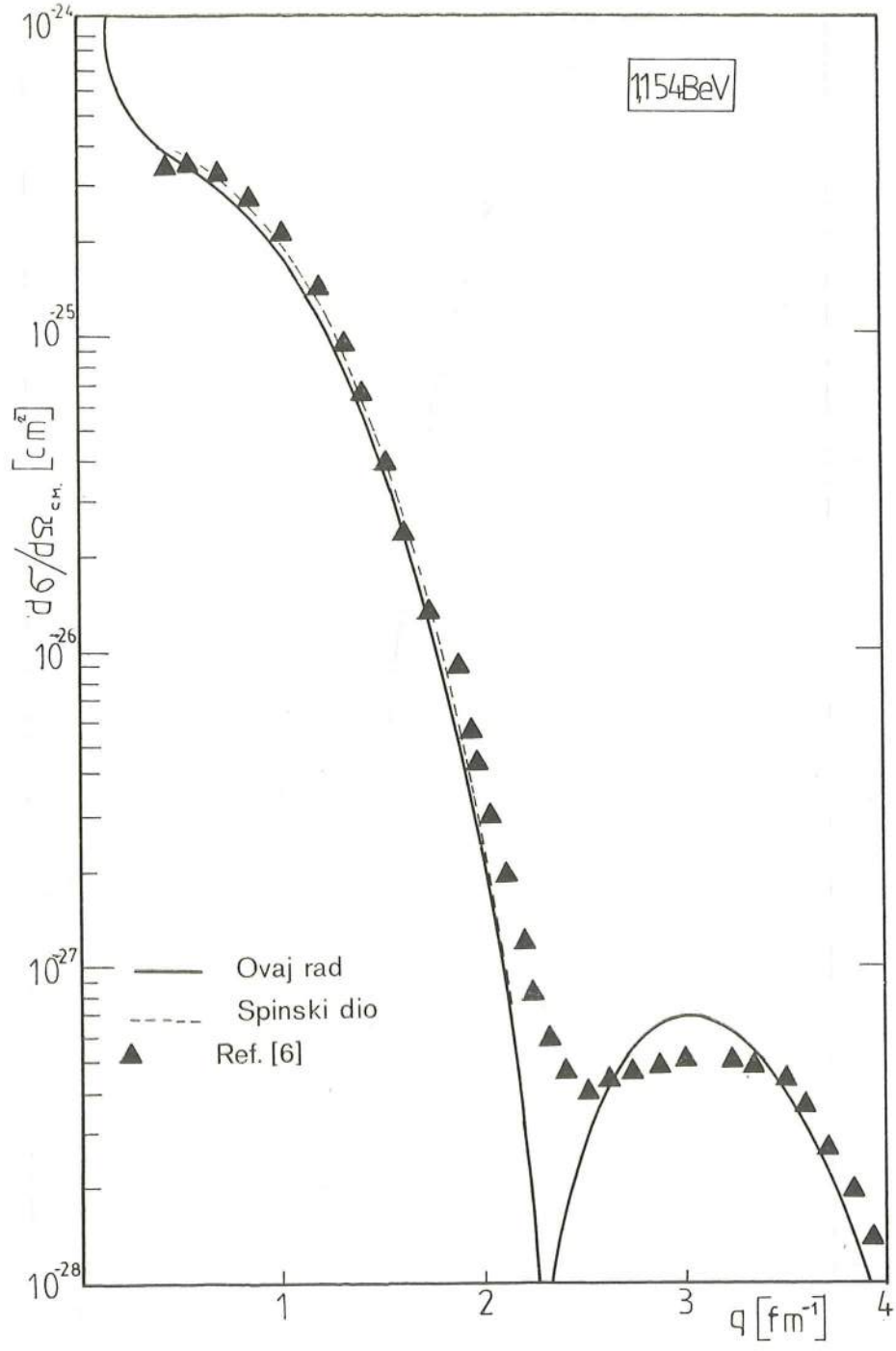
Sl. 2.


0,720 BeV
Ovaj rad
Spinski dio
Ref. [6]
$d\sigma/d\Omega_{c.m.}$ [cm²]
q [fm⁻¹]
10⁻²⁵
10⁻²⁶
10⁻²⁷
10⁻²⁸
10⁻²⁹
1
2
3
4

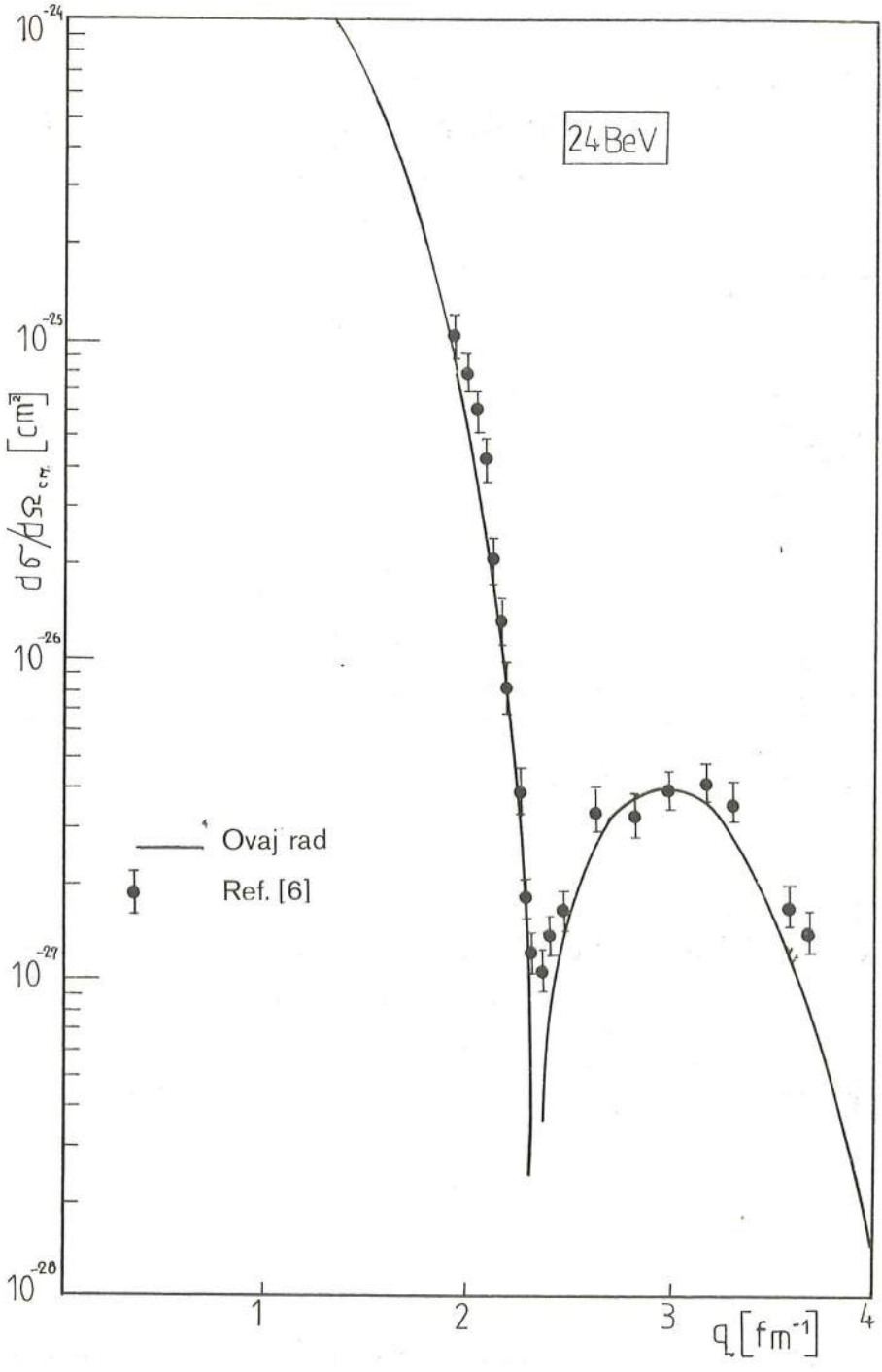
Sl. 3.



Sl. 4.


1,154BeV
10^{-24}
10^{-25}
10^{-26}
10^{-27}
10^{-28}
$d\sigma/d\Omega_{c.m.}$ [cm^2]
Ovaj rad
Spinski dio
Ref. [6]
1
2
3
4
q [fm^{-1}]

Sl. 5.


24 BeV
Ovaj rad
Ref. [6]
dσ/dΩ c.m. [cm²]
q [fm⁻¹]
10⁻²⁴
10⁻²⁵
10⁻²⁶
10⁻²⁷
10⁻²⁸
1
2
3
4

Sl. 6.

koja se dade rastaviti na dvije amplitude

$$F(q)=F_1(q)+(\vec{\sigma}\vec{n})\,F_2(q) \tag{6.3}$$

gdje su

$$F_1(q)=4K(q)\,S(q)\,A(q) \tag{6.3}$$

$$F_2(q)=4K(q)\,S(q)\,C(q) \tag{6.5}$$

Diferencijalni udarni presjek je sada jednak

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=|F_1(q)|^2+|F_2(q)|^2 \tag{6.6}$$

Nakon uvrštenja amplituda $A(q)$ i $C(q)$ dane izrazima (5.4) i (5.5), dobija se konačno slijedeći oblik za diferencijalni udarni presjek elastičnog raspršenja p—^{4}He

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}=K^2(q)S^2(q)\left(\frac{k\sigma_T}{\pi}\right)^2\left[(1+\alpha^2)\,e^{-\beta q^2}+\frac{q^2}{4M_p^2}\,(1+\alpha_s^2)D_s^2e^{-\beta_s q^2}\right. \tag{6.7}$$

$$\text{gdje je } k^2=T_{LAB}\,(T_{LAB}+2M_p)\left(\frac{BeV}{c}\right).$$

Rezultati izračunavanja pomoću izraza (6.7) dani su na Slikama (2—6) i usporedba sa eksperimentalnim mjerenjima.

Nultočka na udarnim presjecima mogla bi se popuniti, ako bi se vodilo računa o efektima preklopa valnih funkcija i interferentnim članovima pojedinih višečestičnih raspršenja.

LITERATURA

[1]. R. J. Glauber, u „*Lectures im Theoretical Physics*", eds. W. E. Brittin and L. G. Dunhame, Vol. 1. Inter. Publishers, N. York, 1959.
[2]. R. J. Glauber, u „*High-Energy Physics and Nuclear Structure*", ed. G. Alexander, N. Holland, Amsterdam, 1967.
[3]. R. H. Bassel and C. Wilkin, Phys. Rev. 174 (1968) 1179
[4]. W. Czyž and L. Lesniak, u „*High-Energy Physics and Nuclear Structure*", ed. G. Alexander, N. Holland, Amsterdam, 1967.
[5]. L. Wolfenstein, Ann. Rev. Nucl. Sci. 6 (1956) 43
[6]. J. P. Auger, J. Gillespie and R. J. Lombard, Nucl. Phys. A262 (1976) 372
[7]. E. Kujawsky, Phys. Rev. C1 (1970) 1651.

SHPËRHAPJA E PROTONEVE ME ENERGJI TË LARTË NË ^{4}He

H. Ajazaj

Resume

Është zbatuar paraqitja eikonale e amplitudës së shpërhapjeve dhe me ndihmën e saj janë logaritur seksionet efikase të shpërhapjeve $p-$ ^{4}He për energjitë (0.6—24) BeV.

Të gjitha këto logaritje janë bërë për transfer impulsin $q=4fm^{-1}$. Me këtë rast janë përfillur vetëm dy efekte: lëvizja e qendrës së masës dhe efektet e spinit.

Lakoret teorike janë në përputhje mjaftë të mirë me ato eksperimentale deri në $q=2.2fm^{-1}$. Minimumet dhe maksimumet e këtyre lakoreve janë diç të zhvendosura ndaj atyre eksperimentale. Kjo rrjedh nga se është përdorur metoda e formfaktorit bërthamor, e cila si duket është mjaftë e përafërt, sepse në vete e përmbanë një numër mjaftë të madh të parametrave të lirë. Disa prej këtyre parametrave hyjnë në teori si katror, kështu që nuk mund të gjykohet mbi fazën relative, e bashkë me këtë edhe mbi natyrën e interferecës.

PROTON $-^4$He ELASTIC SCATTERING AT HIGH ENERGY

H. Ajazaj

Summary

In this work is used multiple diffraction theory for elastic hadron-nucleus scattering. Differntial cross sections are calculated for proton $-^4$He elastic scattering at energies in the rande (0.6—24) BeV and for momentum transfer up to $q=4fm^{-1}$. The calculations include centre-of-mass motion and spin effects, and all the others are neglected.

The theoretical curves are in good agreement with experimental ones up to $q_{max}=2.2fm^{-1}$.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (101 — 104)

REGRESIJA TRAGOVA GRUPE Fe-JEZGARA GALAKTIČKOG KOSMIČKOG ZRAČENJA U MINERALIMA NEKIH METEORITA

Mustafa R. Bytyçi i Bajram J. Jakupi

Abstract

U kristalima minerala olivina i piroksena meteorita Patwar, Soko-Banja i Tugalin Bulen, izračunate su apsolutna i procentualna regresija fosilnih tragova grupe Fe-jezgara. Izračunat je odnos procentualnih regresija tragova iste grupe jezgara u kristalima olivina i piroksena iz sastava pojedinih meteorita.

UVOD

Silikatni minerali (olivini i pirokseni) meteorita imaju svojstva da registruju tragove naelektrisanih čestica [1]. Registrovani tragovi naelektrisanih čestica u ovim mineralima ostaju nekoliko stotina miljiona godina. Fosilni tragovi u mineralima meteorita pružaju bogate informacije o vrsti nalektrisanih čestica njihovom poreklu i energiji. Na osnovu tih tragova dobijaju se značajni podaci o poreklu kosmičkog zračenja, njegovom hemijskom sastavu i energiji kosmičkog zračenja. Ispitivanjem tragova naelektrisanih čestica u mineralima (načine njihovog formiranja, geometrije izazivanje tragova, njihove stabilnosti i dr.) dolazi se do važnih informacija o svojstvima samih minerala. I ako se tragovi naelektrisanih čestica u mineralima dugo zadržaanju, vremenom oni ipak trpe neka promene pod uticajem nekih spoljašnih faktora kojima je izložen mineral. Ispitivanje uzroka koji dovode do delimičnog ili potpunog zalečivanja defekata kristalne strukture izazvane prodorom naelektrisane čestice jedan je od osnovnih zadataka metode tragova.

Jedan od osnovnih faktora koji dovode do zalečivanja defekata zbog čega dolazi do skračivanja tragova je temperatura. Sa povečanjem temperature minerala dolazi do postepenog skračivanja tragova. Regresija započinje sa visoko-energetskog dela traga. Pri određenoj temperaturi dolazi do potpunog

izčezavanja tragova pojedinih grupa jezgara, kao što su, naprimer, tragovi grupe Fe-jezgara ili tragova fisionih fragmenata. Temperatura na kojoj dolazi do potpune regresije, naprimer, tragova fisionih fragmenata različita je za različite minerale. Ona je čak različita za različite čvrste detektore tragova istog hemijskog sastava [2].

Termička regresija tragova je jedan od problema koji direktno utiče na efikasnost primene metode tragova u ispitivanju sastava i energije kosmičkog zračenja. Termička regresija tragova u mineralima značajna je pojava i pri određivanju starosti minerala kao i koncentracije nekih elemenata metodom fisionih fragmenata.

EKSPERIMENTALNI DEO

Kristali olivina i piroksena su izdvojeni na određen način iz matrice uzoraka meteorita [3]: Patwar (Indija, 1935), Soko-Banja (Jugoslavija, 1877), Tugalin Bulen (Mongolija, 1972). Kristali su montirani u epoksidnoj smoli, šljifovani i polirani. Izazivanje tragova vršeno je metodom hemijskog nagrizanja. Kristali olivina su nagrizani u modficiranom rastvorom WO_4 (pH=7,05), pri temperaturi od 373,16 K u toku 20—30 časova [4], dok su kristali piroksena nagrizani u zasićenom rastvoru NaOH pri temperaturi od 413,16 K u toku više časova [5]. Dužine izazvanih tragova u kristalima merene su optičkim mikroskopom, pri raznim uvećanjima. Tragovi dužine manje od 20 μm čine tragove grupe Fe-jezgara Galaktičkog kosmičkog zračenja.

Istom procedurom su izazvani i tragovi ubrzanih Fe-jona, kojima su bombardovani neki kristali olivina i piroksena. Pik dužine ubrzanih Fe-jona u olivinima je u intervalu od 12—14 mm, a u piroksenima je u intervalu 10—14 mm.

REZULTATI I DISKUSIJA

Tabela 1. U tabelama 1 i 2 dati su rezultati merenja i računanja

Naziv meteorita.	Radijaciona starost.	Pik dužine tr. u oliv.	Apsol. regr. fos. tragova. (Δl	Procentualna regr. za mil. god. (σ%)
Patwar	75×10^6 god.	10 μm	4 μm	5,33 %
S. Banja	40×10^6 god.	11 μm	3 μm	7,50 %
T. Bulen	7×10^6 god.	9,5 μm	4,5 μm	64,30 %

Tabela 2.

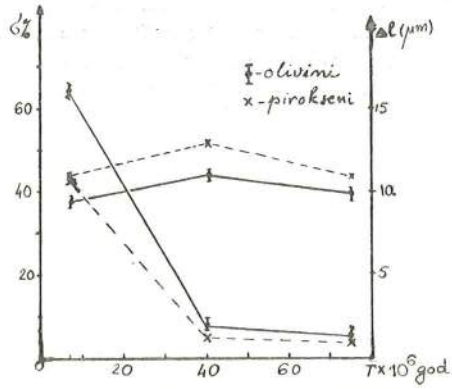
Naziv meteorita.	Radijaciona starost.	Pik dužine tr. u pirok.	Apsol. regr. fos. tragova. (Δl)	Procentualna regr. za mil. god. (σ%)
Patwar	75×10^6 god.	11 μm	3 μm	4 %
S. Banja	40×10^6 god.	12 μm	2 μm	5 %
T. Bulen	7×10^6 god.	11 μm	3 μm	42,8 %

Najverovatnija dužina tragova grupe Fe-jezgara je određena iz pika koji se dobija iz histograma o raspodeli dužine tragova [6].

Apsolutna regresija tragova je određena, uzimajući u obzir da dužina ubrzanih Fe-jona u kristalima iznosi oko 14 μm. Procentualna regresija, koja je data u zadnjoj koloni tabele, za kristale različitih meteorita je različita. Kao što se vidi, ta regresija nije u nekoj linearnoj zavisnosti sa radijacionom starošću meteorita (sl. 1.). Kod meteorita, sa najdužim boravkom u Galaksiji (Patwar), procentualna regresija tragova je najmanja, dok je kod meteorita čije vek boravka najmanji (T. Bulen) procentualna regresija je najveća. Ta pojava se zapaža kod obe vrste kristala (olivina i piroksena) meteorita.

Prema tome, može se zaključiti da su orbite ovih meteorita različite i sigurno je meteorit Tugalin Bulen bio pod većim toplotnim uticajem Sunca, nego dva preostala meteorita koji imaju znatno veću radijacionu starost.

Ako se uporede procentualne regresije u kristalima olivina i piroksena onda se dobijaju sledeći odnosi: 1,33; 1,50 i 1,502 za navedene meteorite, dati po redosledu u tabelama. Znači, ta regresija je znatno veća u olivinima nego u piroksenima. Prema tome, ta činjenica potvrđuje zaključak da su kristali piroksena znatno termički stabilniji od kristala olivina.



Sl. 1. Procentualna regresija u funkciji od radijacione starosti meteorita i maksimalne nagrizajuče dužine tragova

LITERATURA

[1]. M. Maurette et al., Nature, 204, 821, (1964).
[2]. Yu. P. Gangrski i dr., *Registracija i Spektroskopija Oskolkov Delenja*, Energizdat, Moskva, (1981).
[3]. M. Bytyçi, Doktorska disertacija, Priština, (1984).
[4]. S. Krishnaswami et al., *Earth Planet*, Sci. Lett., 174. p. 287–291, (1971).
[5]. D. Lal et al., *Earth Planet*, Sci. Lett., 5, p. 111–119, (1968).
[6]. M. Bytyçi, B. Jakupi i dr. Glasnik Prir. Muz. Ser. A, Knj. 38, Bg. (1983).

CONTRACTION OF THE NUCLEI TRACK Fe-GROUP TO GALACTYCAL COSMIC RADIATION IN SAME MINERALS METEORITES

Mustafa R. Bytyçi and *Bajram J. Jakupi*

Sammary

In the crystals of olivine and pyroxene meteorites: Patwar, Soko-Banja and Tugalin Bulen, apsolute and procentual contraction fossil track nuclei Fe-group is calculatied.

Is calculation relation procentual contraction of the track same nuclei group olivine and pyroxere crystals of the partly way composition of the meteorite.

KONTRAKSIONI I GJURMAVE TE BERTHAMAVE TE Fe-GRUPES TE RREZATIMIT GALAKTIKO KOSMIK NE MINERALE TE DISA METEORITEVE

Mustafa R. Bytyçi dhe *Bajram J. Jakupi*

Rezime

Në kristalet e mineraleve olivine dhe piroksene të meteoriteve: Patwar, Soko-Banja dhe Tugalin Bulen, janë llogaritur kontraksionet apsolute dhe procentuale të gjurmave të bërthamave fosile të Fe-grupës. Eshtë llogaritur raporti procentual i kontraksionit të gjurmave të njëjtave grupe të bërthamave në kristale të olivineve dhe pirokseneve nga përberja partikulare e meteoriteve.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (105 — 112)

O POVEZANOSTI IZMEĐU STEPENA PARCIJALNE KOHERENCIJE SVJETLOSTI I RAZLIČITIH TRANSPARENCIJA OTVORA KOD DIFRAKCIJE NA DVIJE PARALELNE PUKOTINE

R. Bejtullahu, J. Moser i M. Jonoska

Abstract

U ovom radu je postavljena formalna veza između stepena parcijalne koherencije i transparencije kod Fraunhoferove difrakcije na dvije paralelne pukotine. Rešava se problem difrakcije kvazimonohromatske svjetlosti na pukotine koje su pokrivene različitim apsorpcionim materijalima. Različito slabljenje snopova u određenim granicama pokazuje iste efekte modulacionih krivih kao stepen parcijalno koherencije kako je dokazano matematičkim i eksperimentalnim proveravanjem.

UVOD

Teorija difrakcije parcijalne koherencije je dobro poznata [1], [2]. U tom slučaju, jedan dio svjetlosti ne učestvuje u interferenciji, pa su te linije slabog kontrasta. Međutim, i kod sastavljanja dvaju snopova različitih intenziteta, uvijek, dio svjetlosti ostane neinterferiran [3], [4]. To znači da su linije interferencije takođe slabog kontrasta. I u prvom, i u drugom slučaju difrakcije, modulacione krive pokazuju smanjenje vidljivosti u zavisnosti od različitih parametara: stepena parcijalne koherencije kod difrakcije kvazimonohromatske svjetlosti ili pak transparencije kod difrakcije potpuno koherentnog izvora. Na osnovu ovih činjenica moguće je postaviti jednu formalnu vezu između stepena parcijalne koherencije i različitih transparencija koje izazivaju različito slabljenje snopa kod difrakcije na dve pukotine. Postavljena veza je verificirana i eksperimentalnim putem za neki odnos transparencija.

TEORIJA

Neka snop kvazimonohromatske svjetlosti srednje valne dužine λ_0 pada normalno na zapreku koja ima dvije paralelne jednako široke pukotine širine a i razmaka $2b$. Te pukotine neka su pokrivene materijalom koji apsor-

bira svjetlost tako da jedna od njih smanjuje amplitudu svjetlosti za faktor $\varkappa_1$, a druga za faktor $\varkappa_2$. Izračunat ćemo raspored intenziteta svjetlosti koja je skrenuta difrakcijom na pukotinama. Difrakcija neka je Fraunhoferova tipa tako da je skrenuta svjetlost također paralelna. Da bi se takva difrakcija mogla promatrati treba iza zapreke postaviti sabirnu leću fokusne daljine f, koja će difrakcionu sliku prenijeti u svoju fokalnu ravninu.

Da bi proveli račun postavimo u ravninu zapreke koordinatni sistem sa osi ξ koja stoji normalno na pukotinama. Kako su pukotine beskrajno dugačke bit će problem jednodimenzionalan i sve će zavisiti samo od te jedne koordinate. Ishodište stavimo u sredinu između pukotina.

Pretpostavljamo da je upadna svjetlost kvazimonohromatska. Njenu kompleksnu amplitudu matematički prikazuje funkcija [5]

$$\lambda(t)e^{i[k_0ct+\varphi(t)]}$$

Drugi faktor prikazuje val sa valnim brojem $k_0=\frac{2\pi}{\lambda_0}$ i vremenski promenljivom fazom, dok prvi faktor prikazuje amplitudu koja se polako mijenja u toku vremena. Ako pretpostavimo da do druge pukotine svjetlost stigne sa nekom vremenskom razlikom θ, tada za taj val vrijedi isto takva formula samo što mjesto veličine t stoji $t+\theta$.

Kod Fraunhoferove difrakcije treba kompleksnu amplitudu množiti s faktorom $e^{is\xi}$ i integrirati nad otvorom. Uz kraću oznaku

$$s=k_0\frac{x}{f} \tag{1}$$

dobićemo sledeću difrakcionu kompleksnu amplitudu

$$g/c=A(t+\theta)\exp i\,[k_0c(t+\theta)+\varphi_1(t+\theta)]\,\varkappa_1\int_{-(b+a)}^{-b}\exp is\xi d\xi+$$

$$A(t)\exp i\,[k_0ct+\varphi_2(t)]\varkappa_2\int_{b}^{b+a}\exp is\xi d\xi \tag{2}$$

Nakon rešavanje pomenutih integrala i koristeći uobičajenu oznaku

$$\sin c\,u=\frac{\sin u}{u}$$

nalazimo

$$g/c=\{\varkappa_1A(t+\theta)\,exp\,i\,[k_0c(t+\theta)+\varphi_1(t+\theta)]\,exp-i\,[s(b+a/2)]+$$
$$+\varkappa_2\,A(t)\,exp\,i\,[k_0ct+\varphi_2(t)]\,exp\,i\,[s(b+a/2)]\}\,a\sin c\,sa/2 \tag{3}$$

Množimo sa knjugirano kompleksnim izazom i koristimo (1)

$$g^*g/c^{2\prime}-\{\varkappa_1^2|A(t+\theta)|^2+\varkappa_2^2|A(t)|^2+2\varkappa_1\varkappa_2\,ReA(t+\theta)\,A^*(t)\,exp\,ik_0\,[c\theta-$$
$$-x/f(2b+a)]\cdot exp\,i\,[\varphi_1(t+\theta)-\varphi_2(t)]\}a^2\sin c^2\,sa/2 \tag{4}$$

Pišemo dalje

$$2b+a=d \tag{5}$$

gdje je d razmak između odgovarajućih točaka pukotina, tj. udaljenost njihovih početaka, sredina ili završetaka. Da dobijemo intenzitet svjetlosti moramo od izraza (4) uzeti srednju vremensku vrijednost. Označit ćemo

$$\overline{|A(t)|^2}=\overline{|A(t+\theta)|^2}=I_0 \tag{6}$$

$$\overline{A(t+\theta)\cdot A^*(t)\,exp\,i\,[\varphi_1(t+\theta)-\varphi_2(t)]}=I_0|\gamma_{12}|\,exp\,i\alpha_{12} \tag{7}$$

Ovdje je γ_{12} kompleksni stepen konherencije svjetlosti koji smo prikazali u eksponencijalnom obliku. Intenzitet je proporcionalan toj srednjoj vrijednosti i zato pišemo

$$I=K\overline{g^*g}/c^2$$

Uz (6) i (7) dobijemo

$$I=KI_0a^2\{\varkappa_2^1+\varkappa_2^2+2\varkappa_1\varkappa_2|\gamma_{12}|R_e\exp i[k_0(c\theta-dx/f)+\alpha_{12}]\}\sin c^2\,sa/2$$

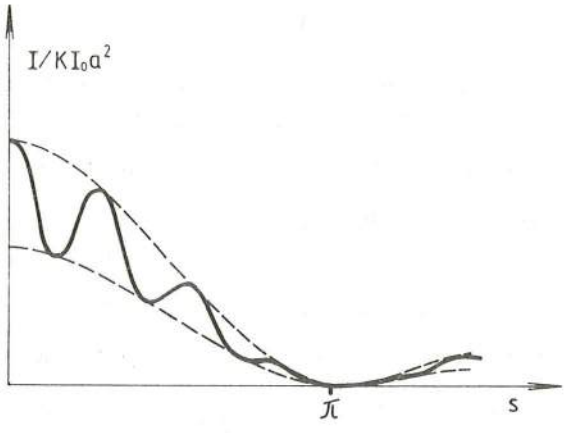
U našem je slučaju zbog paralelne upadne svjetlosti vrijeme dolaska svjetlosti do obiju pukotina jednako. Zato treba uzeti $\theta=0$. Ako se još ograničimo na one stepene koherencije za koje je $\alpha_{12}=0$ imamo konačno

$$I=KI_0a^2\{\varkappa_1^2+\varkappa_2^2+2\varkappa_1\varkappa_2|\gamma_{12}|\cos 2\pi dx/f\lambda_0\}\sin c^2 2\pi ax/f\lambda_0 \tag{8}$$

Budući da je $d>a$ oscilirat će funkcija kosinus brže nego što oscilira funkcija sin c^2. Prema tomu intenzitet možemo prikazati kao kosinusnu funkciju koja oscilira između dviju modulacionih funkcija koje su određene formulama

$$I_{max}=KI_0a^2\,[\varkappa_1^2+\varkappa_2^2+2\varkappa_1\varkappa_2|\gamma_{12}|]\sin c^2\,sa/2 \tag{9}$$

$$I_{min}=KI_0a^2\,[\varkappa_1^2+\varkappa_2^2-2\varkappa_1\chi_2|\gamma_{12}|]\sin c^2\,sa/2 \tag{10}$$



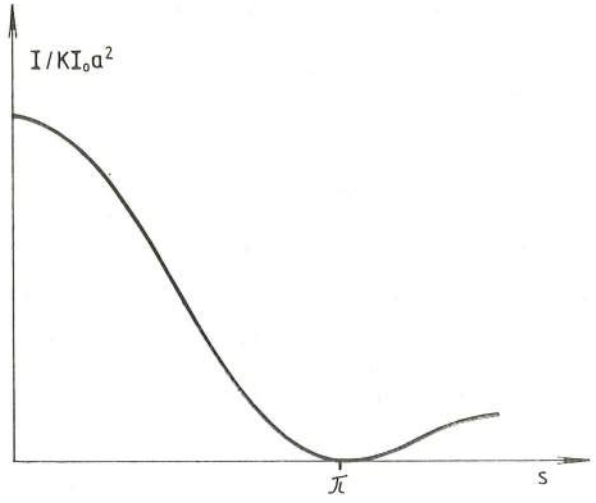
Sl. 1.

Prema tomu se raspored intenziteta može grafički prikazati krivuljom na slici 1. Vidimo da visine modulacionih funkcija zavise od faktora apsor-

pcije χ_1 i χ_2 i od stepena koherencije. Za potpuno nekoherentnu svjetlost je $|\gamma_{12}|=0$ i obje funkcije (9) i (10) dobivaju isti oblik

$$I=KI_0a^2\,(\varkappa_1^2+\varkappa_2^2)\,\sin c^2sa/2 \qquad (11)$$

koji ima i formula (8) za raspodjelu intenziteta. Vidimo da u tom izrazu nema. člana sa kosinusom što pokazuje da tada nema ni tamnih i svjetlih pruga, nema ni interferencije, nego samo postoji raspodjela intenziteta difrakcione pozadine koja je identična difrakciji na samo jednoj pukotini širine a, kako to prikazuje slika 2.



Sl. 2.

Drugi ekstremni slučaj imamo kad je svjetlost na pukotinama potpuno koherentna. Tada treba uzimati da je $|\gamma_{12}|=1$, pa izraz (8) prelazi u

$$I=KI_0a^2\,(\varkappa_1^2+\varkappa_2^2+2\varkappa_1\chi_2\cos 2\pi\, dx/f\lambda_0)\,\sin c^2sa/2 \qquad ()12$$

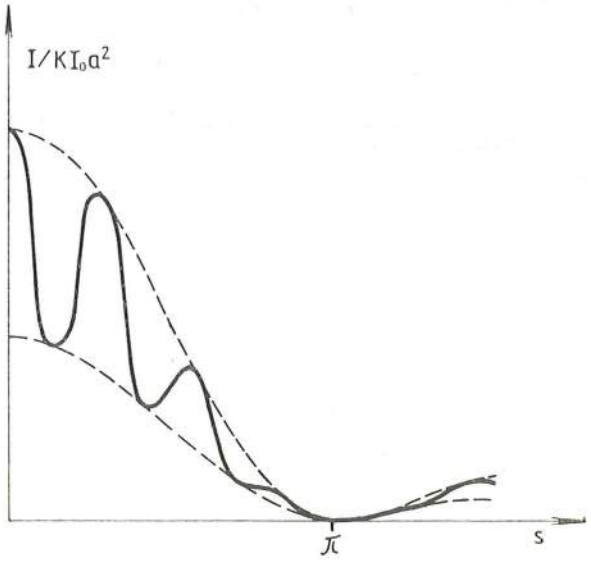
Ekstremni intenziteti se sad nalaze na krivuljama

$$I_{\max}=KI_0a^2\,(\varkappa_1+\varkappa_2)^2\,\sin c^2sa/2 \qquad (13)$$

$$I_{\min}=KI_0a^2\,(\varkappa_1-\varkappa_2)^2\,\sin c^2sa/2$$

Prema tomu za raspored iradijance izlazi slika 3, koja se od slike 1 razlikuje samo po visini modulacionih krivulja. One su najudaljenije jedna od druge kod potpuno koherentne svjetlosti, a kod djelomično koherentne one dolaze bliže jedna drugoj i to tim bliže što je manji stepen koherencije, pa napokon padnu zajedno kad je upadna svjetlost potpuno nekoherentna.

Interferencione linije koje pokrivaju difrakcionu pozadinu su tim bolje izražene što je stepen koherencije veći.



Sl. 3.

Vidljivost interferencionih pruga se definira izrazom

$$V=\frac{I_{\max}-I_{\min}}{I_{\max}+I_{\min}}$$

i kad zamenimo odgovarajuće funkcije iz (9) i (10) nalazimo

$$V=\frac{2\frac{\varkappa_1}{\varkappa_2}}{1+\left(\frac{\varkappa_1}{\varkappa_2}\right)^2}|\varkappa_{12}| \tag{14}$$

što pokazuje da je proporcionalna stepenu koherencije i još zavisi od odnosa faktora apsorpcija pukotina. I odavde slijedi da kod nekoherentne svjetlosti nema pruga interferencije.

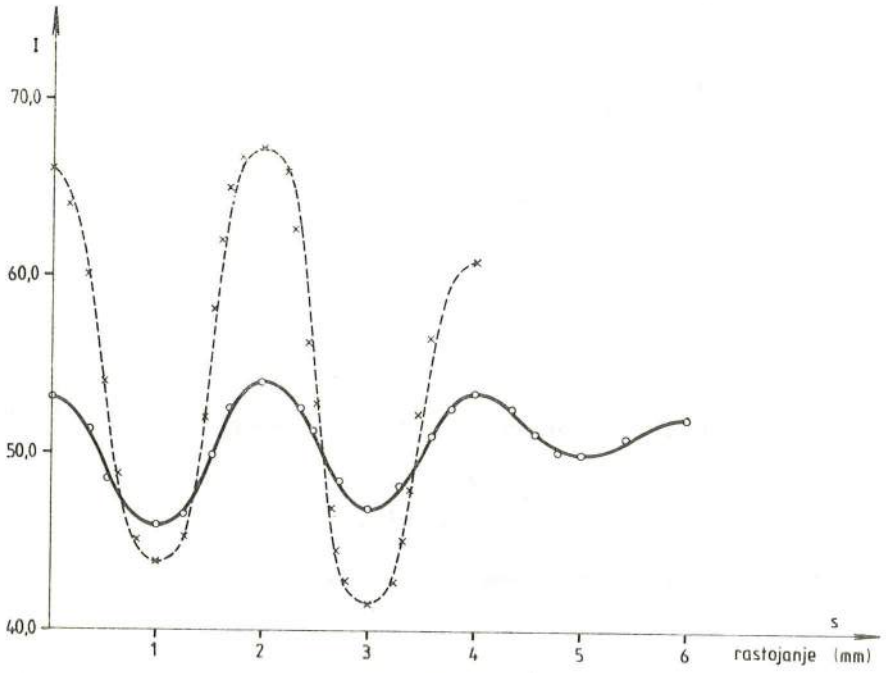
Kako se iz svega vidi oblik difrakcione slike i raspored interferencionih linija određuje geometrija otvora na zapreki. Intenzitete ekstremnih osvjetljenja određuju faktori apsorpcije i stepen koherencije svjetlosti u tim otvorima. Stepen koherencije samo određuje vidljivost interferencionih pruga.

Do sada nismo učinili nikakvu pretpostavku o upadnoj svjetlosti koja bi trebala odrediti stepen koherencije. Ako se uzme najjenostavniji eksperimentalno ostvarljiv slučaj da se kao izvor koristi pukotina širine $2e$ koja je osvjetljena nekoherentnom svjetlošću i snop paralelizira pomoću sabirne leće fokalne udaljenosti F, koja je položena tako da joj pukotina izvora svjetlosti

leži u fokalnoj ravnini simetrično prema njenoj optičkoj osi, onda prema teoremu van Citterta i Zernikea izlazi stepen koherencije

$$|\gamma_{12}| = |\sin c\, 2\pi\, ed/F\lambda_0.|$$

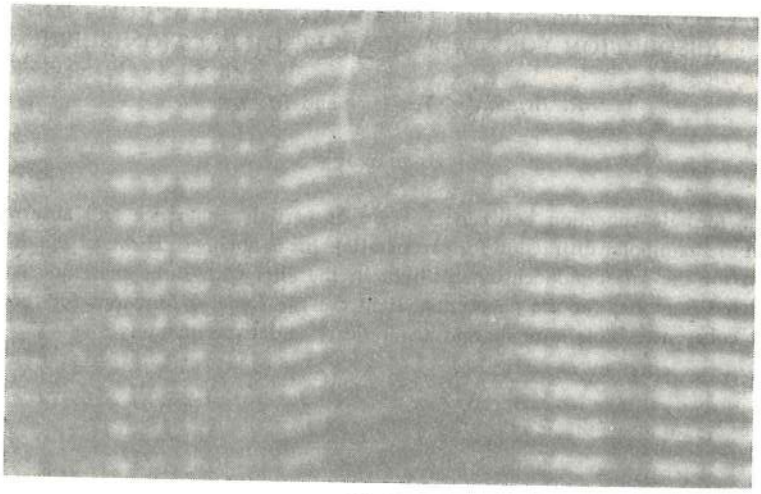
Odavde se vidi da stepen koherencije zavisi od širine pukotine kroz koju se osvjetljava cijela difrakciona šema i od razmaka između odgovarajućih točaka pukotina zapreke.



Sl. 4.

EKSPERIMENTALNO PROVERAVANJE

Relacija (14) koja izražava zavisnost vidljivosti interferencionih linija od odnosa transparencija i stepena koherencije može se eksperimentalno proveriti kod slučaja Fraunhoferove difrakcije na dvije paralelne pukotine ili pak kod difrakcije istog tipa na dva okrugla otvora. Zbog toga je napravljen eksperiment za vidljivost linija kod Youngove šeme interferencije za slučaj $|\gamma_{12}| = 1$. U ravnini prepreke su postavljene pukotine raznih odnosa propustljivosti. Kolimiran snop svjetlosti se šalje na Youngovu pločicu gdje dolazi do difrakcije. Jedan deo Youngove pločice poklopljen je poluprozračnim materijalom, (delimično propustljiv film 47%) a drugi deo je prazan. Izmeren je vidljivost linija kad su pukotine potpuno prazne i kad je odnos propustljivosti 47%. Jasno se vidi da je vidljivost linija slabiji za pomenuti odnos tran-



Sl. 5.

sparencija. Na sliku 4 dat je prikaz mjerenih istih intefrerentnih linija na ekranu za slučaj $\varkappa_1/\varkappa_2=47\%$ (neprekidna linija) i za odnos $\varkappa_1/\varkappa_2=1$ (isprekidana linija). Fotografija snimljenih linija data je na slici 5. Mjerenja su vršena spektrofotometrom Hilger a mjerena je relativna propustljivost fotografskog filma koji je bio postavljen na mjestu ekrana na rastojanju 454 cm od Youngove ploče.

LITERATURA

[1]. M. Born, E. Wolf; *Principles of optics*, Perg. Press, Fourth edition 1970.
[2]. L. Mandell, *Progres in Optics*, Vol. 2, Interscience Publishers, 1963.
[3]. A. Papoulis, *Teorija sistem i preobrazovanii v optike*, Mir, 1971
[4]. A. Papoulis, J. Opt. Soc. Am., 57, 362–366, 1967
[5]. Van Cittert P. H,. *Physica*, 1, 201, 1934: F. Zernike, Phys. 5, 785, 1938.

PËR LIDHMËRINË NË MES TË SHKALLËS SË KOHERENCËS SË PJESËRISHME TË DRITËS DHE THITHJEVE TË NDRYSHME TË HAPJEVE TE DIFRAKSIONI NË DY QARJE PARALELE

R. Bejtullahu, J. Moser dhe *M. Jonoska*

Rezime

Në këte punim është paraqitur lidhja formale në mes të shkallës së koherencës së pjesërishme dhe thithjeve te difraksioni i Fraunhoferit në dy qarje paralele. Zgjidhet problemi i difraksionit të dritës kuazimonohromatike në qarje të cilat mbulohen me materiale të ndryshëm thithjeje. Zvoglimi i ndryhëm i tufave në kufij të caktuar tregon të njejtat efekte të lakoreve të modulimit sikurse shkalla e koherencës së pjesërishme sikurse tregohet matematikisht dhe verifikohet eksperimentalisht.

CORELATION BETWEEN THE STEP OF THE PARTIAL COHERENCE AND ABSORPTION FOR TWO PARALLEL DIFRACTION SLITS

R. Bejtullahu, J. Moser and *M. Jonoska*

Summary

The formale conection between the step of partiale coherence and absorption, in addition to Fraunhofer diffraction for two parallel slits is obtained. However the diffraction problem for the kuasi monochromatic light in the slits with some materiale is solved. Modullated functions for the penetraited light are the some as functions for the step of partical coherence. This wos showed theoreticaly and experimentaly.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (113 — 118)

IZAZIVANJE ZAPREMINSKIH TRAGOVA JEZGARA GALAKTIČKOG KOSMIČKOG ZRAČENJA U MINERALIMA VANZEMALJSKOG POREKLA

Mustafa R. Bytyçi i Bajram J. Jakupi

Abstrakt

Za izazivanje tragova jezgara galaktičkog kosmičkog zračenja u mineralima vanzemaljskog porekla, metodom hemijskog nagrizanja, korišćena je tehnika probijanja polirane površine minerala fokusiranim laserkim snopom i bombardovanja polirane površine minerala teškim ubrzanim jonima. Korišćene tehnike omogućavaju da se poveća efikasnost metode ispitivanja kosmičkog zračenja pomoću tragova zaustavljenih teških i superteških jezgara u mineralima vanzemaljskog porekla.

UVOD

Ispitivanje hemijskog sastava i energetskog spektra teške i superteške komponente galaktičkog kosmičkog zračenja izvodi se direktnom registracijom pomoću nuklearnih emulzija i polimernih detektora postavljenih na balon-sondama i orbitalnim stanicama i preko tragova zaustavljenih jezgara u mineralima meteorita i Meseca.

Drugi pravac istraživanja je znatno efikasniji, pa prema tome i perspektivniji, u prvom redu, zbog daleko dužeg vremena eksponiranja minerala vanzemaljskog porekla kosmičkim jezgrima u kosmičkim uslovima. Procenjuje se da jedan kubni santimetar minerala nekog meteorita (starog nekoliko stotin miliona godina) sadrži veći broj podataka o rasprostranjenosti jezgara galaktičkog kosmičkog zračenja nego 1—2 tone plastičnih detektora eksponiranih na nekoj od orbitalnih stanica u trajanju od jedne godine.

Ova metoda istraživanja, međutim, još uvek se ne koristi u tolikoj meri zbog niza poteškoća koje su vezane za identifikaciju naelektrisanih čestica. Identifikacija naelektrisanih čestica se, naime, vrši na osnovu geometrije

izazivanja tragova u mineralima vanzemaljskog porekla (meteorita i Meseca). Jedan od načina identifikacije zasniva se na dužini izazvanog traga.

Izazivanje tragova vrši se metodom hemijskog nagrizanja [1]. Ispitivani kristali se izvesno vreme tretiraju u određenom hemijskom reagensu pri određenoj temperaturi. Pri tome se oštećene zone u kristalu, koje su izazvane prodorom čestica rastvaraju stvarajući se pri tom šuplji kanali određene dužine-tragovi, vidljivi u optičkom mikroskopu. Utvrđena je zavisnost dužine izazvanog traga i naelektrisanja (Z) čestice na osnovu koje se vrši identifikacija čestica. Za ovakvu identifikaciju čestica tačnu i potpunu infomaciju daju samo oni tragovi čiji se početak i kraj nalaze unutar kristala-takozvani zapreminski tragovi.

Izazivanje takvih tragova u kristalima predstavlja poseban problem. Ovakvi tragovi u kristalima se izazivaju metodama „trag na trag" (TINT) [2] i „trag na mikropukotini" (TINCLE) [3]. Ove metode su primenljive samo u onim slučajevima kada jedan ili više tragova teških kosmičkih jezgara polaze sa obrađene površine kristala i kada u kristalu ima prirodnih mikropukotina koje polaze sa površine kristala.

Izazivanje zapreminskih tragova u kristalima koji ne ispunjavaju navedene uslove je otežano, a u mnogim slučajevima i nemoguće, pa je zbog toga smanjena efikasnost metode istraživanja. Sa cijlem da se poveća efikasnost metode istraživanja tragova jezgara teške i superteške komponente galaktičkog kosmičkog zračenja u mineralim vanzemaljskog porekla koristili samo nove tehnike obrade ispitivanih minerala.

EKSPERIMENTALNI DEO

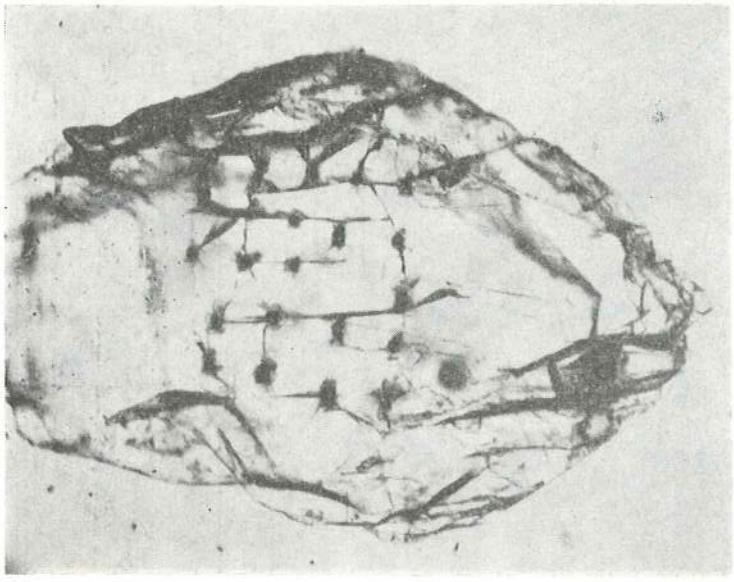
Radi lakšeg istraživanja tragova u mineralima vanzemaljskog porekla pogodne kristale određenih minerala montirali smo u epoksidnu smolu, šlifovali ih i polirali. Da bi izazvali zapreminske tragove i u onim kristalima u kojima nema tragova sa površine kristala, niti mikropukotina koje polaze sa površine kristala bilo je potrebno na neki način omogućiti hemijskom reagensu da prodre unutar kristala. U tom cilju:

a) poliranu površinu kristala probijali smo fokusiranim laserskim snopom i

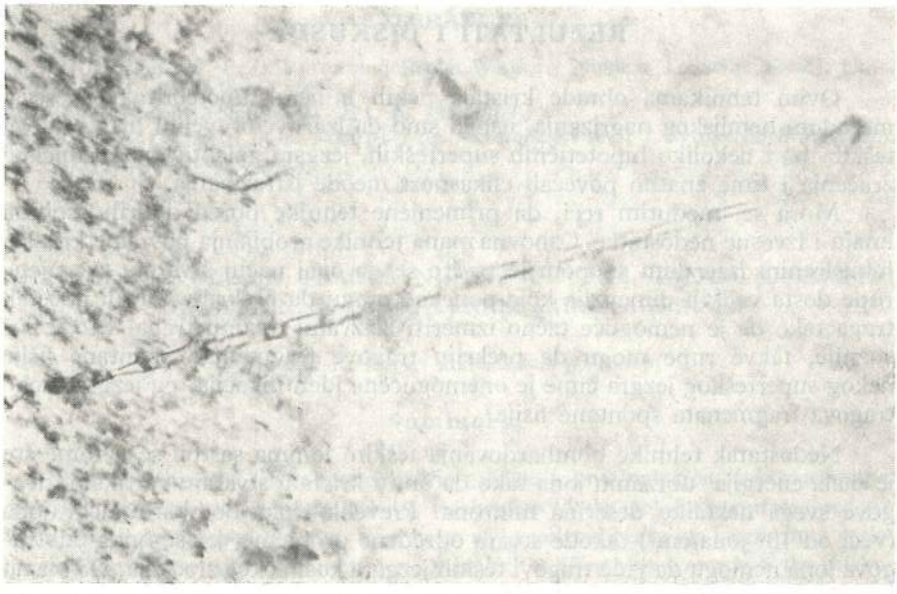
b) bombardovali smo poliranu površinu kristala teškim jonima.

Probijanje polirane površine kristala fokusiranim laserskim snopom vršili smo pomoću impulsnog Nd-staklenog lasera snage do 3 kW. Tom prilikom su u kristalu stvarane rupe dubine oko 300 μm i diametra oko 50 μm. Pri tome se, što je važno dobijaju mikropukotine koje omogućavaju prodor hemijskog reagensa unutar kristala (sl. 1.)

Bombardovanje polirane površine kristala vršili smo ubrzanim jonima Kr, Xe i U. Kristali su bombardovani snopovima ubrzanih jona na akceleratorima teških jona u Dubni (SSSR) i Darmstadt (FRG). Kristali su bombardovani pod uglom od 90° prema poliranoj površini kristala (s. 2 i 3).



Sl. 1. Naprsline na površini kristala olivina izazvane probijanjem fokusiranim laserskim snopom.



Sl. 2. Trag izazvan metodom „Tint" u olivinima. Kristal je predhodno bombardovan ubrzanim jonima U.

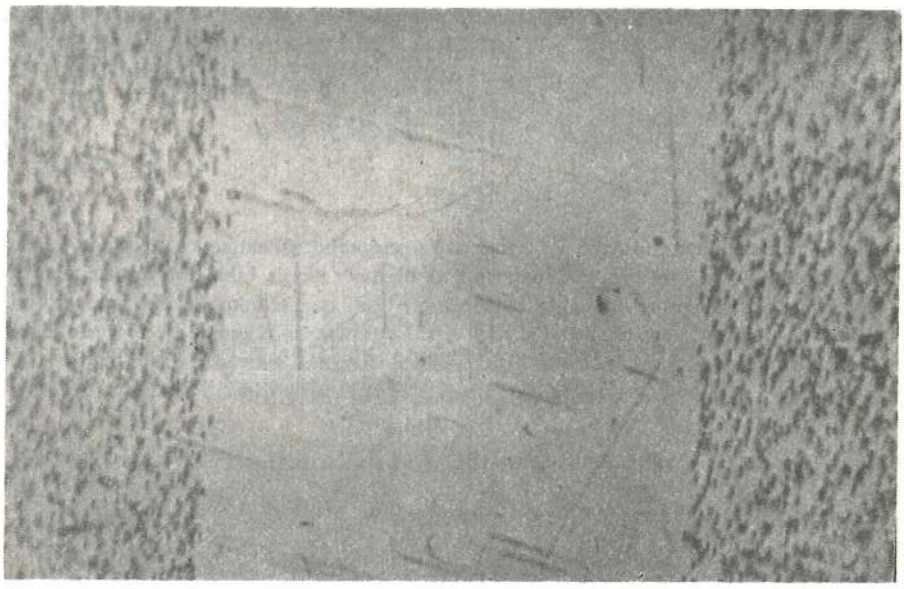
Sl. 3. Fotografija tragova jezgara galaktičkog kosmičkog zračenja u olivinima minerala sa Meseca. Kristal je bombardovan perpendikularno ubrzanim jonima Kr.

REZULTATI I DISKUSIJA

Ovim tehnikama obrade kristala nekih minerala meteorita i Meseca, metodom hemijskog nagrizanja, uspeli smo da izazovemo veliki broj tragova teških, pa i nekoliko hipotetičnih superteških, jezgara galaktičkog kosmičkog zračenja i time znatno povećali efikasnost meode istraživanja.

Mora se, međutim reći, da primenjene tehnike pored dobrih osobina imaju i izvesne nedostatke. Osnovna mana tehnike probijanja površine kristala fokusiranim laserskim snopom je ta što se na ovaj način stvaraju zacrnjene rupe dosta velikih dimenzija koje ponekad mogu da prekriju kraj ili početak traga tako da je nemoguće tačno izmeriti izazvanu dužinu traga. Što je još važnije, takve rupe mogu da prekriju tragove fragmenata spontane fisije nekog superteškog jezgra čime je onemogućena identifikacija tog jezgra preko tragova fragmenata spontane fisije.

Nedostatak tehnike bombardovanja teškim jonima sastoji se u tome što je mala energija ubrzanih jona tako da oni u kristalu stvaraju vertikalne tragove svega nekoliko desetina mikrona. Prevelik fluks bombardujućih jona (veći od 10^6 jona/cm^2) takođe stvara određene probleme, jer se onda od tragova jona nemogu da vide tragovi teških jezgara kosmičkog zračenja. Da bismo izbegli ovu poteškoću pokušali smo da ubrzane jone propuštamo kroz uske kolimatore (sl. 4.).



Sl. 4. Ozračena površina kristala olivina jonima U (E=8,7 Me/n) kroz kolimator (uv. 320 puta).

LITERATURA

[1]. R. L. Fleischer, P. B. Price and R. M. Walker: Nuclear Tracks in Solids, Univ. of Calif., Berk. Press, (1975).
[2]. D. Lal et al., Nafure, V. 221, p. 33, (1969).
[3]. V. P. Perelygin, B. J. Jakupi i dr., Kosmičeski lući, 7 Evropeiski Simpozium, LIJF, Leningrad, (1980).

CHALLENGE VOLUME TRACKS NUCLEI OF THE GALAKTIC COSMIC RADIATION IN EXTRATERRESTRIAL MINERALS

Mustafa R. Bytyçi and *Bajram J. Jakupi*

Summary

For challenge the tracks nuclei of the galaktic cosmic radiation in extraterrestrial minerals, with method chemical etchebl, for breakword the polisheds surface used the technique of the focussed Nd-glass laser beam and acceleted heavy ion beams from cyclotrons. The used technics make possible to magnify the effectivety a search of the galaktic cosmic radiation with tracks of the heavy and superheavy nuclei bridle in extraterrestrial minerals.

NGACMIMI I GJURMAVE VELLIMORE TE BERTHAMAVE TE RREZATIMIT GALAKTIKO KOSMIK NE MINERALE ME PERIARDHJE JASHTE TOKSORE

Mustafa R. Bytyçi dhe *Bajram J. Jakupi*

Rezime

Për ngacmimin e gjurmave të bërthamave të rrezatimit galaktiko kosmik në minerale me periardhje jashtë tokësore, me metodën e të brejturit kimik, është shfrytëzuar teknika e shpuarjës të sipërfaqës së lemuar të mineralit me tufë laseri të fokusuar dhe bombardimi me jone të rënda e të shpejtuara. Teknikat e shfrytëzuara mundësojnë që të zmadhohet efikasiteti i hulumtimit të rrezatimit kosmik me ndihmën e gjurmave të bërthamave të rënda e super të rënda të ndalura në minerale me periardhje jashtë tokësore.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (119 — 130)

UTJECAJ INDEKSA LOMA SREDSTAVA NA NEKE DIFRAKCIONE POJAVE

R. Bejtullahu, J. Moser, G. Gorani

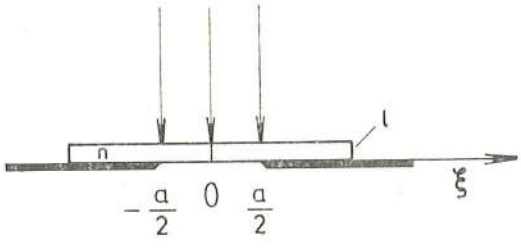
UVOD

Kod raznih pojava difrakcije svjetlosti obično se uzima da su propusna mjesta zaklona prazna. Međutim, može se uzimati da se u njima ili pred njima nalaze materijali različitih indeksa loma za svjetlost. Smatramo da je od interesa da se provede teorija značajnih difrakcionih pojava sa takvim osobinama i da se vidi kakav utjecaj na difrakciju ima indeks loma materijala koji se nalaze u otvorima difrakcionih zaklona.

TEORIJA

1. Pukotina

Uzmimo slučaj da se u neprozirnom zaklonu nalazi uska pukotina širine a i beskonačne dužine, da bi problem bio jednodimenzionalan. Ispitat ćemo samo slučaj difrakcije Fraunhoferovog tipa kod koje je upadna svjetlost paralelna, a iza zaklona se pomoću sabirne leće fokusne udaljenosti f difrakciona slika dovodi u fokalnu ravninu te leće. Pred pukotinu postavimo homogenu i izotropnu pločicu debljine l i indeksa loma n, kako to pokazuje sl. 1. Pri prolazu kroz pločicu svjetlost ima optičku put $(n-1)\,l$ i zato razliku u fazi



Sl. 1.

$$\delta = k\,(n-1)\,l \qquad (1)$$

gdje je $k=2\pi/\lambda$ valni broj. Difrakcioni integral u tom slučaju glasi

$$\frac{g}{c}=\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} e^{is\zeta}\, e^{ik(n-1)l}\, d\zeta \tag{2}$$

Ovdje je s kraća oznaka za

$$s=k\frac{x}{f} \tag{2}$$

a x je udaljenost mjesta gdje promatramo difrakciju od sredine difrakcione slike.

Integracija daje

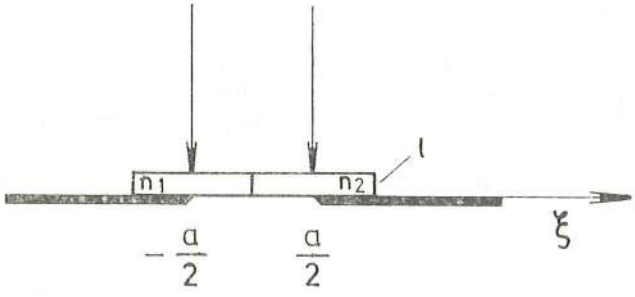
$$\frac{g}{c}=e^{ik(n-1)l}\cdot a\cdot \operatorname{sinc}\frac{sa}{2} \tag{3}$$

i to je kompleksna amplituda svjetlosti pri difrakciji. Da bi se dobio raspored osvjetljenja difrakcione slike treba to množiti s konjugirano kompleksnim izrazom. Tako izlazi

$$I=c^2a^2\operatorname{sinc}^2\frac{sa}{2} \tag{4}$$

Vidimo da je tom prilikom faktor koji sadrži indeks loma pločice otpao, pa to pokazuje da umetanje takve pločice u pukotinu ili pred nju ne mijenja difrakcionu sliku. Difrakciona slika je ista kao kad te pločice nema.

Drugi primjer imamo kad pukotinu pokrijemo sa dvije pločice jednake debljine. Uzet ćemo da svaka pločica pokriva polovinu pukotine kako to pokazuje sl. 2.



Sl. 2.

U ovom slučaju difrakcioni integral glasi

$$\frac{g}{c}=\int_{-\frac{a}{2}}^{0} e^{ik(n_1-1)l}\, e^{is\zeta}\, d\zeta+\int_{0}^{\frac{a}{2}} e^{ik(n_2-1)l}\, e^{is\zeta}\, d\zeta \tag{5}$$

Integracija daje

$$\frac{g}{c}=e^{ik(n_1-1)l}\frac{1-e^{-is\frac{a}{2}}}{is}+e^{ik(n_2-1)l}\frac{e^{is\frac{a}{2}}-1}{is}$$

Ovo se može pomoću (2) svesti na oblik

$$\frac{g}{c}=[e^{ik[(n_1-1)l-\frac{xa}{2f}}+e^{ik(n_2-1)l}]\frac{e^{i\frac{sa}{2}}-1}{is} \tag{6}$$

Sad to treba množiti s konjugirano kompleksnim izrazom. Izlazi za osvjetljenje

$$I=c^2a^2\,\mathrm{sinc}^2\frac{sa}{2}\cos^2\frac{\pi}{\lambda}\left[(n_2-n_1)l+\frac{ax}{2f}\right] \tag{7}$$

Prvi faktor predstavlja raspored osvjetljenja kod difrakcije na pukotini širine $a/2$ i ono predstavlja difrakcionu pozadinu. Drugi faktor mijenja se periodično od nula do jedan što pokazuje da je difrakciona pozadina pokrivena sa sistemom interferencionih linija. Tamne linije nalaze se na mjestima za koje je

$$\frac{\pi}{\lambda}\left[(n_2-n_1)l+\frac{ax}{2f}\right]=\left(N+\frac{1}{2}\right)\pi$$

gdje je N redni broj interferencione linije. Odavde slijedi da se N-ta interferenciona linija nalazi na mjestu

$$x=\frac{2f}{a}\left[(n_1-n_2)l+\left(N+\frac{1}{2}\right)\lambda\right] \tag{8}$$

Vidimo da je prisutnost dviju pločica uzrok pojave interferencije koja pokriva difrakcionu pozadinu.

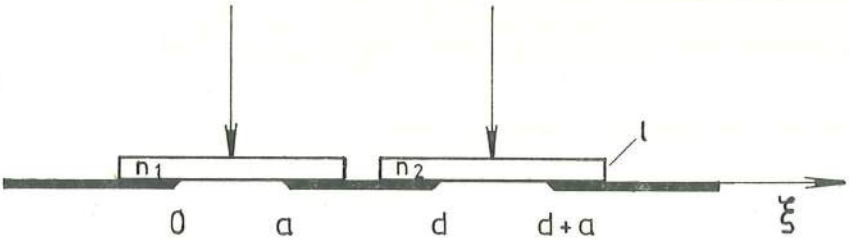
Specijalizacijom $n_1=n_2$ dobivamo

$$I=c^2a^2\,\mathrm{sinc}^2\frac{sa}{4}\cdot\cos\frac{sa}{4}$$

pa izlazi formula (4) i tada nema interferencionih linija.

2. Dvije paralelne pukotine

Kao slijedeći primjer uzmimo da se u zaklonu nalaze dvije jednako široke paralelne pukotine. Širina pukotina neka je a, a udaljenost od početka prve pukotine do početka druge pukotine neka je d. Na svakoj pukotini nalazi se po jedan sloj materijala iste debljine l sa indeksima loma n_1 i n_2, kako to pokazuje sl. 3. Te pločice izazivaju u upadnoj svjetlosti pojave zaostajanja u fazi prema formuli (1).



Sl. 3.

Integral Fraunhoferove difrakcije glasi

$$\frac{g}{c}=\int_0^a e^{ik(n_1-1)l}\,e^{is\zeta}\,d\xi+\int_d^{d+a} e^{ik(n_2-1)l}\,e^{is\xi}\,d\xi \tag{9}$$

Integracija daje

$$\frac{g}{c}=e^{ik(n_1-1)l}\,\frac{e^{isa}-1}{is}+e^{ik(n_2-1)}\,\frac{e^{is(d+a)}-e^{isd}}{is}$$

što se može svesti na oblik

$$\frac{g}{c}=\frac{e^{isa}-1}{is}\left[e^{ik(n_1-1)l}+e^{ik(n_2-1)l+ik\frac{x}{f}d}\right] \tag{10}$$

Množimo sa konjugirano kompleksnim izrazom pa izlazi za raspored osvjetljenja u difrakcionoj slici

$$I=4c^2a^2\,\mathrm{sinc}^2\frac{sa}{2}\cdot\cos^2\frac{k}{2}\left[(n_2-n_1)l+\frac{x}{f}d\right] \tag{11}$$

Dobili smo opet rezultat koji pokazuje da je na difrakcionoj pozadini pukotine, koju prikazuje prvi faktor, raspoređen sistem interferencionih linija, koje prikazuje drugi faktor. Tamne pruge za koje je $I=0$ nalaze se na mjestima

$$x=\frac{f}{d}\left[\left(N+\frac{1}{2}\right)\lambda-(n_2-n_1)l\right] \tag{12}$$

Vidi se da je formula (8) specijalni oblik ove formule za

$$d=\frac{a}{2}.$$

Razmak susjednih tamnih linija je

$$x_{N+1}-x_N=\frac{f}{d}\lambda \tag{13}$$

Kad bi oba otvora bili pokriveni sa istom pločicom, trebalo bi uzeti $n_2=n_1$ i za položaj tamnih pruga dobivamo iz (12)

$$x=\frac{f}{d}\left(N+\frac{1}{2}\right)\lambda \tag{14}$$

Kad to usporedimo sa (12) vidimo da su pruge sa dvije različite pločice pomaknute za dužinu

$$p=\frac{f}{d}(n_1-n_2)\,l \tag{15}$$

One su pomaknute na desno kad je $n_1>n_2$, a na lijevo kad je $n_1<n_2$.

3. Dva okrugla otvora

Uzmimo sada slučaj da na zaklonu imamo dva jednaka okrugla otvora čija su središta na udaljenosti d. Svaki od njih je pokriven pločicom debljine l od dva različita materijala. Kompleksnu amplitudu difrakcije izražava integral

$$\frac{g}{c}=\int\int e^{ik(n_1-1)l\xi}\,e^{is\xi}\,e^{it\eta}\,d\xi\,d\eta+\int\int e^{ik(n_2-1)\,l}\,e^{is(\xi+d)}\,e^{it\eta}\,d\xi\,d\eta$$

koji se može pisati i ovako

$$\frac{g}{c}=[e^{ik(n_1-1)\,l}+e^{ik(n_2-1)\,l+isd}]\int\int e^{is\xi}\,e^{it\eta}\,d\xi\,d\eta \tag{16}$$

Preostali integral je kompleksna amplituda rasporeda osvjetljenja difrakcije na jednom okruglom otvoru. Označimo ga sa

$$I_k=|\int\int e^{is\xi}\,e^{it\eta}\,d\xi\,d\eta|^2$$

Zatim treba (16) pomnožiti sa konjugirano kompleksnim izrazom. Izlazi

$$I=4c^2\,I_k\cos^2\frac{k}{2}\left[(n_2-n_1)\,l+\frac{x}{f}d\right] \tag{17}$$

Ovaj rezultat pokazuje da difrakcionu sliku kao svjetlu pozadnu pokrivaju interferencione linije oblika pravca normalnih na os x sa konstantnim razmacima. Kako u (17) dolazi isti faktor interferencije kao i u (11), može se diskusija o razmaku linija i pomaku uslijed različitih indeksa loma direktno prenijeti i na ovaj slučaj.

4. Optička rešetka

Uzmimo dalje slučaj optičke rešetke sa $2N$ paralelnih otvora širine a koji su raspoređeni na konstantnim udaljenostima d. Prvih N otvora neka je

slobodno, dok je drugih N otvora pokriveno pločicom debljine l materijala indeksa loma n. Difrakcioni integral u tom slučaju glasi

$$\frac{g}{c}=\sum_{j=0}^{N-1}\int_0^a e^{is(\zeta+jd)}d\zeta+\sum_{j=N}^{2N-1}\int_0^a e^{is(\zeta+jd)}\,e^{ik(n-1)l}\,d\zeta \tag{18}$$

i on se može pisati i ovako

$$\frac{g}{c}=\left[\sum_{j=0}^{N-1}e^{isjd}+e^{ik(n-1)l}\sum_{j=N}^{2N-1}e^{isjd}\right]\int_0^a e^{is\xi}\,d\xi$$

Kad se izvede sumiranje i integriranje, izlazi

$$\frac{g}{c}=\left\{1+e^{ik\left[(n-1)l+\frac{x}{f}Nd\right]}\right\}\frac{1-e^{isNd}}{1-e^{isd}}\cdot\frac{e^{isa}-1}{is} \tag{19}$$

Ovo treba množiti sa konjugirano kompleksnim izrazom pa se za raspodjelu osvjetljenja dobiva

$$I=4c^2f^2\,\mathrm{sinc}^2\frac{sa}{2}\cdot\frac{\sin^2\frac{sNd}{2}}{\sin^2\frac{sd}{2}}\cdot\cos^2\frac{k}{2}\left[(n-1)l+\frac{x}{2}dN\right] \tag{20}$$

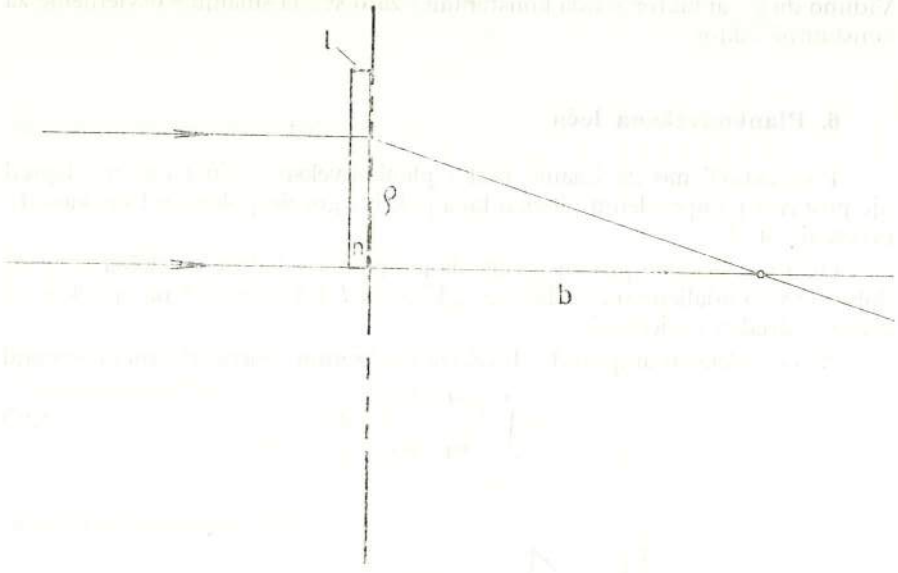
Prva dva faktora dolaze kod difrakcije na optičkoj rešetki kad je bez pločice. Ti faktori daju onu karakterističnu raspodjelu rasvjete na glavne maksimume, a ono što je između njih je uglavnom tamno zbog vrlo slabe rasvjete u tom području.

Treći faktor pokazuje da bi ta raspodjela bila pokrivena sistemom interferencionih pruga. Kako bi se te pruge pojavljivale u području gdje je i onako osvjetljenje vrlo slabo, one se neće uopće vidjeti. Izuzetak čine mjesta glavnih maksimuma. Na njih interferencioni faktor djeluje tako da njihovo osvjetljenje modulira u skladu sa vrijedošću tog faktora na mjestu dotičnog glavnog maksimuma.

5. Zonska mrežica

Pretpostavimo da smo zonsku mrežicu, Soretova tipa sa propusnim i nepropusnim prstenovima, do polovine pokrili planparalelnom pločicom debljine l materijala indeksa loma n, kako to pokazuje sl. 4. Uzmimo da je upadna svjetlost paralelna, dok mrežica prolaznu svjetlost koncentrira. Interesirat ćemo se samo za osvjetljenje u točkama koje su na optičkoj osi mrežice. Neka je gornja polovina mrežice pokrivena pločicom. Uz kraću oznaku

$$m=\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{1}{b} \tag{21}$$



Sl. 4.

možemo kompleksnu amplitudu difrakcije izraziti ovako

$$\frac{g}{c} = e^{ik(n-1)l} \sum_{j=1}^{N} \int_{r\sqrt{2j-1}}^{r\sqrt{2j}} e^{im\rho^2} \rho \, d\rho \int_{0}^{\pi} d\varphi + \sum_{j=1}^{N} \int_{r\sqrt{2j-1}}^{r\sqrt{2j}} e^{im\rho^2} \rho \, d\rho \int_{\pi}^{2\pi} d\varphi \qquad (22)$$

Ovdje je N broj propusnih prstenova mrežice, i su polarne koordinate točaka mrežice, a r je polumjer najmanje kružnice mrežice.

Kad se izvedu integracije, izlazi

$$\frac{g}{c} = \frac{\pi}{2im} [e^{ik(n-1)l} + 1](1 - e^{-imr^2}) \sum_{j=1}^{N} e^{imr^2 2j}$$

Nakon sumiranja geometrijske progresije i kraćenja dobivamo

$$\frac{g}{c} = -\frac{\pi}{2im} e^{imr^2} [e^{ik(n-1)l} + 1] \frac{1 - e^{2imNr^2}}{1 + e^{imr^2}} \qquad (23)$$

a za raspodjelu osvjetljenja izlazi

$$I = \frac{c^2\pi^2}{m^2} \frac{\sin^2 mNr^2}{\cos^2 \frac{mr^2}{2}} \cdot \cos^2 \frac{\pi}{\lambda}(n-1)l \qquad (24)$$

Prvi faktor prikazuje raspored osvjetljenja na optičkoj osi zonske mrežice. Drugi faktor je posljedica postojanja pločice koja pokriva polovinu mrežice.

Vidimo da je taj faktor svuda konstantan i zato svuda smanjuje osvjetljenje za konstantni faktor.

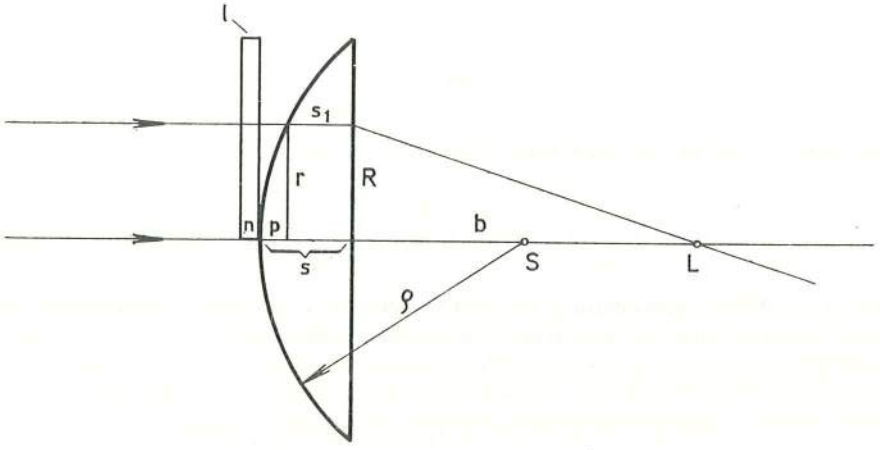
6. Plankonveksna leća

Pretpostavljamo da imamo tanku plankonveksnu leću i da smo ispred nje postavili planparalelnu pločicu koja pokriva gornju polovinu leće, kako to prikazuje sl. 5.

Ovaj put nećemo pretpostavljat da je upadna svjetlost paralelna nego da dolazi iz vrlo udaljene točke daljine a. U točki L udaljenosti b na optičkoj osi želimo odrediti osvjetljenje.

Za kompleksnu amplitudu difrakcijom skrenute svjetlosti vrijedi integral

$$\frac{g}{c}=\int \frac{e^{-ik\,(u_1'+u_2')}}{u_1'+u_2'}\,dS \tag{25}$$



Sl. 5.

Ovdje su u_1' i u_2' optički putevi svjetlosti od izvora i mjesta promatranja do ravne površine leće. Izlazna svjetlost ide direktno i zato je $u_2'=u_2$ gdje je u_2 geometrijski put svjetlosti. Za upadnu je svjetlost optički put

$$u_1'=u_1+(n_l-1)\,s_1+(n-1)\,l \tag{26}$$

Ovdje je n_l indeks loma leće, a s_1 put te zrake kroz leću. Sa slike se vidi da je

$$s_1=s-p \tag{27}$$

Veličine s i p određujemo iz geometrijskih odnosa ovako

$$r^2=p\,(2\varrho-p)=2p\varrho$$

jer se vrlo mali p^2 da zanemariti, pa je

$$p=\frac{r^2}{2\rho}$$

Za zraku koja ide kroz rub leće je

$$s=\frac{R^2}{2\rho}$$

i zato je prema (27)

$$s_1=\frac{R^2-r^2}{2\rho}$$

To uvrstimo u (26)

$$U_1'=U_1+(n_l-1)\frac{R^2-r^2}{2\rho}+(n_l-1)\,l$$

Kod plankonveksne leće je

$$\frac{n_l-1}{\rho}=\frac{1}{f}$$

gdje je f njezina fokusna udaljenost. Tako za zbroj optičkih puteva dobivamo

$$u_1'+u_2'=u_1+u_2+\frac{R^2-r^2}{2f}+(n-1)\,l \tag{28}$$

Uzmimo da su udaljenosti a i b od leće velike u usporedbi sa plumjerom otvora leće. Tada za puteve vrijedi

$$U_1^2=a^2+r^2 \qquad u_2^2=b^2+r^2$$

pa je približno

$$u_1=a+\frac{r^2}{2a} \qquad u_2=b+\frac{r_2}{2b}$$

i

$$\frac{1}{u_1}=\frac{1}{a} \qquad \frac{1}{u_2}=\frac{1}{b}$$

Za gornju polovinu leće je kompleksna amplituda

$$\frac{g_1}{c}=\frac{1}{ab}\,e^{-ik\,(a+b+\frac{R^2}{2f})}\left[\int_0^R e^{i\,\frac{k}{2}\,(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{f})\,r^2}\,r\,dr\int_0^{\pi} d\varphi\right]e^{-ik\,(n-1)\,l}$$

a za donju plovinu leće je

$$\frac{g_2}{c}=\frac{1}{ab}\,e^{-ik\,(a+b+\frac{R^2}{2f})}\int_0^R e^{i\,\frac{k}{2}\,(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{f})\,r^2}\,r\,dr\int_{\pi}^{2\pi} d\varphi$$

Uz kraću oznaku

$$\frac{k}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-\frac{1}{f}\right)=m \tag{29}$$

imamo za cijelu leću

$$g=\frac{c\pi}{ab}e^{-ik\left(a+b+\frac{R^2}{2f}\right)}\left[e^{-ik\,(n-1)\,l}+1\right]\int_0^R e^{-imr^2}\,r\,dr \tag{30}$$

što integracijom daje

$$g=\frac{c\pi}{ab}e^{-ik\left(a+b+\frac{R^2}{2f}\right)}\left[e^{-ik\,(n-1)\,l}+1\right]\frac{e^{-imR^2}-1}{-2im} \tag{31}$$

Kad to množimo sa konjugirano kompleksnim izrazom izlazi za osvjetljenje duž optičke osi

$$I=\frac{4c^2\pi^2}{a^2b^2}\,\mathrm{sinc}^2\frac{mR^2}{2}\cos^2\frac{k}{2}(n-1)\,l \tag{32}$$

Prvi je faktor raspored osvjetljenja po optičkoj osi leće bez pločice, a drugi faktor je utjecaj pločice. Vidimo da pločica za konstantni faktor smanjuje osvjetljenje. Taj je faktor isti kao u (24) kod zonske mrežice.

7. Određivanje indeksa loma

Pokazali smo u dosadašnjem računu da pločica indeksa loma n ima određeni utjecaj na difrakciju svjetlosti. Zato se može postaviti pitanje, može li se ispitivanjem difrakcije svjetlosti odrediti indeks loma pločice.

Vidjeli smo da kod pukotina i okruglih otvora pločice izazivaju pomak interferencionih linija u difrakcionoj slici. Zato treba očekivati da bi se mjerenjem toga pomaka moglo doći do indeksa loma. Ali to je moguće učiniti samo ako je pomak manji od jednog razmaka među tamnim interferencionim linijama. Dakle

$$p<x_{N+1}-x_N$$

i kad uvrstimo (13) i (15).

$$(n_1-n_2)\,l<\lambda \tag{33}$$

Ovaj rezultat pokazuje da pločica mora biti vrlo tanka, reda veličine valne dužine, što praktički nije ostvarivo ili mora biti razlika indeksa loma vrlo mala. To je dakako ostvarivo kod plinova, jer je za uzduh $n=1{,}000192$, za kisik $n=1{,}000271$, za azot $n=1{,}000298$, a za CO_2 $n=1{,}0049$. Ali, kod plinova nastaje poteškoća — kako sagraditi kivete u koje stavljamo te plinove. Naime za natrijevu svjetlost je $\lambda=589\cdot10^{-6}$ mm, i ako se uzme $f=2\cdot10^3$ mm, mora biti $d=1$ mm, da bi se postigao razmak interferencionih pruga od 1,178 mm. Znatno manje razmake linija nema smisla uzeti jer će pomaci biti vrlo mali, a kod takvih razmaka je udaljenost otvora 1 mm — što je premalo da se na toj dužini postavi granica dviju kiveta.

Dakako kod tekućih i krutih pločica će pomak linija biti veći od razmaka linija ili od razmaka nekoliko linija, a na difrakcionoj slici linije se ne razlikuju među sobom i zato nemamo mogućnosti odrediti točno veličinu pomaka.

Drugi utjecaj imamo kod leće i zonske mrežice. Ovde pločica smanjuje osvjetljenje. Zato bi se moglo zamisliti da se mjeri osvjetljenje u jednoj točki optičke osi jedanput bez pločice i drugi put sa pločicom. Odnos tih osvjetljenja bi morao biti $\cos^2 \frac{\pi}{\lambda}(n-1)\,l$. Ako iz tog treba odrediti n, onda treba najprije naći funkciju arccos izmjerenog odnosa. Ali ta je funkcija mnogoznačna i ne postoji mogućnost odrediti upravo onu vrijednost koja odgovara konkretnom slučaju.

Pokazat ćemo to na jednom primjeru. Neka je pločica od stakla $n=1{,}57$ debljine 1 mm, i neka se koristi svjetlost natrijeve lampe $\lambda=589\cdot10^{-6}$ mm. Tada izlazi

$$\frac{\pi}{\lambda}(n-1)\,l=\frac{\pi}{589\cdot10^{-6}}\cdot0{,}57=2720{,}2245 \text{ rad}$$

Izostao je velik broj radijana, tako da za određivanje kosinusa treba ovo svesti na prvi krug. Dijeljenjem $2720{,}2245/2=432{,}95468$ — vidimo da treba oduzeti 432 kruga. Dakle

$$2720{,}2245-432\cdot2\pi=2720{,}2245-2714{,}3361=5{,}888447$$

i zato je

$$\cos\frac{\pi}{\lambda}(n-1)\,l=\cos 5{,}888447=0{,}9230972$$

$$\cos^2\frac{\pi}{\lambda}(n-1)\,l=0{,}8521085$$

Prema tome, kod takve staklene pločice, osvjetljenje na optičkoj osi smanjuje se za taj faktor. Ta bi se vrijednost pomoću fotometra izmjerila.

Hoćemo li sad poći obrnutim putem, tada treba napraviti

$$\arccos 0{,}9230972=0{,}3945384$$

ali kako riješenje može biti i u četvrtom kvadrantu, treba uzeti u obzir i rezultat $2\pi-0{,}3945384=5{,}888447$. Već ovdje je izbor povoljan ali nemamo nikakav kriterij po kojem bismo mogli uvidjeti da je drugo riješenje ispravno, a ne prvo. Dalje, ni od kuda ne možemo znati koliko puta treba dodati 2π. Ne pokazuje nam ništa da je taj broj 432. Zato je nemoguće takav račun provesti.

Iz svega se vidi da takva metoda za određivanje osnovnih parametara pločice u oba slučaja nailazi na poteškoće jer uvijek nailazimo na mnogoznačnost ciklometrijske funkcije i nemamo mogućnosti da odredimo pravu vri jednost.

REFERENCIJA

[1]. R. Bejtullahu, J. Moser, Z. Mitreska, God. Zbornik na Fakultetot za Fizika, Skopje 30, 13–22, (1980).

[2]. J. Moser, R. Bejtullahu, *Difrakcija snopa svjetlosti sa Gaussovom raspodjelom amplitude na tankim plankonveksnim optičkim lećama koje su ograničene rotacionim elipsoidom*, hiperboloidom ili paraboloidom, Contribution MANU Skopje, (1981).

[3]. A. Papoulis, *Teorija sistem i preobrazovanii v optike*, Mir, Moskva, (1971), str. 16–21.

[4]. J. Moser, R. Bejtullahu, *Teorija na difrakcija na svetlinata na bifokalna leća*, Bilten SDF 32–33, str. 27–38, Skopje (1982/83).

[5]. R. Bejtullahu, *Teorija Fraunhofferove difrakcije na s sistem paralelnih pukotina*, Magistarski rad, Skopje, (1972).

NDIKIMI I TREGUESIT TË PËRTHYERJES SË LËNDËVE NË CA DUKURI DIFRAKSIONALE

R. Bejtullahu, J. Moser, G. Gorani

Rezyme

Në këtë punim është paraqitur teoria e ca dukurive difraksionale duke supozuar se në vendet lëshuese ose para tyre gjenden lëndë me tregues të ndryshëm të përthyerjes së dritës. Eshtë treguar se këto lëndë ndikojnë në difraksionin e dritës duke bërë zhvendosjen e vijave interferente në figurën difraksionale ose duke e zvogluar ndricimin. Nga kjo është përfunduar se, parimisht, është i mundur përcaktimi i treguesit të përthyerjes së atyre lëndëve duke hulumtuar aspektin kuantitativ të ndikimit. Mirëpo, është treguar se kjo është e përcjellur me pengesa teknike dhe matematike.

THE INFLUENCE OF REFRACTION INDICES OF MATTERS TO SOME DIFFRACTIONAL PHENOMENA

R. Bejtullahu, J. Moser, G. Gorani

Summary

Theory of some diffractional phenomena has been concerned in this work with the assumption that in the crossing places orrjust before these ones are replaced matters possessing different indices of light refraction. It has been shown that these matters exert certain influence on diffraction of light manifasted as a shift of interferent lines on diffraction pattern or as diminution of the illumination. So, there was, in principle, a possibility of determination of matters refraction indices by investigating the quantitative aspect of these influences. However, this is followd by certain technical and mathematical obstructions.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (131 — 138)

FRAUNHOFEROVA DIFRAKCIJA NA DVA OTVORA KOJI IMAJU OBLIK HOMOTETIČNIH PARALELOGRAMA

E. Demirović, R. Bejtullahu i J. Moser

Abstract

U radu se određuje raspodela difrakcionog polja klasičnog izvora svetlosti na dva otvora oblika homotetičnih paralelograma. Opšta formula koja određuje raspodelu difrakcionog polja sadrži u sebi geometriju paralelograma te dozvoljava da se specijalizira za neke posebne parametre. Najprije se vrši diskusija difrakcije na jednom otvoru oblika kosog paralelograma, koja se sastoji od dvaju sistema ukrštenih linija. Budući da i drugi otvor daje sistem ukrštenih linija sa uvećanom ili umanjenom slikom difrakcije, nul linije tih dvaju otvora uopšte uzev neće biti tamne. Difrakciona slika koja nastaje superpozicijom difrakcionih slika svakog od tih otvora je samo pozadina cijele difrakcione slike koja je pokrivena još jednim sistemom interferencionih linija.

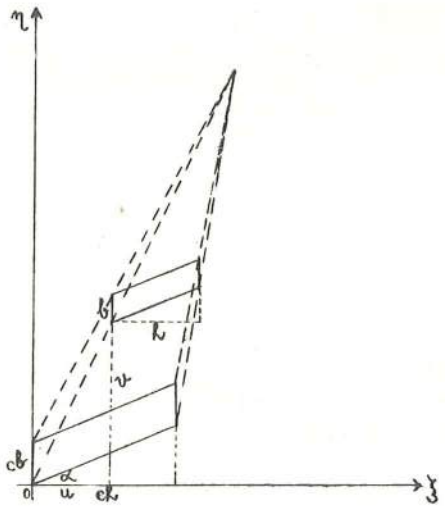
UVOD

Predpostavljamo da paralelni snop monohromatske svijetlosti pada normalno na neprozirni zastor koji ima dva otvora oblika homotetičnih paralelograma. Pri prolazu svijetlosti kroz te otvore nastaje difrakcija. Cilj ovoga rada je da odredi difrakcionu sliku, ako je difrakcija Fraunhoferovog tipa.

Slika 1. prikazuje dva otvora oblika paralelograma sa paralelnim stranicama. Koordinatni sistem ξ, η je postavljen tako da mu koordinatni početak bude u najdonjem vrhu paralelograma, a osa η u smeru jedne stranice otvora.

Zbog sličnosti tih paralelograma homologne stranice su kod njih proporcionalne. Faktor proporcionalnosti označimo sa c. Dimenzije jednog otvora imaju bazu b i visinu h, dok je kod drugog otvora baza cb a visina ch. Baze su paralelne osi η a visine osi ξ kao na Sl. 1. Kose stranice paralelograma sa osom ξ zatvaraju ugao α i označimo sa

$$a = tg\,\alpha \tag{1}$$



Sl. 1.

Vrh drugog paralelograma, homologan onom vrhu koji smo položili u početak koordinatnog sistema, ima koordinate (u, v). Uz navedeneoznake jednačine stranica tih paralelograma glase:

$$\begin{aligned} \eta &= a\xi \\ \eta &= a\xi + cb \\ \xi &= 0 \\ \xi &= ch \end{aligned} \tag{2}$$

za paralelogram s vrhom u koordinatnom početku, a

$$\begin{aligned} \eta &= a(\xi - u) + v \\ \eta &= a(\xi - u) + v + b \\ \xi &= u \\ \xi &= u + h \end{aligned} \tag{3}$$

za drugi paralelogram.

Kod Fraunhoferove difrakcije treba iza otvora staviti sabirno sočivo žižine daljine f, da bi se difrakciona slika pojavila u žižinoj ravni sočiva. U ravan slike položimo paralelni koordinatni sistem x, y.

TEORIJA

Kompleksna amplituda Fraunhoferove difrakcije određuje se pomoću integrala [1]

$$g = K \iint_A e^{i(s\xi + t\eta)}\, d\xi\, d\eta \tag{4}$$

gde je K — faktor proporcionalnosti, a

$$s = \frac{2\pi}{\lambda f} x, \qquad t = \frac{2\pi}{\lambda f} y \tag{5}$$

Koordinate tačke u kojoj određujemo rezultat difrakcije su x i y. Integraciju u formuli (4) treba provesti po površinama otvora. U našem slučaju ona izgleda ovako

$$\frac{g}{K} = \int_0^{ch} e^{is\xi}\, d\xi \int_{a\xi}^{a\xi + cb} e^{it\eta}\, d\eta + \int_u^{u+h} e^{is\xi}\, d\xi \int_{a(\xi-u)+v}^{a(\xi-u)+v+b} e^{it\eta}\, d\eta \tag{6}$$

Kad se ovi integrali reše, uz oznaku

$$\sin c\,\alpha = \frac{\sin \alpha}{\alpha} \tag{7}$$

dobiva se

$$\frac{g}{kbh}=c^2e^{itcb/2}e^{i(s+ta)ch/2}\cdot\sin c^{tcb/2}\sin c\,(s+at)\,ch/2+$$
$$+e^{itb/2}e^{i(s+ta)h/2}e^{i(tv+su)}\cdot\sin c\,tb/2\sin c\,(s+at)\,h/2 \qquad (8)$$

Da se dobije raspodela osvetljenosti u difrakcionoj slici treba ovaj izraz množiti sa konjugirano kompleksnim, što kad se uvrste vrednosti (5) konačno daje

$$I/K^2b^2h^2=c^4\sin c^2\,\pi yb/\lambda f\cdot\sin c^2\pi ch\,(x+ay)/\lambda f+$$
$$+\sin c^2\frac{\pi by}{\lambda f}\cdot\sin c^2\pi h\,(x+ay)/\lambda f+$$
$$+2c^2\sin c\,\pi cby/\lambda f\cdot\sin c\,\pi by/\lambda f\cdot\sin c\,\pi ch\,(x+ay)/\lambda f\cdot$$
$$\cdot\sin c\,\pi h\,(x+ay)/\lambda f\cos\pi/\lambda f\,[(by+hx+ahy)\,(1-c)+$$
$$+2\,(vy+ux)] \qquad (9)$$

Ovo je opšta formula našeg difrakcionog zadatka i treba je prodiskutovati. Počećemo sa najjednostavnijim slučajem.

Jedan otvor u obliku paralelograma

U slučaju kad se u zaklonu nalazi samo jedan otvor treba uzeti $c=0$ i formula (9) se specijalizira na [2]

$$I/K^2b^2h^2=\sin c^2\pi by/\lambda f\cdot\sin c^2\pi h\,(x+ay)/\lambda f \qquad (10)$$

Izašao je proizvod dviju funkcija od kojih svaka predstavlja po jedan sistem svetlih i tamnih pruga karakterističnog oblika kod Fraunhoferove difrakcije na pukotini. Prvi sistem pruga ima nultačke na pravcima

$$y=\frac{N\lambda f}{b}\qquad N=\pm1,\pm2,\pm3,\ldots \qquad (11)$$

To je sistem pruga normalnih na osu y, dakle na smer jednog para strenica otvora.

Drugi sistem pruga ima tamna mesta tamo gde je

$$y=-\frac{x}{a}+\frac{N\lambda f}{h\cdot a} \qquad (12)$$

To su pravci normalni na drugi par stranica otvora. Razmaci među tim tamnim prugama su obrnuto proporcionalni odgovarajućim dimenzijama otvora.

Prema tome cela difrakciona slika je rezultat pokrivanja tih dvaju sistema pruga. U sredini difrakcione slike se nalazi glavni maksimum koji je ograničen sa dva para paralelnih tamnih pravaca. Pokraj tih pravaca nižu se ostali osvetljeni delovi ograničeni tamnim pavcima.

Diskusija rezultata kod dva otvora

Rešenje toga slučaja dato je formulom (9) koja je sastavljena od tri člana. Drugi od njih je upravo onaj koji smo diskutovali u slučaju jednog otvora. Prvi član se razlikuje od drugog samo po prisutnosti faktora proporcionalnosti c, pa je to opet ukršteni sistem dvaju sistema pruga, s tom razlikom što je sad razmak tamnih linija $\lambda f/cb$ i $\lambda f/ch$. Zapravo, difrakciona slika će biti c puta manja ako je $c>1$, a veća ako je $c<1$ u odnosu na sliku koju bi dala difrakcija na drugom otvoru. Kako se ova dva člana zbrajaju difrakciona slika će biti rezultat superpozicije slika tih dvaju otvora. Nullinije difrakcije tih dvaju otvora neće biti tamne, jer će najčešće nullinija koja odgovara jednom otvoru pasti na osvetljeno mesto koje odgovara drugom otvoru. Izuzetak imamo kada je c celi broj ili njegova recipročna vrednost.

Difrakciona slika, ovako nastala, biće samo pozadina cele difrakcione slike, jer treba uzeti još u obzir treći član u formuli (9). U njemu se javlja faktor sa kosinusom koji izaziva pojavu još jednog sistema interferencionih linija. Najveće osvetljenje će se nalaziti na mestima za koja je

$$[(by+hx+ahy)(1-c)+2(vy+ux)]\frac{\pi}{\lambda f}=2n\pi \qquad n=0,1,2,3,$$

ili

$$y=-\frac{h(1-c)+2u}{(b+ah)(1-c)+2v}\cdot x+2n\frac{\lambda f}{(b+ah)(1-c)+2v} \tag{13}$$

To je jednačina paralelnih pravaca čiji se smer za $c\neq 1$ razlikuje od smera karakterističnih linija pozadine. Za osvetljenje tih najjače osvetljenih linija izlazi formula

$$I_M/K^2b^2h^2=[c^2\sin c\,\pi cby/\lambda f\cdot\sin c\,\pi ch\,(x+ay)/\lambda f+\sin c\,\pi by/\lambda f\cdot\sin c\,\pi h\,(x+ay)/\lambda f]^2 \tag{14}$$

Pruge će imati najmanje osvetljenje na pravcima

$$y=-\frac{h(1-c)+2u}{(b+ah)(1-c)+2v}\cdot x+(2n+1)\frac{\lambda f}{(b+ah)(1-c)+2v} \tag{15}$$

Osvetljenje na tim pravcima je

$$I_m/K^2b^2h^2=[c^2\sin c\,\pi cby/\lambda f\cdot\sin c\,\pi ch\,(x+ay)/\lambda f-\sin c\,\pi by/\lambda f\cdot\sin c\,\pi h\,(x+ay)/\lambda f]^2 \tag{16}$$

Otvori su jednakih dimenzija

Dobivene rezultate ćemo još specijalizirati za slučaj da oba otvora imaju jednake dimenzije. Uslov za to je

$$c=1$$

Ta specijalizacija vodi do rezultata [3]

$$I/K^2b^2h^2=4\sin c^2\pi by/\lambda f\cdot\sin c^2\pi h\,(x+ay)/\lambda f\cdot\cos^2\pi\,(ux+vy)/\lambda f \qquad (17)$$

Prva dva faktora daju difrakcionu sliku samo jednog otvora četvorostruke jačine, a treći faktor pokazuje da je ta pozadina pokrivena sistemom ekvidistantnih svetlih i tamnih pruga. Svetle pruge se nalaze na pravcima

$$y=-\frac{ux}{v}+\frac{n\lambda f}{v} \qquad (18)$$

Te su pruge normalne na spojnici homolognih vrhova otvora. Razmak među prugama je obrnuto proporcionalan ordinatnom razmaku homolognih vrhova.

Za proveru je još značajan slučaj kad je

$$u=h,\quad v=ah$$

U tom se slučaju drugi otvor tačno nadovezuje na prvi i daje samo jedan otvor dvostruke visine.

Uvrštavanje ovih vrednosti u (17) daje

$$I/K^2b^2\,(2h)^2=\sin c^2\,\pi by/\lambda f\cdot\sin c^2 2\pi h\,(x+ay)/\lambda f \qquad (19)$$

a to je upravo formula za difrakciju na jednom otvoru sa dvostrukom visinom.

Druga mogućnost za sastavljanje dvaju otvora u jedan imamo za

$$u=0,\quad v=b$$

što uvršteno u (17) daje

$$I/K^2\,(2b)^2h^2=\sin c^2 2\pi by/\lambda f\cdot\sin c^2\pi h\,(x+ay)/\lambda f \qquad (20)$$

a to je upravo formula za difrakciju na jednom otvoru sa dva puta većom bazom, kako i treba da bude ,[4]

Otvori imaju oblik pravougaonika

Ako otvori imaju oblik pravougaonika onda treba uzeti da je

$$a=0$$

U tom slučaju, kod dva otvora, se (9) specijalizira na

$$I/K^2b^2h^2=c^4\sin c^2\,\pi cby/\lambda f\cdot\sin c^2\pi chx/\lambda f+\sin c^2\pi by/\lambda f\cdot\sin c^2\pi hx/\lambda f+$$

$$+2c^2\sin c\,\pi cby/\lambda f\cdot\sin c\,\pi chx/\lambda f\cdot\sin c\,\pi by/\lambda f\cdot\sin c\,\pi hx/\lambda f\cdot\cos\pi/\lambda f\,[(by+$$

$$+hx)\,(1-c)+2\,(vy+ux)] \qquad (21)$$

a kod jednog otvora na

$$I/K^2b^2h^2=\sin c^2\pi by/\lambda f\cdot\sin c^2\pi hx/\lambda f \qquad (22)$$

U difrakcionoj slici jednog otvora su tamne linije ortogonalne. Naime one se nalaze kod

$$y=N\lambda f/b\ \text{ i }\ x=N\lambda f/h \qquad (23)$$

Ako su dva otvora dobija se opet podloga sastavljena kao superpozicija dviju difrakcionih slika koja je prekrivena interferencionim linijama, čiji maksimumi imaju jednačinu

$$y=-\frac{h(1-c)+2u}{b(1-c)+2v}\cdot x+2n\frac{\lambda f}{b(1-c)+2v} \tag{24}$$

Intenziteti im iznose

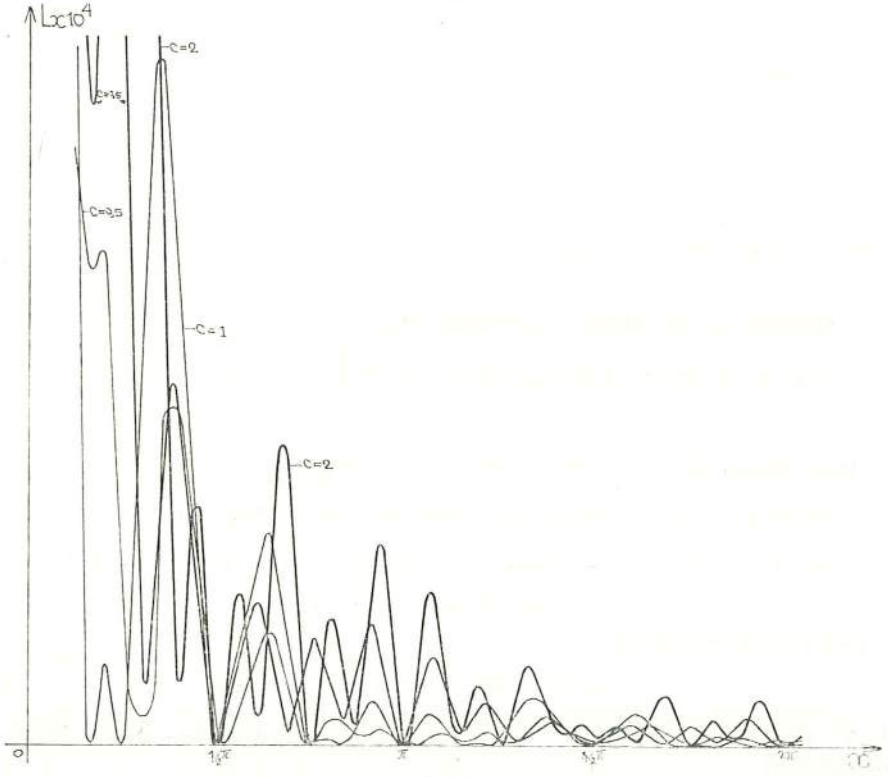
$$I_M/K^2b^2h^2=(c^2\sin c\,\pi cby/\lambda f\cdot\sin c\,\pi chx/\lambda f+\sin c\,\pi by/\lambda f\cdot\sin c\,\pi hx/\lambda f)^2 \tag{25}$$

dok najmanje osvetljene pruge imaju intenzitet

$$I_m/K^2b^2h^2=(c^2\sin c\,\pi cby/\lambda f\cdot\sin c\,\pi chx/\lambda f-\sin c\,\pi by/\lambda f\cdot\sin c\,\pi hx/\lambda f)^2 \tag{26}$$

Kod dvaju otvora jednakih dimenzija treba staviti $c=1$. Tada se formula (21 specijalizira na [5]

$$I/K^2b^2h^2=4\sin c^2\pi by/\lambda f\cdot\sin c^2\pi hx/\lambda f\cdot\cos^2\pi\,(ux+vy\ /\lambda f \tag{27}$$



Sl. 2.

Dakle, pozadina oblika difrakcione slike jednog pravougaonog otvora pokrivena je sistemom interferencionih linija koje leže na sistemu paralelnih pravaca sa jednačinom

$$y=-\frac{ux}{v}+\frac{n\lambda f}{v} \tag{28}$$

Maksimalni intenziteti su

$$I_M/K^2b^2h^2=4\sin c^2\pi by/\lambda f\cdot\sin c^2\pi hx/\lambda f \tag{29}$$

a minimalni

$$I_m=0$$

Na sl. 2. su prikazani intenziteti svetlosti određeni formulom (9) za $c=0{,}5$; $c=1$; $c=1{,}5$; $c=2$, uz sledeće vrednosti i kraće oznake

$$a=\operatorname{tg}\alpha=1,\ h=4b,\ u/v=2,\ \text{tj. } u=3b,\ v=6b,$$

$$L=I/K^2b^2h^2,\ X=\pi bx/\lambda f,\ Y=\pi by/\lambda f$$

LITERATURA

[1]. M. Born, E. Volf, *Ocnovi optiki*, ruski prevod-Moskva (1970)
[2]. G. Bruhat, *Optique*, Paris (1965)
[3]. F. A. Jenkins, H. E. White, *Fundamentals of Optics*, New York (1950)
[4]. J. M. Stone, *Radiation and Optics*, New York (1963)
[5]. J. Moser, Lj. Janićijević, R. Bejtullahu, *Fraunhoferova difrakcija na dva pravokutna otvora*, Zbornik radova PMF-a Priština IV (1979–1980)

DIFRAKCIONI I FRAUNHOFERIT NË DY HAPJE NË FORMË TË PARALELOGRAMËVE HOMOTETIKE

E. Demirović, R. Bejtullahu dhe *J. Moser*

Rezime

Në këtë punim është përcaktuar shpërndarja e fushes difrakcionale të burimit klasik të dritës në dy hapje në formë të paralelogramëve homotetike. Formula e përgjitshme e cila e përcakton shpërndarjen e fushës difrakcionale përmban në vete gjeometrinë e paralelogramit, kështu që lejon që të specializohet për disa parametra të veçantë. Së pari bëhet diskutimi i difrakcionit në një hapje në formë të paralelogramit të pjerrët, i cili përbëhet nga dy sisteme të vijave të kryqëzuara. Pasi që edhe hapja tjetër jep sistem të vijave te kryqëzuara me tabllo të rritur ose të zvogëluar difrakcionale, vijat zero të atyre hapjevë nuk do të jenë të errëta. Tablloja diferenciale e cila shfaqet me superponimin e tabllove difrakcionale të secilës hapje është vetëm prapavija e tërë tabllosë difrakcionale e cila është e mbuluar edhe me një sistem të vijave interferencionale.

FRAUNFOHER DIFRACTION ON TWO HOMOTETIC PARALELOGRAM OPENINGS

E. Demirović, R. Bejtullahu and J. Moser

Abstract

In this paper the distribution of diffraction field of an classical light source on two homotetic parllejogram openings is determined. The general formula wich determines the distribution of diffraction field consists the geometry of parallelogram which allows us to specialize it for some special parameters. At first step the discussion of difraction on an inclined parallelogram openings which consists two sistems of crossed lines, is done. Since the other opening, also generates a sistem of crossed fringes with increased or decreased diffraction pattern, zero-lines of those two openings will not be dark. The diffraction pattern of each one of those openings is only the background of whole diffraction pattern which is covered by another one sistem of interference fringes.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (139 — 140)

ANALIZA SPEKTRALE DHE IDENTIFIKIMI I DUKURIVE NË SPEKTRIN E POÇAVE TË JODUREVE TË INDIUMIT ME PRESION TË LARTË

T. Gegaj, V. Henč-Bartolić dhe G. Pichler

Abstract

Ne këtë punim bëhet fjalë për diagnostifikimin spektroskopik të plazmës në poçat e jodureve të indiumit me presion të lartë dhe fuqi 400 W.

HYRJE

Poçat e jodureve të metaleve me presion të lartë paraqesin një familje të gjërë të poçave elektrike, e që me paraqitjen e tyre është bërë një këthesë e madhe në industrinë e poçave elektrike.

Për zhvillimin e burimit të dritës me një spektër të pasur duhet të zgjidhen elementët të cilët kanë më tepër se dy elektrone në shtresën e jashtme elektronike (1). Ne këtë drejtim më interesante janë elementet e grupit të tretë të sistemit periodik, ndërsa për ndiçim në tërësi, mjaft interesant janë edhe elementet e grupit te katërt dhe të shtatë të sistemit periodik dhe ate prej periodës së tretë gjer në periodën e shtatë.

Në tërësi poçat me presion të lartë të jodureve te indiumit për nga konstruktimi janë të ngjashme me poçat e merkurit.

Gjatë punës së këtyre poçave zhvillohët temperaturë e madhe kështu që molekulat e elementeve në komponim disosojnë në atome rrespektivisht në jone. Në këtë mënyrë vihet gjër ke ekscitimi i atomeve, që rrezatojnë energji. Që poçi te funkcionoi një kohë më të gjatë është e nevojshme dhe e domosdoshme qe atomet e elementeve në hakrun elektrik pas difundimit nga kanali i plazmës në zonën me temperaturë më të ulët të asosojnë (praktikisht të rikombinohën).

TEORIA

Materja mund te ekzistoi edhe në gjendje të plazmës nëse energjia kinetike e çdo thërmie është më e madhe se energjia e jonizimit. Plazma e harkut elektrik në kuptimin makroskopik është neutrale, ndërsa shiquar në aspektin mikroskopik atomet neutrale i janë nënshtruar fushës elektrike të elektroneve dhe joneve në atë mjedis dhe për atë shkak mbështjellësi elektronik në atom deformohët. Gjatë ndeshjeve të shpeshta me elektrone vihet gjer ke ekscitimi i atomit në nivele më të larta energjitike. Nga gjendja e tillë e ekscituar atomi spontanisht këthehet në një gjendje tjetër më të ulët poashtu të ekscituar ose në gjendje themelore duke emituar fotone. Regjistrimi i fotoneve te emituara na jep një informatë për gjendjen e gazit të jonizuar. Një informatë e tillë e fituar nga rezultatet ekpserimentale mund të jetë e sakët nëse plazma është në gjendje të ashtuquajtur „ekuilibër lokal termodinamik", çka do të thot se veçoritë e mjedisit ndërrojnë prej një vendi në tjetrin ashtu që në njësi të vogël vëllimore të ekzistoi ekuilibri termik (ET).

Nga kjo vërejmë se me matjen e intensitetit të vijave spektrale është e mundur të verifikohët shkalla e ekscitimit të atomit e me këtë edhe prametrat tjerë të plazmës (temperatura dhe koncentrimi i thermijave në harkun elektrik).

REULTATET EKSPERIMENTALE DHE DISKUTIMI I TĆRE

Për identifikimin e vijave spektrale, spektri është regjistruar me çarje të vogël të spektrometrit. Aparatura e përdorur gjatë matjes mundëson regjistrimin e spektrit në intërvalin e gjatësisë valore 320—650 nm. Në fig. 1 është paraqitur spektri i emituar nga lampa (poça) elektrike me presion të lartë e jodurit të indiumi më fuqi 400 W. Në spektër vërehën disa vija të mërkurit dhe dy vija të indiumit.

Nga profili i vijes spektrale të mërkurit, vërehet së ai është simetrik ndaj boshtit të simetrisë. Intensuteti i vijes ndërron në drejtimin radial dhe

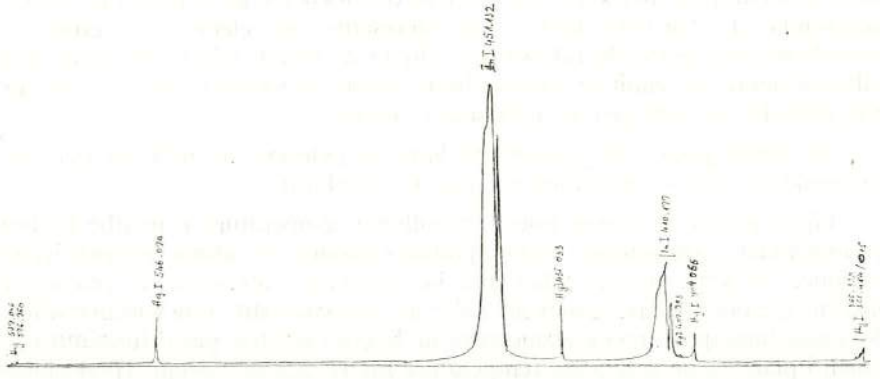


Fig. 1.—Spektri i emituar nga llampa InJ-Hg 400 w.

aksial. Në drejtimin radial maksimumi i intensitetit është në çendër të harkut të plazmës ndërsa në drejtim të mureve intensiteti bie. Në drejtimin aksial të plazmes intensiteti i vijes së mërkurit poashtu ndërron si në fig 4.

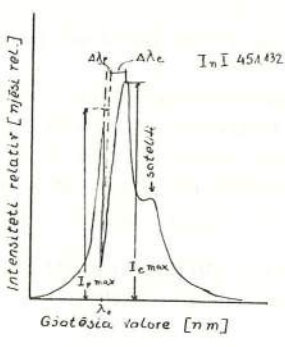


Fig. 2.

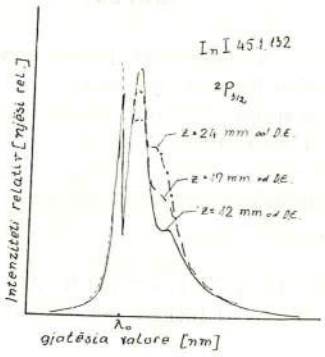


Fig. 3.

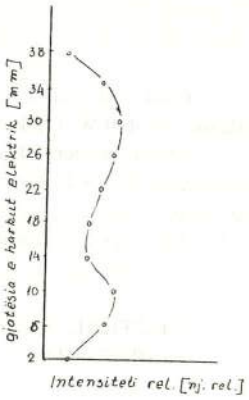


Fig. 4.

Në figurën 2 është paraqitur vija spektrale e indiumit InI 451.132 nm. Në këtë fig urë posaqerisht janë të paraqitura disa detale si çendra e vetapsorbuar dhe sateliti që i përgjigjet intërakcionit indium-mërkur në gjatësi valore 453.83 nm. Poashtu janë të shenuara madhësitë më rëndësi të vecantë në spektroskopi.

$\Delta\lambda_p$ — bartja (ndaj çendrës së vijës së indiumit) e maksimumit të krahut të kaltërt.

$\Delta\lambda_c$ — Bartja (ndaj çendrës së vijes së indiumit) e maksimumit të krahut të kuq.

I_p, I_c — intensiteti i maksimumit të krahut të kaltërt rrespektivisht të kuq.

Pozita e maksimumit të krahut të kaltërt respektivisht të kuq ndërron në drejtimin aksial të plazmës si në fig. 3.

LITERATURA

[1]. G. N. Rochlin — *Halogen-Metaldampflampen*, 1971.
[2]. H. R. Griem — *Plasma Spectroscopy*, New York — London 1964.F
[3]. Lochte — Holtgreven W — *Plasma Diagnostic*, North-Holland, Amsterdam 1968.
[4]. *Optika i atomnaja fizika*, izd. „Nauka" 1983 (pod redakt.) R. I. Solouhin.
[5]. S. E. Friš — *Optičeskije sprektry Atomov*, izd. „Moskva" 1963.
[6]. K. Niemax and G. Pichler — J. Phys. B.: *Atom. kolec Phys.* vol. 7 № 7 1974.
[7]. D. Veža, M. Movre and G. Pichler — J. Phys. B: *Atom Nolec.* Phys 13 1980.

SPEKTRALNA ANALIZA I DENTIKOVANJE POJAVA U SPEKTRIMA VISOKOTLAČNIH INDIJ-JODIDNIH LAMPI

Gegaj, T; Henč-Bartolić, V; i *Pichler, G*

Sadržaj

Ovaj rad sadrži rezultate diagnostike plazme spektroskopskom metodom. Izvor plazme je 400 W visokotlačna indij-jodidna lampa.

Vršena je identifikacija spektralnih linija. Uračunata je prostorna raspodjela relativnih intenziteta živine linije HgI 546.074 nm. Prikazan je profil indijeve linije InI 451.132 nm sa nekim detaljima (satelit koji je odreden odnosom relativnog intenziteta i valne dužine u log-log mjerilu), zatim promjena relativnog intenziteta u raznim pozicijama duž luka.

SPECTRAL ANALYSIS AND IDENTIFICATION OF PROCESSEN IN SPECTRUMS OF HIGH-PRESSURE INDIUM-IODIDE LAMPS

T. Gegaj, V. Henč-Bartolić and *G. Pichler*

Rezime

This paper contains the results of the diagnosis of plasma obtained through spectroscopis method. The plasma source was a 400 W high-pressure indium-iodide lamp.

In our investigation we identified spectral lines. We took into account the spacial distribution of relative intensity of mercury line Hg I 546.074 nm. Also, we showed the profile of indium line InI 451.132 nm. with some details (the satelite is defined by correlation of relative intensity and wave lengih in log-log paper) and changes of relative intensity indfefferent positions between the eleetrodes.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (143 — 148)

MBI VARSHMËRINË E STABILITETIT TË PLAZMËS LABORATORIKE NGA ENERGJIA E SHKARKUAR

L. Istrefi

Abstrakti

Për çdo plazmë laboratorike kërkohet që shkarkesa elektrike të jetë stabile dhe përbërja e saje të jetë homogjene. Këto vëti varen nga parametrat e gjendjes së plazmës por edhe nga energjia e shkarkuar për njësi të vëllimit gjatë një kohe të dhënë. Në punim këtë janë paraqitur rezultatet e arritura gjatë studimit të varshmërisë së stabilitetit të shkarkësës dhe vetive rrezatuese të plazmës Z-pinç nga shtypja dhe energjia e shkarkuar. Eshtë konstatuar se për kohën karakteristike, për burimin e studjuar, afër 70μ s dhe shtypje 0.3 Pa, për të fituar plazmë stabile në burimin Z- pinç nevojitet energji e shkarkesës mbi 1800 kJ/m^3.

HYRJE

Gjatë hulumtimit eksperimental të ndikimit të fushës elektrike mbi nivelet energjetike të atomeve neutralë dhe të jonizuar përdoren burime të ndryshmë eksitimi. Nga më të shpeshtit është burimi i plazmës i ashtuquajtur *Z*-pinç. Ky burim eksitimi është i përshtatshëm pasi në temperatura relativisht të ulëta prodhon koncentrime elektronike të mëdha (1,4).

Kriteret e zgjedhjes së burimit të plazmës janë ashpërsuar tepër. Që një burim plazme të mund të përdorët me sukses për matje spektroskopike kërkohet në rend të parë ti plotësojë këto kritere:

— shkarkesa elektrike të jetë stabile gjatë kohës
— përbërja e plazmës të jetë homogjene në tërë gjatësinë e saje.
— plazma duhet të plotsojë kërkesat e baraspeshës termodinamike.

Vetitë e sipërpërmendura të burimit të plazmës varen në rend të parë nga konstrukcioni i burimit, pastaj nga shtypja e mbushjes me gaz, koncentrimi elektronik i plazmës, temperatura, energija e shkarkuar për njësi të vëllimit në njësi të kohës e të tjëra.

EKSPERIMENTI

Me qëllim të hulumtimit të vetive të sipërpërmendura të plazmës laboratorike u studjuan dy tipe burimi Z-pinç me përmasa dhe konstruksione të elektrodave që ndryshonin nga njëri tjetri, të përshkruara hollsisht në ref. 4. kSema e aparaturës gjithashtu është përshkruar hollsisht në ref. 4.

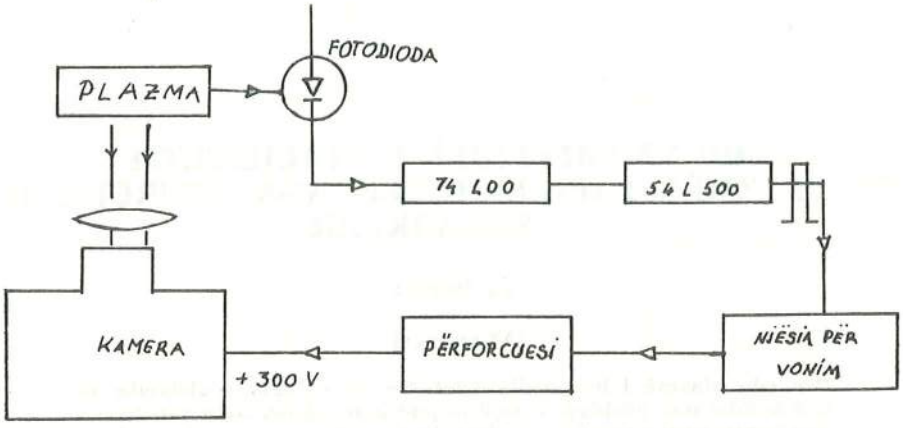


Fig. 1.

Për të vërejtur përbërjen e plazmës në çaste të ndryshme të kohëzgjatjes së shkarkesës, u përdorë kamera automatike elektronike TRW 1D Image Converter Camera. Me anë të kësaj kamere u fotografuaplazma sipas skemës së paraqitur në fig. 1. Kyçja kamerës bëhej automatikisht nëpërmjet të impulsit optik të vetë plazmës. Ky impuls pasi bie në fotodiodë, kalon nëpër qarqet e integruara 74L00dhe 54L500, nëpër njësinë për vonim, në njësinë për përforcim të impulseve të tensionit të lartë ku arrinë vlerën300 V dhe në hyrje kyç kamerën. Duke rregulluar vonesën këtij impui, plazma mund të fotografohej në çfarëdo kohe të zhvillimit dhe rrënimit që zgjatëte gjithsejt afër 70 μs. Kjo kohë është përcaktuar nga sinjali elektrik dhe fotoelektrik i regjistruar në osciloskop, fig. 2.

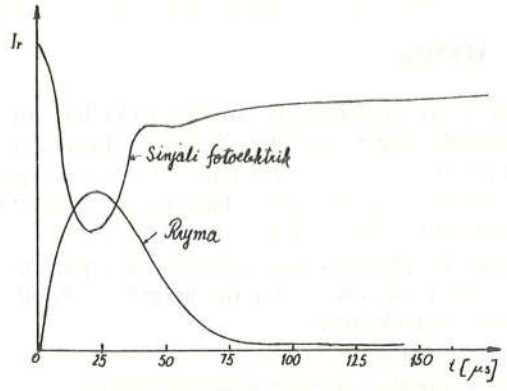


Fig. 2.

Ghithashtu u hulumtua varshmëria e intensitetit të rrezatimit të plazmës dhe e intensitetit të rrymës së shkarkesës elektrike që të dyja nga në varsh-

mëri nga shtypja e mbushjes së burimit të plazmës. Rezultatet e fituara janë paraqitur grafikisht në fig. 4 dhe 5.

Me qëllim të konstatimit të varshmërisë së stabilitetit të plazmës nga energjia e shkarkuar për njësi të vëllimit brenda kohëzgjatjes së formimit dhe rrënimit të plazmës, afër 70 μs. u bë fotografimi i plazmës së të dy burimeve të plazmës së fituar në shtypje 0,3 Pa. Një fotografi është paraqitur në fig. 3. Ghithashtu u bë llogaritja e energjisë dhe energjisë në njësi të vëllimit për tensione të ndryshme të paraqitura në tabelën e mëposhtme.

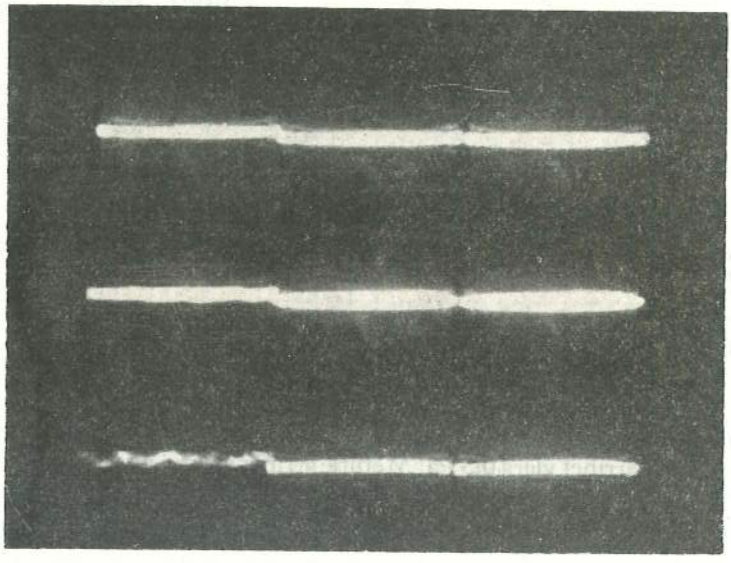


Fig. 3.

REZULTATET DHE ANALIZA E REZULTATEVE

Nga rezultatet e fituara shihet se shtypja e mbushjes me gaz e burimit të plazmës është faktor i rëndësishëm i stabilitetit dhe homogjenitetit të plazmës. Përbërja homogjene e plazmës varet nga stabiliteti i shkarkesës. Nga fotografitë e plazmës shihet qartë se stabiliteti dhe homogojeniteti i plazmës është funkcion i shtypjes, energjisë në njësi të vëllimit dhe kohës. Në fotografinë në fig. 3 tri ekspozimet në anën e majtë tregojnë se plazma është jostabile, por nga të tri ekspozimet ai i fundit paraqet plazmë johomogjene dhe jastobile.

Shtypja përveç tjerash ndikon edhe në reprodukueshmërinë e sinjalit fotoelektrik. Nga fig. 4 shihet se sinjali fotoelektrik është funksion i shtypjes. Ai rritet me rritjen e shtypjes deri në 0,3 Pa. Për shtypje më të vogla se 0,3 Pa është i vogël pasi edhe numri i emitorëve në plazmë është i vogël. Për shtypje të mëdha ky sinjal zvogëlohet për shkak të efektit të vetëapsorbimit të plazmës,

që do të thotë se trashësia optike e plazmës rritet e me këtë edhe rruga optike e sinjalit.

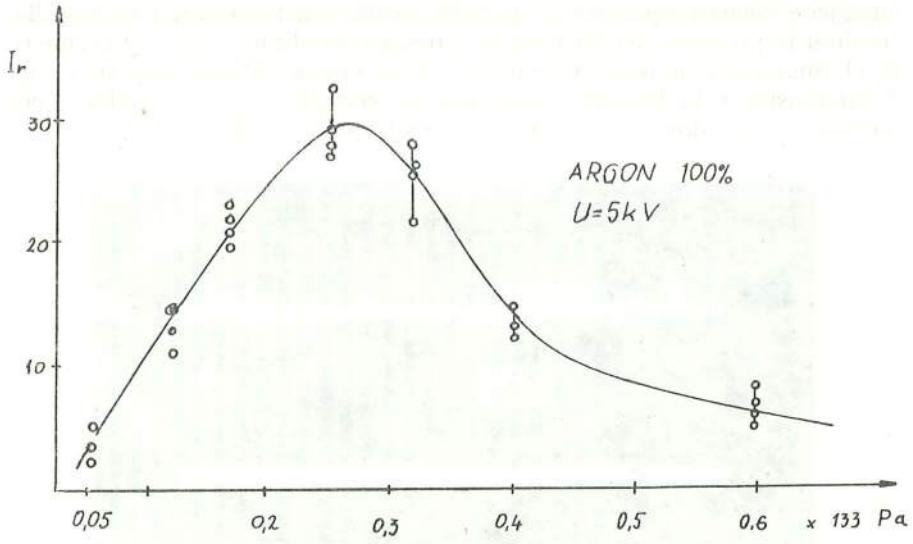


Fig. 4.

Duke analizuar fig. 5 shohim se rryma e shkarkesës rritet me rritjen e shtypjes derisa arrihet vlera 0,5 Pa. Mëtutje arrihet efekti i ngopjes për tensionin e dhënë. Duke i analizuar fig. 4 dhe 5 mund të vendoset se në çfarë konditash eksperimentale duhet të bëhen matje të ndryshme spektroskopike.

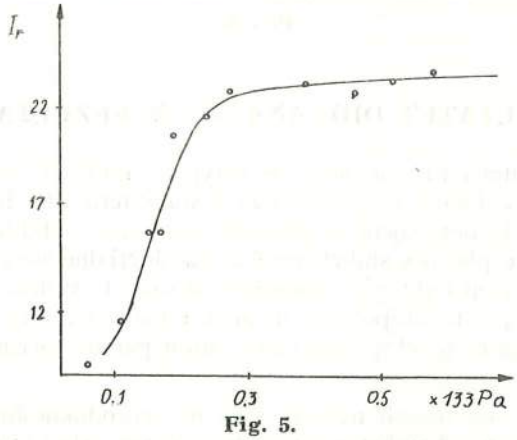


Fig. 5.

Nga llogaritja e vëllimeve të burimeve të plazmës, të cilët ishin objekt studimi gjejmë raportin e tyre $V_1/V_2=4{,}67$, ku V_1 është vëllimi i burimit me diametër më të madh, 96 mm kurse V_2 — ai i burimit me diametër më të

vogël 26 mm. Nga të dhënat e tabelës, kolona e dytë, shihet se energjitë e shkarkesës që u përgjigjen tensioneve të baterisë nga 2,5 kV — 5 kV për burimin e parë të plazmës me përmasa 200 mm/96 mm nuk mjaftojnë për tu arritur i ashtuquajturi „pinç efekt". Për burimin e dytë këto energji mjaftojnë

Tabela

	$U\,[kV]$	$E[J]$	$E/V_2\,[J/m^3]$	$E/V_1\,[J/m^3]$
1.	5,0	1500	$5{,}050 \cdot 10^6$	$1{,}081 \cdot 10^6$
2.	4,5	1215	$4{,}091 \cdot 10^6$	$0{,}876 \cdot 10^6$
3.	4,0	960	$3{,}232 \cdot 10^6$	$0{,}692 \cdot 10^6$
4.	3,5	736	$2{,}475 \cdot 10^6$	$0{,}530 \cdot 10^6$
5.	3,0	540	$1{,}800 \cdot 10^6$	$0{,}389 \cdot 10^6$
6.	2,5	375	$1{,}260 \cdot 10^6$	$0{,}270 \cdot 10^6$

deri në tensionin e shkarkesës 3 kV që përgjigjet energjive mbi 1800 J/m³. Që të arrihet ky kusht për burimin e parë duhet që tensioni i dërguar në elektroda të jetë afër 220 kV.

REFERENCAT

[1]. N. Konjeviq and J. R. Roberts, *Physical and Chemical Reference Data*, Vol. 5,2, NBS, Washington, 1976.
[2]. N. Konjeviq and W. L. Wiese, „*Physical and Chemical Reference Data*", Vol. 5, 2, Washington (1976).
[3]. H. R. Griem, „*Plasma Spectroscopy*", Mc Graw Hill, New York (1964).
[4]. L. Istrefi, *Doktorati*, Prishtinë, (1981).
[5]. W. L. Holtgreven, ed. „*Plasma Diagnostics*", North-Holand Publ., Amsterdam, (1968).
[6]. R. H. Hudlestone and L. S. Leonard, ed. „*Plasma Diagnostic Techniques*", Acad. Press, New York, (1965).

Sažetak

Za svaki laboratorijski izvor plazme zahteva se stabilnost pražnjenja i homogenosi sastav plazme. Pomenute osobine zavise od parametara stanja plazme, od pritiska punjenja, energije pražnjenja po jedinici zapremine i vremena itd. U ovom radu su predstavljeni rezultati dobijeni kod ispitivanja zavisnosti stabilnosti pražnjenja i osobina zračenja plazme od pritiska i energije pražnjenja. Konstatovano je da za vreme trajanja razvijanja i gašenja plazme od 70μ *s* i pritisku 0,3 Pa za dobijanje stabilne plazme je potrebna energija iznad 1800 kJ/m³.

Summary

In this paper are presented the resoults of measurements performed in two Z-pinched plasma sources with diferent dimensions and electrode constructions. In order to prove the dependence of plasma stability and homogeneity among filling presure and discharged energy per unit volume of plasma cavity, the plasma has been snopshooted by automatically electronic camera at diferent times of plasma rising and destroying.

By analysis of photographs we concluded that the plasma showed good stability and homogeneity for discharge energies up to 1800 J/m^3. So the plasmas photoelectric signals and current has been measured at diferent filling presures for plasma self apsorption checking. The best reproducibility and intensity of photoelectric signals were obtained at filling presure 0,3 Pa.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (—)

MATJA E ZHURMËS SË GRIMCAVE FILMIKE ME ANË TË SHPËRHAPJES SE DRITËS

Jahja Koka

Përmbajtjea

Me qëllim të optimalizimit të kushteve, janë bërë matje të një sinjali optik. Sinjali i regjistruar është trajtuar në mënyrë eksperimentale në përmes së shpërhapjes së tufës laserike. Duke përfillur modelet e mirënjohura statisikore-teorike, 1,2. është fituar, në mënyrë eksperimentale distribucion i caktuar i besueshmerisë.

HYRJE

Në regjistrimin e informatave optike, në përpunimin e të dhënave dhe në zhvillimin e optikës bashkohore, rol me rëndsi luan materiali regjistrues. Filmi apo pllaka fotografike, në sistemet përpunuese optike bashkohore, mundë të trajtohen si medium regjistrues por edhe si filter kompleks hapsinorë.

Trajtimi fenomenologjik, ruajtje, transformimi dhe bartja e informatave në materjalet regjistruese janë fusha me rëndësi të madhe skencoro-teknike, në të cilat do të gravitojnë nobelist të ardhshëm të fizikës (optikës). Filmat fotokromatik, lentat termoplastike, kristalet segnoelektrike dhe modulatorët e kohës reale janë probleme qëndrore të laboratoreve ku punojnë emra më eminent të optikës bashkohore siqë janë: Tchujichi (Tokio), Kontempes (Moskvë), Mareshal (Paris), Benton (Boston) etj. Në anën tjetër akoma trajtohen kushtet regjistruese-filtruese të filmit fotografik me qëllim të gjeneralizimit të teorisë edhe për materjale tjera regjistruese.

Në këte punim është bërë një tretman statistikor i emulzionit të filmit dhe shpërhapjes së dritës laserike në topografinë e imazhit të regjistruar në kushte të ndryshme të paraqitura në figurën.

MATJA E ZHURMËS SË GRIMCAVE FILMIKE ME ANË TË SHPËRHAPJES SË DRITËS

Kryesisht aplikimi i filmit në përpunimin optik te të dhënave apo në hollografi, karakteristika T—E tregohet si madhësi deterministike (përcaktuese). Ndërkaq nga tretmani i gjertanishëm teorik kuptuam se filmi mund të trajtohet si emulzion në të cilin grimcat filmike janë të vendosura në mënyrë statistike (të Çrregullt ë).

Nëqoftë se masim transparencën e filmit, duke bërë skanimin me anë të një tufe shumë të hollë drite, rezultatet e fituara do ti korespondojnë rastit kur në vendë të tufës në fjalë bie një tufë e madhe drite. Këtë mund t'a trajtojmë si transparenc e nji emulzioni të komponuar në mënyrë uniformike.

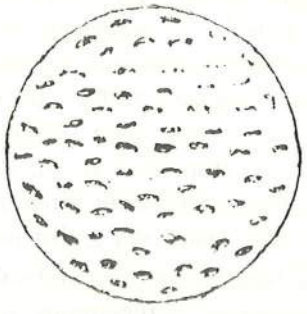
Në tretmanin njëdimenzional transparenca është:

$$T(x)=B+f(x)$$

Ku B-është transparenca, $f(x)$-është fluktacioni statistik (Arbitrar apo i çfardoshëm). Nëse transparenca në fjalë e fotografisë ndirçohet me dritë koherente, variacioni i transparencës kushtëzon shpërndarjen e çrregullt ë--orbitrare të dritës rënse duke formuar të ashtuquejturën zhurmën e grimcave emulzive. Për përshkrimin e situatës në fjalë të emulzionit filmik propozohën modele të ndryshme matematikore për përshkrimin e proceseve të rastit, distribucioni i besueshmërisë paraqitet me shpërndarje binomiale, të Markovit, Gausit etj.

Të supozojmë që me rastin e fitimit të filmit për një karakteristik të caktuar T—E, fitojmë për sipërfaqen e dhënë A M-grimca Ag. Këto elemente të filmit janë të shpërndarë në mënyrë statistike. Të shënojmë me m-grimcat e pa zhvilluara. Me P_a-shënojmë besueshmërin që m-grimca të mbeten të pazhvilluara, pas ekspozicionit të filmit në nivelin e caktuar të akspozicionit E.

— Që problemin t'a trajtojmë në mënyrë konkrete supozojmë se grimcat filmike janë të përndara në mënyrë uniformike dhe apertura e dritës që bie



Sl. 1.

në të, është e pakëputshme. Në këtë rast kur një foton bie në film një pikë rrethore do të zhvillohet duke formuar një figur e cila mundë të supozojmë se është e kësaj formë:

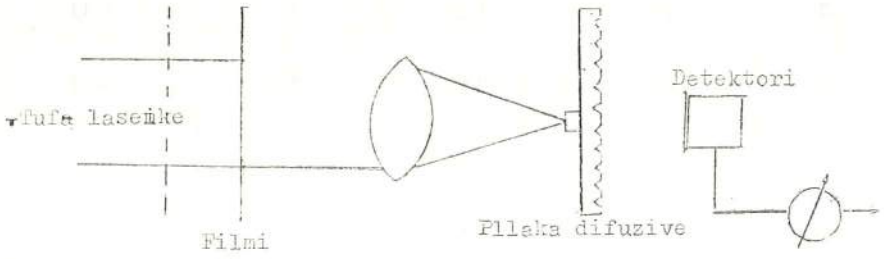
Meqë përkojnë me karakteristikën e Puasonit statistikore, atëherë supozojmë që grimcat e zhvilluara kanë shpërndarje të Puasonit.

Besueshmëria që të egzistojnë n-grimca të zhvilluara në A do të jetë:

$$P_a(n)=\frac{(\overline{n})^n e^{-n}}{n!}$$

APARATURA MATËSE

Drita laserike e koliminuar (paralelizuar) bje në filmin tonë (si në figurë), ku shihet paraqitja skematike e aparaturës.



Sl. 2.
Apatura matëse

Tufa monokromatike e dritës duke dalë nga pllaka filmike bie në thierrzën konvergjente. Ajo, në fakt shkakton transformimin Furie. Kështu që, padyshim në dalje pritet të fitohet energjia spektrale e zhurmës së drutës dhe magnituda e energjisë spektrale të sinjalit optik. Në planin Furie vendosëm një pengesëtë vogël për të blokuar pikën e frekuencave minimale (DC).

Meqënse ekziston frekuenca e filmit përveç dritës sëfituar në këtë pikë e fitojmë një sasi tjetër dirte e difuzohet me një pllakë difuzuese. Pas pllakës difuzuese vendoset detektori i cili matë intenzitetin e zhurmës.

PROCEDURA MATËSE

Së pari me anë të detektorit matet fuqia apo energjia e laserit e cila mund të ndërron me vendosjen e fimave optimal.

Ne patem në disponim tre filtra por me kombinimin e tyre fituam 6. vlera të ekspozicionit.

— Matjet e dritës së shpërhapur i kryejmë me anë të detektorit të vendosur si në figur. Kurse, matja e dritës bazë kryhet duke vendosur detekzorin në pozitën e pikës fokale të thierzës. Përndryshe e njëjta pikë blokohet optikisht me një pengesë, gjatë matjes së dritës së shpërhapur. Duhet të punohet me kujdes dhe në prezencën e filmit ngase mund të dëmtohet detektori nga intenziteti i teprùar, me rastin e matjes së intenzitetit të zhurmës së sunjalit optik.

Në këtë kontest duhet që pozicioni i diapazonit matës të kurdiset varësisht nga drita që pritet të matet.

Rezultatet e matjes

Numri rendor	Ekspozicioni (E)	EKSP. në DC (S)	Intenziteti i zhurmës (Zh)	$\frac{S}{Zh}$
1	23	0,4	2	0,2
2	29	1,29	3	0,43
3	62	2,52	4	0,63
4	83	4,92	5	0,82
5	103	6,5	6,5	1

PËRFUNDIMI

Nga figura 1, nga rezultatet e fituara tabelare shifet që funksioni i fituar i densitettit të bebueshmerisë dhe i cili është i paraqitur në tabelën 1. i përgjigjet distribucionit të Markovit. Rezultatet në fjalë përfaqsojnë formë të re në trajtimin statistikorë të pllakës filmike. E njejte analizë eksperimentale mundë të bëhëj edhe për materjale tjera regjistruese. Hulumtimeve të kryera deterministike 3, 4, 5 lidhur me aftësitë regjistruese optike, rezultatet e fituara mundë të iu shërbejnë si vazhdim i trajtimit teoriko-eksperimental të filmit si ambjent regjistrues dhe si filtër hapsinorë nëe përpunimin optik të të dhënave.

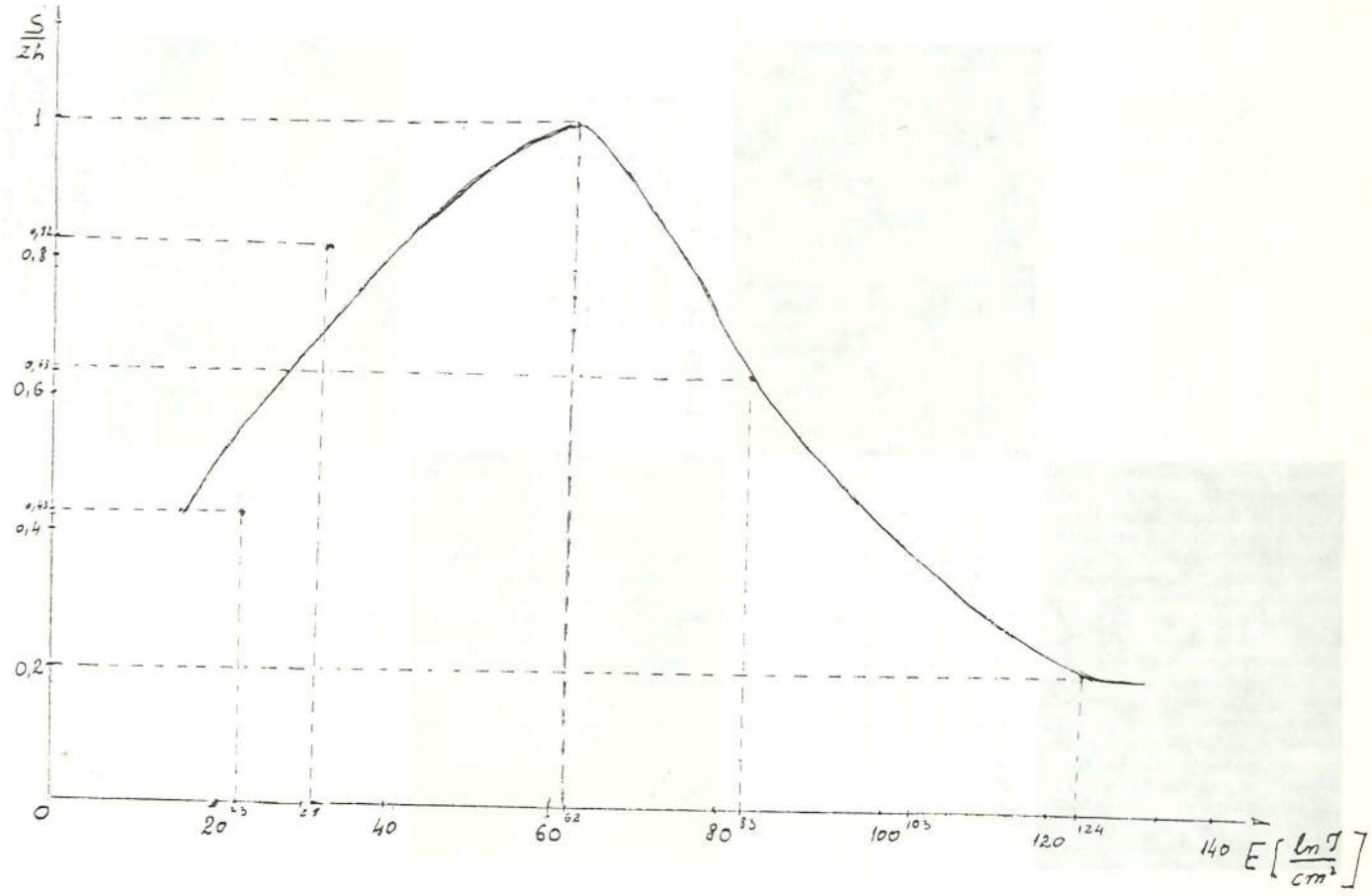
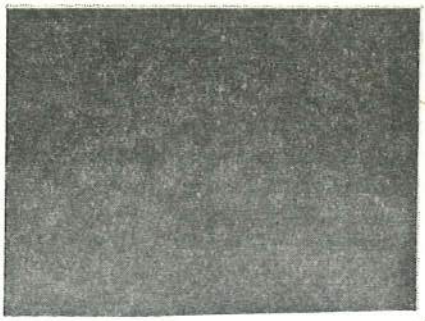
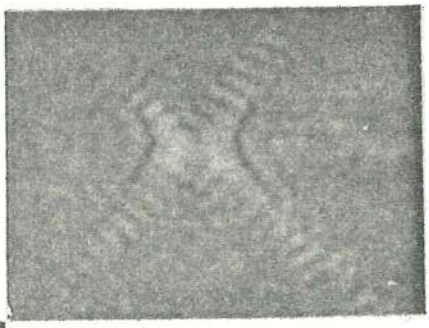


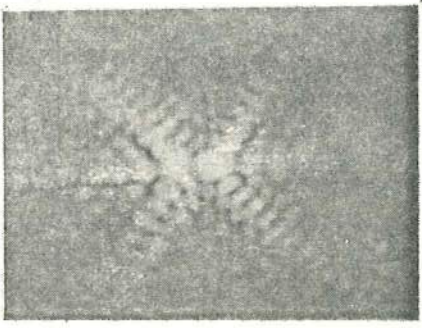
Fig. 3.



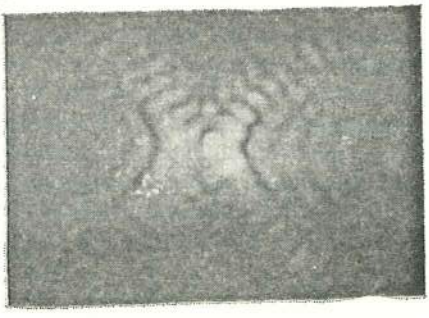
Fotog. 1.a, koha:
ekspozicioni-15";
zhvillimi -20";
fiksimi -7' ;
pastrimi -30'.



Fotog. 2.a, koha:
ekspozicioni-25";
zhvillimi -30";
fiksimi -7' ;
pastrimi -30';



Fotog. 3.a, koha:
ekspozicioni-35";
zhvillimi -40";
fiksimi -7' ;
pastrimi -30';



Fotog. 4.a, koha:
ekspozicioni-45";
zhvillimi -50";
--II-- --II--

Fig. 4.

LITERATURA

[1]. A. Populis, *Probabillity*, Random Variables and Stochastics Processes, M. Grow--Hill, New York, 1965.
[2]. E. ONiell, *Introduction to Statistical Optocs Addition Wesy*, Mass, 1963.
[3]. J. Koka, *Hulumtimi i këndit selekcionues në rrjetën holografike të formuar në kristal* Buletin i FSHMN, Prishtinë 1980.
[4]. J. Koka*l Fotonika*, Dorëshkrim.
[5]. T. Shankoff, *Holograms in Dichromatied-gelatin*, App. Opt., **7**, 2101 1980.

MEASUREMENT OF NOISE IN THE FILM BY SCATERING OF LIGHT

Jahja Koka

Abstract

The optical signal is measured using laser light. In the taken signal is measured scattering fo the light using special eksperimental set up. From the results a distribution function is taken.

MERENJE SHUMA NA FILSMKOJ PLOČI POMOĆU RASPRŠENJA SVETLOSTI

Jahja Koka

Sadržaj

Na određenom optičkom signalu, pod različitim uslovima vršena su merenja. Na istom dobivenom signalu ispitivan je shum koristeći raspršenje svetlosti.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (157 — 167)

DIFRAKCIJA SVJETLOSTI U TALASNOJ ZONI NA MNOGOUGAONU APERTURU

Q. Kamberi, R. Bejtullahu, J. Moser

Abstract

U ovom radu se određuje raspodjela difrakcionog polja klasičnog izvora svjetlosti u talasnoj zoni za slučaj mnogougaone simetrične aperture. Rešava se problem difrakcije na otvoru oblika pravilne četvorokrake zvijezde a zatim se dobivena opšta formula specijalizira za neke druge slučajeve apertura kao: kvadrata, osmetrougla, krstolikog otvora itd. Takođe je vršena numerička analiza difrakcijom skrenute svjetlosti za neke odnose parametara apertura.

UVOD

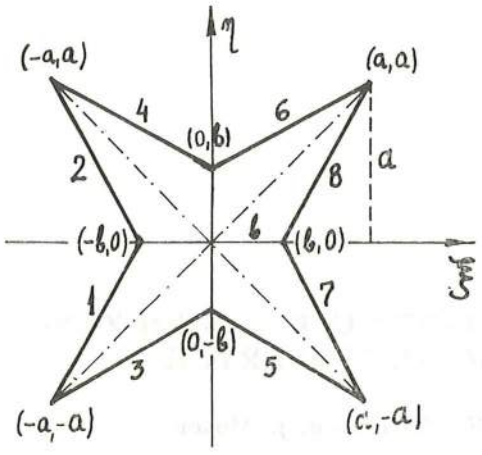
Normalno na površinu zastora od neprozirnog materijala pada paralelna monohromatična svjetlost. Zastor ima otvor u obliku pravilne četverokrake zvijezde kakvu prikazuje slika 1. Na tom otvoru nastaje difrakcija svjetlosti. U ovom radu ćemo provesti teoriju Fraunhoferove difrakcije na takvom otvoru.

Otvor je ograničen sa osam stranica. Na slici je svakoj od njih dodijeljen jedan redni broj. U koordinatnom sistemu ξ, η koji je postavljen kao na slici, jednadžbe tih osam stranica glase:

$$1.\ \eta=\frac{a}{a-b}(\xi+b)$$

$$2.\ \eta=-\frac{a}{a-b}(\xi+b)$$

$$3.\ \eta=\frac{a-b}{a}\xi-b$$



Slika 1.

4. $\eta = -\frac{a-b}{a}\xi + b$

5. $\eta = -\frac{a-b}{a}\xi - b$

6. $\eta = \frac{a-b}{a}\xi + b$

7. $\eta = -\frac{a}{a-b}(\xi - b)$

8. $\eta = \frac{a}{a-b}(\xi - b)$

Kod Fraunhoferove difrakcije se kompleksna amplituda u difrakcionoj slici određuje pomoću integrala [1] koji glasi

$$g = K\iint_{\sigma} e^{i(s\xi+t\eta)}\, d\xi\, d\eta \tag{1}$$

Ovdje je K jedna konstanta. Integraciju treba provesti po cijeloj površini otvora σ. U formuli nalaze se još i kraće oznake

$$s = \frac{2\pi}{\lambda f}x = \frac{k}{f}x \qquad t = \frac{2\pi}{\lambda f}y = \frac{k}{f}y \tag{2}$$

Veličina f je fokalna daljina leće koja difrakcionu sliku dovodi iz beskonačnosti u svoju fokalnu ravninu. Dalje su x i y koordinate točke u kojoj želimo odrediti rezultat difrakcije.

TEORIJA

Sa slike se vidi da je integral (1) sastavljen od četiri dijela ovako:

$$g/K = I_2 + I_3 - (I_1 + I_4) \tag{3}$$

sa integralima

$$I_1 = \int_{-a}^{-b}\int_{1}^{2} e^{i(s\xi+t\eta)}d\xi\, d\eta$$

$$I_2 = \int_{-a}^{0}\int_{3}^{4} e^{i(s\xi+t\eta)}d\xi\, d\eta$$

$$I_3 = \int_{0}^{a}\int_{5}^{6} e^{i(s\xi+t\eta)}d\xi\, d\eta \tag{4}$$

$$I_4 = \int_{b}^{a}\int_{7}^{8} e^{i(s\xi+t\eta)}d\xi\, d\eta$$

Sada treba ove integrale riješiti. Uzmimo posljednji od njih.

$$I_4=\int_b^a e^{is\xi}\,d\xi \int_{-\frac{a}{a-b}(\zeta-b)}^{\frac{a}{a-b}(\zeta-b)} e^{it\eta}\,d\eta$$

Integracija po varijabli η daje

$$I_4=\frac{2}{t}\int_b^a e^{is\xi}\sin t\,\frac{a}{a-b}(\xi-b)d\xi$$

$$I_4=\frac{2}{t}\cos\frac{tab}{a-b}\int_b^a e^{is\xi}\sin\frac{ta}{a-b}\xi d\xi-\frac{2}{t}\sin\frac{tab}{a-b}\int_b^a e^{is\xi}\cos\frac{ta}{a-b}\xi d\xi \qquad (5)$$

Prvi od ovih integrala daje [2]

$$\int e^{m\xi}\sin\xi\,d\xi=\frac{e^{m\xi}}{m^2+n^2}(m\sin n\xi-n\cos n\xi) \qquad (6)$$

i analogno se dobifa

$$\int e^{m\xi}\cos n\xi d\xi=\frac{e^{m\zeta}}{m^2+n^2}(m\cos n\xi+n\sin n\xi) \qquad (6)$$

pa neodređena integracija daje

$$I_4=\frac{2}{t^2a^2-s^2(a-b)^2}e^{is\zeta}\left[i\frac{s}{t}(a-b)^2\sin\frac{ta}{a-b}(\xi-b)-a(a-b)\cos\frac{ta}{a-b}(\xi-b)\right]\Bigg|_b^a$$

i uvrštavanjem granica izlazi

$$I_4=\frac{2}{t^2a^2-s^2(a-b)^2}\left\{e^{isa}\left[i\frac{s}{t}(a-b)^2\sin at-a(a-b)\cos at\right]+e^{isb}a(a-b)\right\} \qquad (7)$$

Istim postupkom nalazimo

$$I_1=\frac{2}{t^2a^2-s^2(a-b)^2}\left\{e^{-isb}a(a-b)-e^{-isa}\left[i\frac{s}{t}(a-b)^2\sin at+a(a-b)\cos at\right]\right\} \qquad (8)$$

$$I_3=\frac{2}{t^2(a-b)^2-s^2a^2}\left\{e^{isa}\left[i\frac{s}{t}a^2\sin at-a(a-b)\cos at\right]-\right.$$

$$\left.-\left(i\frac{s}{t}a^2\sin bt-a(a-b)\cos bt\right)\right\} \qquad (9)$$

$$I_2=\frac{2}{t^2(a-b)^2-s^2a^2}\left\{i\frac{s}{t}a^2\sin bt+a(a-b)\cos bt-e^{-isa}\left[i\frac{s}{t}a^2\sin at+\right.\right.$$

$$\left.\left.+a(a-b)\cos at\right]\right\} \tag{10}$$

Kada ove rezultate uvrstimo u (3), nalazimo da je

$$\frac{g}{4K}=\frac{a(a-b)}{t^2(a-b)^2-s^2a^2}\cos bt-\frac{a(a-b)}{t^2a^2-s^2(a-b)^2}\cos bs+$$

$$+\frac{s}{t}\left[\frac{(a-b)^2}{t^2a^2-s^2(a-b)^2}-\frac{a^2}{t^2(a-b)^2-s^2a^2}\right]\sin at\sin as+$$

$$+a(a-b)\left[\frac{1}{t^2a^2-s^2(a-b)^2}-\frac{1}{t^2(a-b)^2-s^2a^2}\right]\cos at\cos as \tag{11}$$

Dalje ćemo koristiti formule

$$\cos at\cos as=\frac{1}{2}[\cos a(t+s)+\cos a(t-s)]$$

$$\sin at\sin as=-\frac{1}{2}[\cos a(t+s)-\cos a(t-s)]$$

koje vode do

$$\frac{g}{4K}=\frac{a(a-b)}{t^2(a-b)^2-s^2a^2}\cos bt-\frac{a(a-b)}{t^2a^2-s^2(a-b)^2}\cos bs+$$

$$+\frac{1}{2}\left[\frac{a(a-b)-\frac{s}{t}(a-b)^2}{t^2a^2-s^2(a-b)^2}-\frac{a(a-b)-\frac{s}{t}a^2}{t^2(a-b)^2-s^2a^2}\right]\cos a(t+s)+$$

$$+\frac{1}{2}\left[\frac{a(a-b)+\frac{s}{t}(a-b)^2}{t^2a^2-s^2(a-b)^2}-\frac{a(a-b)+\frac{s}{t}a^2}{t^2(a-b)^2-s^2a^2}\right]\cos a(t-s) \tag{12}$$

Ovdje još treba uvesti vrijednosti (2). Osim toga uvodimo kraće oznake

$$A=\frac{f^2}{k^2}\frac{a(a-b)}{(a-b)^2y^2-a^2x^2} \qquad B=-\frac{f^2}{k^2}\frac{a(a-b)}{a^2y^2-(a-b)^2x^2}$$

$$C=\frac{f^2}{2k^2}\left[\frac{a(a-b)-\frac{x}{y}(a-b)^2}{a^2y^2-(a-b)^2x^2}-\frac{a(a-b)-\frac{x}{y}a^2}{(a-b)^2y^2-a^2x^2}\right] \tag{13}$$

$$D=\frac{f^2}{2k^2}\left[\frac{a(a-b)+\frac{x}{y}(a-b)^2}{a^2y^2-(a-b)^2x^2}-\frac{a(a-b)+\frac{x}{y}a^2}{(a-b)^2y^2-a^2x^2}\right]$$

pa rezultat (12) možemo pisati u obliku

$$\frac{g}{4K}=A\cos\frac{kb}{f}y+B\cos\frac{kb}{f}x+C\cos\frac{ka}{f}(x+y)+D\cos\frac{ka}{f}(y-x) \qquad (14)$$

Da dobijemo raspored rasvjete u difrakcionoj slici treba ovo još kvadrirati. Dobija se

$$I/16K^2=A^2\cos^2\frac{kb}{f}y+B^2\cos^2\frac{kb}{f}x+C^2\cos^2\frac{ka}{f}(x+y)+D^2\cos^2\frac{ka}{f}(y-x)+$$

$$+2AB\cos\frac{kb}{f}y\cdot\cos\frac{kb}{f}x+2AC\cos\frac{kb}{f}y\cdot\cos\frac{ka}{f}(x+y)+2AD\cos\frac{kb}{f}y\cdot$$

$$\cdot\cos\frac{ka}{f}(y-x)+2BC\cos\frac{kb}{f}x\cdot\cos\frac{ka}{f}(x+y)+2BD\cos\frac{kb}{f}x\cdot\cos\frac{ka}{f}(y-x)+$$

$$+2CD\cos\frac{ka}{f}(x+y)\cdot\cos\frac{ka}{f}(y-x) \qquad (15)$$

To je konačna formula.

Vidimo da u njoj dolaze oscilatorne funkcije, pa treba očekivati da će difrakciona slika biti sastavljena od tamnih i svjetlih pruga. Kako te funkcije linearno zavise od x i y, bit će te pruge dijelovi pravaca sa različitim orijentacijama. Budući da koeficijenti (13) oscilatornih funkcija također zavise od x i y, bit će jače osvijetljenih pruga ograničenih na pojedine dijelove difrakcione slike. Isto tako i pojedini sistemi pruga neće biti jednako osvijetljeni.

Odredit ćemo sisteme pruga u difrakcionoj slici tako da analiziramo pojedine članove u formuli (15).

Prvi član ima maksimume na mjestima gdje je

$$\frac{2\pi}{\lambda f}by=N\pi$$

ili

$$y=\frac{\lambda f}{2b}N$$

Vidimo da su ti ekstremi poredani po osi y i zato će taj sistem pruga biti paralelan sa x osi.

Kod drugog člana se maksimumi nalaze na mjestima za koje je

$$x=\frac{\lambda f}{2b}N$$

To su pruge paralelne sa y osi.

Treći član daje maksimume kod

$$x+y=\frac{\lambda f}{2a}N$$

To je jednadžba pravca koji raspolavlja 2. kvadrant, pa su pruge koje taj član reprezentira paralelne raspolovnici drugog kvadranta.

Isto tako četvrti član ima maksimume kod

$$y-x=\frac{\lambda f}{2a}N$$

To su pruge paralelne raspolovnici prvog kvadranta.

U petom članu možemo produkt oscilatornih funkcija razviti ovako

$$\cos\frac{kb}{f}y\cdot\cos\frac{kb}{f}x=\frac{1}{2}\left[\cos\frac{k}{f}b(x+y)+\cos\frac{k}{f}b(y-x)\right]$$

Vidimo da su to pruge koje imaju iste smjerove sa prugama paralelnim raspolovnicama kvadranata i zato se one superponiraju tim prugama.

Šesti član sadrži produkt

$$\cos\frac{kb}{f}y\cdot\cos\frac{ka}{f}(x+y)=\frac{1}{2}\left\{\cos\frac{k}{f}[(a+b)y+ax]+\cos\frac{k}{f}[(b-a)y-ax]\right\}$$

To su dva sistema pruga. Jedan je određen jednadžbom

$$(b+a)y+ax=\frac{\lambda f}{2}N$$

a drugi jednadžbom

$$(b-a)y-ax=\frac{\lambda f}{2}N$$

Sedmi član daje sisteme pruga određenih jednadžbama

$$(b+a)y-ax=\frac{\lambda f}{2}N \qquad (b-a)y+ax=\frac{\lambda f}{2}N$$

Osmi član daje dva sistema pruga sa jednadžbama

$$(b+a)x+ay=\frac{\lambda f}{2}N \qquad (b-a)x-ay=\frac{\lambda f}{2}N$$

Deveti član daje pruge

$$(b+a)x-ay=\frac{\lambda f}{2}N \qquad (b-a)x+ay=\frac{\lambda f}{2}N$$

Konačno zadnji član možemo transformirati na

$$\frac{1}{2}\left(\cos\frac{ka}{f}y+\cos\frac{ka}{f}x\right)$$

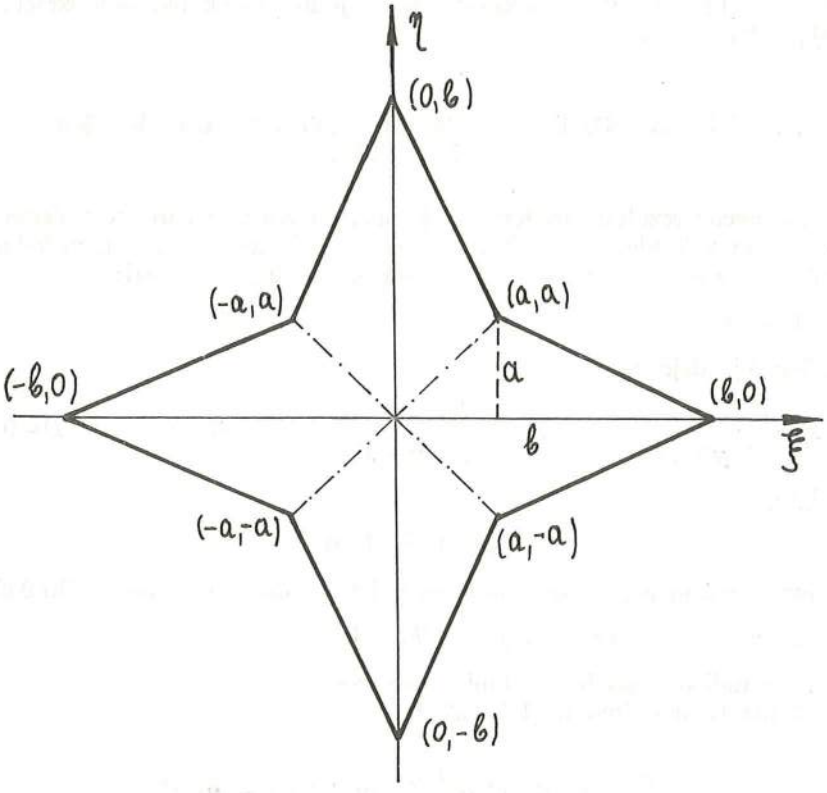
pa vidimo da se te pruge superponiraju prugama koje dolaze od prvog i drugog člana.

U dosadašnjem računu smo pretpostavljali da je $a>b$, kako je to nacrtano na slici 1. Međutim, otvor se može oblikovati i za $a<b$ kako to prikazuju slika 2.

Sa slike se vidi da će u tom slučaju biti

$$\frac{g}{K}=I_1'+I_2+I_3+I_4' \tag{16}$$

Ovdje su



Slika 2.

$$I_1'=\int_{-b}^{-a}\int_{\frac{a}{a-b}(\xi+b)}^{-\frac{a}{a-b}(\xi+b)} e^{i(s\xi+t\eta)}d\xi\,d\eta \tag{17}$$

$$I_4' = \int_a^b \int_{-\frac{a}{a-b}(\xi-b)}^{\frac{a}{a-b}(\xi-b)} e^{i(s\xi+t\eta)} d\xi\, d\eta \qquad (17)$$

dok I_2 i I_3 ostaju isti kao i u prethodnom slučaju. Usporedimo li (17) sa (4), vidimo da je u integralima I_1' i I_4' došlo samo do zamjene granica. Stoga je

$$I_1' = -I_1 \quad \text{i} \quad I_4' = -I_4$$

i kada to uvrstimo u (16) izlazi opet (14). To pokazuje da dobivena rješenja (11), (12), (14) i (15) vrijede i za ovaj slučaj. Jedino kod konkretnog izračunavanja treba uzeti $a-b<0$.

DISKUSIJA DOBIVENIH REZULTATA I NUMERIČKA ANALIZA

Dobivene rezultate možemo dalje specijalizirati za naročite vrijednosti parametara zvijezde otvora. Pri tom ćemo uzimati konstantnu vrijednost veličine a, a mijenjati veličinu b. Imamo slijedeće mogućnosti:

1. $b=0$

Uvrštavanje daje

$$A = \frac{f^2}{k^2} \cdot \frac{1}{y^2-x^2} \qquad B = -\frac{f^2}{k^2} \cdot \frac{1}{y^2-x^2} \qquad \cdot C=0 \qquad D=0$$

pa izlazi

$$g=0 \quad \text{i} \quad I=0$$

U ovom slučaju uopće ne postoji otvor i zato, dakako, nema ni difrakcije.

2. $b=\varepsilon$ uz $\varepsilon^2=0$ i $\cos(bt)=\cos(bs)\approx 1$

Tada se radi o zvijezdi vrlo tankih krakova.

Kada to uvrstimo u (14), izlazi

$$\frac{g}{4K} = A+B+C\cos\frac{ka}{f}(x+y)+D\cos\frac{ka}{f}(y-x)$$

s time da je $A+B$ reda veličine ε.

Dakle, prva dva člana uopće ne daju difrakcione pruge, nego samo neku pozadinu. Druga dva člana daju pruge paralelne raspolovnicama kvadranata, a to su smjerovi sredina krakova zvijezde. Njihov dvostruki produkt, koji odgovara zadnjem članu u općem rješenju dati će slabe pruge u smjeru koordinatnih osi.

3. $a=b$

Tada otvor ima oblik kvadrata. Zbog $a-b=0$ otpadaju u (11) svi članovi osim trećeg, i ostaje

$$g/4K=\frac{1}{s\cdot t}\cdot\sin(at)\cdot\sin(as)$$

što možemo pisati i ovako

$$g/4K=a^2\cdot\operatorname{sinc}(at)\cdot\operatorname{sinc}(as)$$

ili

$$\frac{I}{16K^2}=a^4\cdot\operatorname{sinc}^2\frac{ka}{f}x\cdot\operatorname{sinc}^2\frac{ka}{f}y$$

a to je poznata formula za Fraunhoferovu difrakciju na otvoru oblika kvadrata.

4. $b=a\sqrt{2}$

U tom slučaju otvor dobiva oblik pravilnog osmerokuta. Uvrštavanjem u (13) dobivamo

$$A=\frac{f^2}{k^2}\cdot\frac{1-\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})y^2-x^2}\qquad B=-\frac{f^2}{k^2}\cdot\frac{1-\sqrt{2}}{y^2-(3-2\sqrt{2})x^2}$$

$$C=\frac{f^2}{2k^2}\left[\frac{1-\sqrt{2}-\frac{x}{y}(3-2\sqrt{2})}{y^2-(3-2\sqrt{2})x^2}-\frac{1-\sqrt{2}-\frac{x}{y}}{(3-2\sqrt{2})y^2-x^2}\right]$$

$$D=\frac{f^2}{2k^2}\left[\frac{1-\sqrt{2}+\frac{x}{y}(3-2\sqrt{2})}{y^2-(3-2\sqrt{2})x^2}-\frac{1-\sqrt{2}+\frac{x}{y^2}}{(3-2\sqrt{2})y^2-x^2}\right]$$

i izlazi konačno rješenje

$$\frac{g}{4K}=A\cdot\cos\frac{k\sqrt{2}}{f}ay+B\cos\frac{k\sqrt{2}}{f}ax+C\cos\frac{k}{f}a(x+y)+D\cos\frac{k}{f}a(y-x)$$

Vidimo da se kod otvora oblika osmerokuta javljaju sve difrakcione pruge koje nalazimo i kod promatranog zvijezdolikog otvora.

5. $b=\infty$

Tada je otvor sastavljen od dvije ortogonalne beskrajno duge pukotine. U formuli (11) treba brojnik i nazivnik svakog člana dijeliti sa b^2 i provesti granični prijelaz. Tim postupkom izlazi

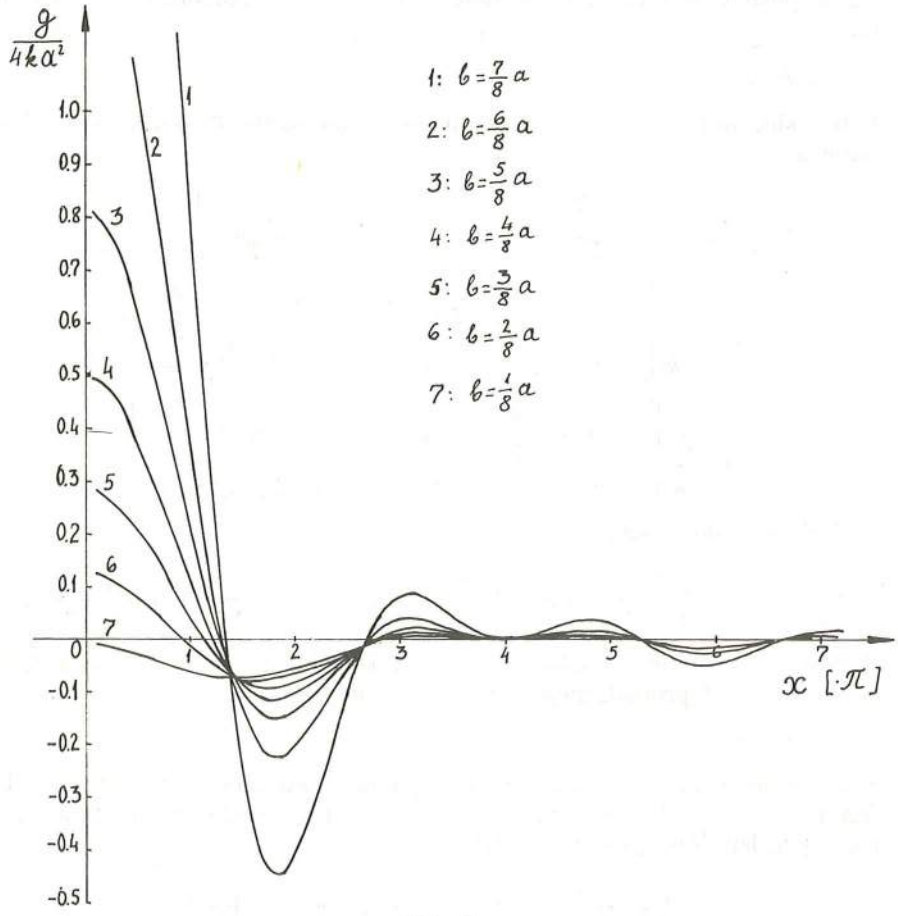
$$\frac{g}{4K}=-\frac{1}{st}\sin at\cdot\sin as=-a^2\operatorname{sinc}(at)\cdot\sin as$$

ili

$$\frac{I}{16K^2} = a^4 \operatorname{sinc}^2 \frac{ka}{f} y \cdot \operatorname{sinc}^2 \frac{ka}{f} x$$

To je rezultat koji je drugim putem izveden u radu [3].

Na osnovu formule (14) vršena je numerička analiza difrakcijom skrenute svijetlosti za neke odnose parametara a i b aperture zvijezdolikog oblika. Rezultati te numeričke analize grafički su prikazani na slici 3. Predstavljena je zavisnost amplitude po osi x za konstantnu vrijednost osi y. U ovom slučaju je $y=0$.



Slika 3.

LITERATURA

[1]. Born i Wolf, *Principles of Optics*, Oxford 1970, str. 385, form. (36)
[2]. Demidovič, *Zadači i upražnenija po matematičeskom analizu*, Moskva 1968, str. 112, zad. 1234 i str. 402.
[3]. Lj. Janićijević, J. Moser i R. Bejtullahu, *Fizika* **12** (2), 107, 1980.

DIFRAKSIONI I DRITËS NË ZONËN VALORE NË APERTURË SHUMËKËNDËSHE

Q. Kamberi, R. Bejtullahu dhe *J. Moser*

Rezime

Në këtë punim përcaktohet shpërndarja e fushës difraksionale të burimit klasik të dritës në zonën valore për rastin e aperturës shumëkëndëshe simetrike. Zgjidhet problemi i difraksionit në hapjen e formës së yllit të rregullt katërkrahësh, e pastaj formula e përgjithshme e fituar specializohet për disa raste tjera të aperturës si: katrori, tetëkëndëshi, hapja e formës së kryqit etj. Gjithashtu është bërë analiza numerike e dritës së shpërhapur me difraksion për disa raporte të parametrave të aperturës.

LIGHT DIFFRACTION IN THE WAVE AREA OF MULTIANGLE APERTURE

Q. Kamberi, R. Bejtullahu and *J. Moser*

Summary

In this work the distribution of the diffractional field from classical source of light in the wave zone for the case of a simetric multiangle aperture is determined. The problem of diffiraction on a regular four-branchy-star opening is solved, then the obtained general formula is specialized for some other cases of aperture: square, octagonal, cross opening etc. The numerical analysis of the propagated light by diffraction is also carried out for several relationships between the parameters of aperture.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (169 — 172)

TRAJTIM METODIK I PROBLEMIT TË KONJUGACIONIT FAZORË

Jahja Kokaj

Përmbajtja

Në këtë punim është bërë trajtim metodik i optikës së fazës së konjuguar. Trajtimi në fjalë është bërë në aspektin analitik dhe grafik.

FORMIMI I OPTIKËS SË FAZËS SË KONJUGUAR

Me zhvillimin e hovëshëm të optikës koherente, në arenën shkencore paraqitet një disciplinë e re shkencore me vlerë të madhe teoriko-fundamentale dhe praktike-aplikative, pra paraqitet optika e fazës së konuguar.

Esenca e optikës së fazës së konjuguar qëndron në gjenerimin e valëve të atilla elektromagnetike ku çdo pikë në hapsirën e distribucionit fazorë është opozitare me valët koherente që vijnë në drejtim të kundërt. Rikthimi fazorë apo procesi i konjugacionit rezulton në të ashtuquajturin replikacion i rikthimit kohrë i valëve inicuese. Kështu përshëmbull, nese kemi një valë divergjuese sferike me reze R, replikacini i sajë konjugues do të jetë një valë e cila konvergjon, është sferike dhe kaakterizohet me rreze —R.

Idetë fillestare lidhur me konjugacionin fazorë, paraqiten gjatë problemeve të distorzionit fazorë në përpunimin optik të të dhënave dhe në hollografi, si dhe në sistemet e adaptuara optike.[1] Mirpo fakti që dallon optikën fazore nga teknikat e mëparëshme qëndron në përdorimin e përzierjes së optikës jolineare në gjenerimin e valëve në kohë reale, duke mos ndërmjetsuar elektronika e cila ishte e nevojshme për replikacionin e rikthimit kohorë të valëve inicuese. Eksperimentet e para në optiken e konjugacionit fazorë i bënë Stepanovë me grupin e tij[2] dhe Woerdman[3] në mënyrë të pavarur. Yariv[4] aplikoi përzirjen trivalore në kristal gjatë hollografimit në kohë reale me qëllim të kompenzimit të distorzionit i cili paraqitet për shkak të disperzionit të modelit gjatë transmitimit të informatave të figurës nëpër një fije optike

shumë modëshe. I njejti autor pastaj dha kontribut të madhë në aplikiet praktike të optikës së fazës së konjuguar.

TRAJTIM ANALITIK DHE GRAFIK I PROBLEMIT

Në rastin e përzierej së tri valëve, vala U_1 që karakterizohet me frekuencë dhe vektor të njësisë bie në kristal. Në të njejtin kristal bie një valë tjetër (pompë) U_2 që karakterizohet me frekvencën dhe vektorin e njësisë. Kështu formohet një polarizim jolinear U_1U_2 brenda mediumit, si shtojcë e polaricimit linear. Ky polarizim i redndit të dytë brenda kristalit formon burim të ri valorë U_3 dhe frekueca e të cilit është 2 ndëkaq përndarja hapsinore e ampli tudës është U_1U_2. Pra prezentimi i tyre analitik është:

$$U_1=\frac{1}{2}U_1\exp\{i[\omega t-\vec{k}_1(\omega)\cdot\vec{r}]\}+CC \tag{1}$$

$$U_2=\frac{1}{2}U_2\exp\{i[2\omega t-\vec{k}_2(2\omega)\cdot\vec{r}]\}+C\cdot C \tag{2}$$

$$U_3=\frac{1}{2}U_3\cdot\exp\{i[\omega t-\vec{k}k_3(\omega)\cdot\vec{r}]+C\cdot C. \tag{3}$$

Nën sipozimin që U_2 — është valë e rrafshët, U_3-i është replikacio i U_1--shit. Fusha U_3 lëvizë në kristal me vektorin valorë, kurse burim polarizues karakterizohet me vektorin valorë. Transferimi i ener gjisë nga U_2 në U_3 është i mundur vetëm nëse kënaqet kushti. Ky njifet si kusht i përzierjes fazore. Zakonisht kondita e përzierjsa fazore kënaqet në një drejtim. Në këto raste bëhet kufizimi i divergjencës këndore të valëve inicuese (hyrëse).

Për dallim të procesit trivalorë ekziston proces tjetër i ashtuquaturi përzierja degjenerative katërvalore. Të gjitha fushat valore që marrin pjesë në procesin e përzierjes karakterizohen me të njejten frekvencë. Mirpo këtu përzierja krijon polarizim optikisht të indukuar me vlerë kubike në Ky rend i tretë i polarizimit jolinearë rendi i të cilit është më i larë se sa ke rasti i përzierjes trivalore nuk është i kufizuar vetëm në kristtale asimtreike, por mundë të manifestohet në materjale të ndryshme siqë janë kristale trupat e lëngëtë apo flurorë. Gjeometria e interakcionit është paraqitur në figurën 1.

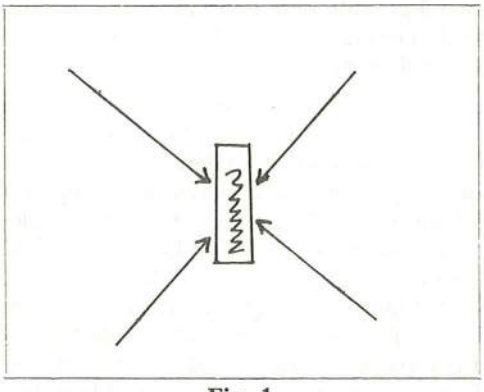


Fig. 1.

Një medium jolinearë psh. carbonsulfidi (CS_2) illuminohet me dy valë pompa U_1 dhe U_2 që kanë frekvencën. Ato zgjidhen si valë të rrafshta dhe që i kundërvihen njera tjetrës, ashtu që shuma e vekto rëve valorë K_1 dhe k_2 është barazi me zero. Në anën tjetër në të njejtin medium bie një valë U_4 me frekvencë dhe vektor velorë. Kështu që formohet polarizim i rendit të tretë. Polarizimi i formuar krijon fushë të re U_3 dhe frekvencë i cila është e varur nga rendi itretë i supsceptibilitetit jolinear të mediumit. Pra vala e rikëthyer U_3 që ka distribucion të amplitudës U_4 kombinohet me dy valët pompë duke formuar polarizim të rendit të tretë që karakterizohet me $U_1U_2U_3$ dhe që rrezaton në kuadër të U_4. Pra kundër lëvizja e palës U_3 dhe U_4 është realizuar kurse poashtu është realizuar polarizimi simultan jolinearë. Energjia vien nga valët pompë U_1 dhe U_2. Mekanizmi i rkthimit të valëve U_3 dhe U_4 realizohet me prezencën e valëve pompë. Kondita e përzierjes fazore është realizuar meqë $K_3 = -k_4$.

Mediumi jolinear në shqyrtim mundë të, trajtohet si pasqyrë që bënë reflektimin e valëve U_4 dukë dhëne në drejtim të kundërt valën U_3 U_4. Dallimi me pasqyrën në fjalë konjuguese dhe asajë konvencionale qëndron në faktin që valët e reflektuara këtu janë replikë e rikëthimit kohorë kurse pasqyrat konvencionale përkojnë me ligjet e reflektimit të mirënjohura.

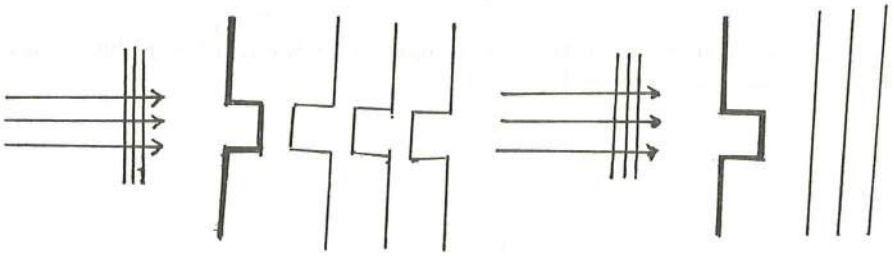


Fig. 2.

Në figurën 2 shifet dallimi më mes të pasqyrave konjuguese dhe konvencionale. Nga figura shifet që në rastin e pasqyrave konvencionale vala 4 është e deformuar në krahasim me valën 1, ndëkaq në rasti e pasqyrave konjuguese vala 1 dhe 4 janë identike.

PËRFUNDIM

Pasqyrat konvencionale dhe ligjet e reflektimit janë të mirnjohura dhe me suksesë aplikohen në shkencë dhe teknikë. Meqë mundësia e aplikimit të pasqyrave konjuguese është e madhe dhe meqë të kuptuarit fenomenologjik i veprimit të tyre nuk është i komplikuar propozoj që të futet në programet e fakultteteve dhe shkollave të mesme ku mësohet fizika aplikative ku optika gjenë vend të merituar.

LITERATURA

[1]. R. Collier, C. Burckharot *Opticall holography* (Acadeic, N. Y. 1971.
[2]. I Stepanov et all, Sov. Phys. Dokl. 16, 46, 1971.
[3]. J. Woederman, Opt. Commun. 2, 212 (1970)
[4]. A. Yariv, Appl. Phys. Lett, 28, 88, 1976.

METODIČKO TRETIRANJE PROBLEMA FAZNE KONJUGACIJE

Jahja Kokaj

Sadržaj

U ovom je radu metodički tretiran problem optike fazne konjugacije. Navedeni tretman je vršen analitički i grafički.

METHODICAL TREATMENT OF DHE PHASE-CONJUGATE OPTICS

Jahja Kokaj

Abstract

Methodical treatment of the phase-conjugate optics is driven The problem is analysed analytically and graphycally.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (173 — 177)

TEORIA E GRAFAVE DHE ZBATIMI I SAJ

Ahmet Veseli dhe Gani Jashari

Përmbajtja

Në këtë punim është dhënë teoria e grafave si dhe zbatimi i saj në llogaritjen e Energjisë Rezonante Topologjike te molekulave benzenoide. Do ta shqyrtojmë vetëm një molekulë me metodën më të re për llogaritje.

1. HYRJE

Punimin e parë shkencor nga teoria e grafave e shkroi Euleri [1] në vitin 1736. König [2] në monografinë e vet të vitit 1936 thekson se deri atëherë janë paraqitur gjithsejt 110 punime ku grafi është prezentuar në mënyrë eksplicide. Bibliografia e dhënë në periudhën e viteve 1936—1967 flet për 2397 punime të botuara [3]. Në revistat referente të matematikës, fizikës dhe kimisë paraqitet një zhvillim i madh i teorisë së grafave në vitet e fundit. G. Kirchoff [4] në vitin 1847 në punimin e tij paraqet bazat analitike të rrjetave elektrike. Rëndësi të posaçme në rregullat e Kirchoffit ka teoria e grafave. Teoria e grafave mundëson që ligji i parë dhe i dytë i Kirchoffit në mënyrë më racionale të zbatohen në përbërjen e sistemit të ekuacioneve që paraqesin shpërndarjen e rrymës në qarkun elektrik. Teoria e grafave është degë e kibernetikës në kuptim që rezultatet e teorisë së grafave të përdoren me rastin e përpunimit të problemeve kibernetike. Teoria e grafave mund të radhitet në një grup të madh të disiplinave matematikore për të cilat është karakteristike se studion problemet në bashkësi të kufizuara.

Meqenëse teoria e Hückelit për orbitalet molekulare [5] (HOM) në esencë është ekuivalente ndaj teorisë spektrale të grafit, ekziston baza e thellë fiziko-kuanto-eekanike ku fillon zbatimi i teorisë së grafave në molekulet e konjuguara.

2. DEFINICIONI I GRAFIT

Në teorinë e grafave shiqohet bashkësia e disa elementeve V dhe relacioni binar R, i cili definon marrëdhëniet në mes elementeve të bashkësisë. Dy elemente V_i dhe V_j të bashkësisë V, mund $t'i$ përkasin relacionit (ta kënaqin) R,

$$(V_i, V_j) \in R \tag{1}$$

ose jo

$$(V_i, V_j) \notin R \tag{2}$$

ku (V_i, V_j) është çift i rregulluar i elementeve V_i, V_j.

Grafi shënohet zakonisht me G. Grafi është çift i rregulluar, i cili përbëhet nga bashkësia V dhe relacioni R. Në mënyrë simbolike kjo mund të paraqitet me:

$$G=(V, R) \tag{3}$$

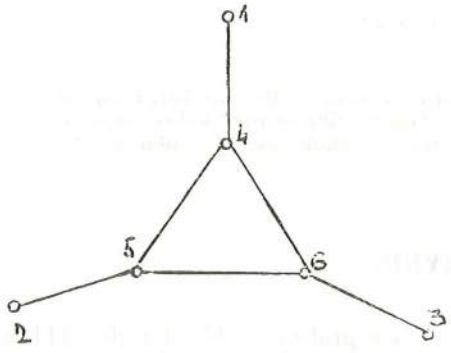


Fig. 1. Paraqitja figurative e grafit me gjashtë kulme dhe gjashtë degë

3. PARAQITJA FIGURATIVE E GRAFIT

Grafi mund të paraqitet në qoftë se elementet e bashkësisë V i shkruajmë me rrathëza të cilat quhen kulme ose nyje. Kulmet të cilët i përkasin R mund të ngjiten me lidhësëza që degët e grafit.

$$V=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$R=[(1, 4), (2, 5),$$

$$(3, 6), (4, 6), (5, 6)]$$

$$G=\{(1, 2, 3, 4, 5, 6), [(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 6)]\}$$

Dy atome në molekulë ose janë të lidhur në mes veti ose jo. Për këtë arsye molekuletë paraqitën me ndihmën e grafave, kur zbatohet vetia e prezencës së lidhjeve molekulare. Duke e përdorur shemën e transformimeve:

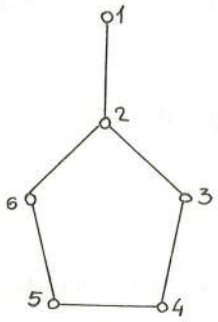
atomi ⟷ kulmi

Lidhja molekulare ⟷ dega

shumë lehtë kalohet nga formulat strukturale në grafat molekular. Një graf i tillë është paraqitur në fig. 2.

Grafi mund të paraqitet edhe me anë të një matrice katrore rendi i së cilës është i barabart me numrin e kulmeve të grafit. Kjo matricë quhet matrica e fqinjësisë dhe shënohet me A.

P.sh.



Matrica e fqinjësisë së grafit të lartëparaqitur do të jetë:

$$A=\begin{vmatrix} 0&1&0&0&0&0 \\ 1&0&1&0&0&0 \\ 0&1&0&1&0&0 \\ 0&0&1&0&1&0 \\ 0&0&0&1&0&1 \\ 0&1&0&0&1&0 \end{vmatrix}$$

Varësisht prej numrimit të atomeve formohet edhe matrica e fqinjësisë.

4. ZBATIMI I TEORISË SË GRAFAVE, DISKUTIMI I REZULTATIT

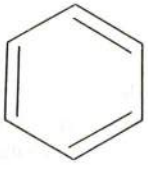
Viteve të fundit nga pikëpamja e teorisë së grafave në mënyrë intensive janë shqyrtuar molekulet e konjuguara benzenoide. Me benzenoide nënkuptojmë ato molekule të cilat janë të përbëra tërësisht prej heksagoneve (të rregullta).

Teoria e grafave është më atraktive për përdorimin e saj në kimi jpër shkak të figurave. Mirëpo, duhet theksuar se sot teoria e grafave shumë më tepër po përdoret në fizikë dhe biologji se sa në kimi.

Me ndihmën e teorisë së grafave është llogaritur energjia rezonante topologjike (*ERT*) e disa molekuleve. *ERT* paraqet atë pjesë të energjisë elektronike të molekulës së konjuguar π, që rezulton nga ndryshimi i energjisë elektronike π të strukturës së saj virtuale (aciklike). Kjo energji është e barabart me energjinë ciklike të molekules së konjuguar. D.m.th. se *ERT* paraqet ekstrakt të energjisë ciklike nga energjia e plotë e H ckelit për molekulë.

Teoria e grafave ka një zbatim të madh në analizën e sistemeve të përbëra fizike që mund të paraqiten me modelin e rrjetave elektrike. Në fizikën molekulare tcoria e grafave ka gjetur një zbatim shumë të madh, nga fakti se vetë formula strukturale nuk është asgjë tjetër pos një graf (molekular) i caktuar. Ai përshkruan topologjinë e molekulës, gjegjësisht tregon si janë të lidhur atomet në molekulë.

Me ndihmën e teorisë së grafave kemi bërë disa llogari të molekulës së benzenit. Grafi i benzenit është:



Benzeni ka një unazë dhe gjashtë atome, numri i Kekules është 2.

Energjia rezonante (*ER*) do të jetë:

$ER=E_\pi$ (molekula e konjuguar) $- E_\pi$ (struktura referente)

E_π (molekula e konjuguar) paraqet energjinë e molekulës së konjuguar.

E_π (struktura referente) paraqet strukturën hipotetike referente

Të dy këto energji janë të fituara me ndihmën e teorisë së Hückelit.

$$E_\pi \text{ (molekula e konjuguar)} = \sum_{j=1}^{N} g_j X_j$$

ku X_j është rrënja e polinomit karakteristik, kurse $g_j = 0, 1, 2$ sipas pincipit të Paulit.

$$E_\pi \text{ (struktura referente)} = \sum_{j=1}^{N} g_j X_j^{ca}$$

ku X_j^{ac} është rrënja e polinomit aciklik.

Duke i rregulluar këto, përfitojmë energjinë rezonante topologjike:

$$ERT = \sum_{j=1}^{N} g_j (X_j - X_j^{ac})$$

Për benzenin do të kemi këto rezultate:

(Njësitë e energjisë janë të shprehura në β)

$$ER = 0{,}393$$

$$ERT = 0{,}273$$

Me një metodë tjetër kemi përfituar:

$$ZRT = ER\,(\text{Hess} - \text{Schaad}) - 0{,}12 \ln K = 0{,}310$$

(Hess-Schaad[6] janë parametra të marrura nga literatura$_z$

PËRFUNDIM

Teoria e grafave është asi discipline e cila na mundëson që në mënyrë me te sakt dhe më shpejt të arrihet gjerë të rezultatet e dëshiruara për molekulet e konjuguara (të përbëra). Me ndihmën e grafave shumë mirë mund të bëhet modelimi i sistemeve të ndryshme molekulare.

LITERATURA

[1]. N. L. Biggs, E. K. Lloyd, and R. J. Wilson, *Graph Theory* 1736–1936, Clarendo Press, Oxhford (1976).
[2]. A. T. Balaban: *Chemical Applications of Graph Theory* 2 (1976), New York
[3]. N. Trinajstić, *Chemical Graph Theory*. CRC. Boca Raton, 1983. New York,
[4]. B. Mohar and N. Trinajstić, *J. Compt.* Chem 3. (1982) 28
[5]. E. Huckel. *Z. Physik* 70 (1941), 203 h.
[6]. B. A. Hess. Jr. and L. J. Schaad, J. *Am. Chem.* Soc. 93 (1971) 305.

Rezyme

Është dhenë zhvillimi i teorisë së grafave dhe definicioni i grafit. Është paraqitur modeli i energjisë rezonante topolgjike, *ERT*, për matjen e stabilitetit aromatik të molekuleve të konjuguara. Modeli *ERT* në mënyrë efikase është zbatuar në sistemet e ndryshme – elektronike.

Rezime

Dat je razvoj teorije grafova i definicija grafa. Prikazan je model topologijske rezonantne energije, *TRE*, koji je uveden kao mjera aromatičke stabilnosti konjugiranih molekula. *TRE* model je uspešno primenjen na različite pi — elektronske sisteme.

Summary

The development of the topological resonance energy, *TRE*, model, wich has been introduced as a measure of the aromatic stabilization of conjugated molecules is rescribed. The *TRE* model is successfully applied to various pi-electronic systems.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (179 — 189)

ULOGA DOMENSKIH ZIDOVA U TRANSPORTU ENERGIJE S JEDNOG FEROELEKTRIČNOG LANCA NA DRUGI

R.B. Žakula, Z. Shemsidini, H. Ajazaj i S. Kujundić

Abstrakt

U radu se razmatra doprinos domenskih zodiva transportu energije s jednog feroelektričnog lanca na drugi koji se dodiruju u malom broju kristalnih čvorova. Feroelektrici se nalaze u raznim termodinamičkim uslovima. Nađeno je da je doprinos kinkova značajan samo ako se nalaze u blizini kontakta kristalnih lanaca.

UVOD

U ovom radu je razmatran slučaj kontakta dva jednodimenzionalna feroelektrična lanca tipa uređenja koji se dodiruju u malom broju kristalnih čvorova. Feroelektrici imaju razne dinamičke parametre i nalaze se na raznim temperaturama. Istraživan je transport energije s jednog feroelektričnog lanca na drugi koji se nalaze u međusobnom kontaktu i čija se pobuđenja mogu opisati sa amplitudnim solitonima koji zadovoljavaju φ^4 model. Obradili smo solitonski doprinos kinetičkom koeficijentu transportu energije s jednog lanca na drugi pri raznim temperaturama.

HAMILTONIJAN

Hamiltonijan feroelektričnog lanca u φ^4 modelu možemo predstaviti izrazom

$$H=\sum_n\left[\frac{p_n^2}{2M}-\frac{A}{2}X_n^2+\frac{B}{4}X_n^4\right]+\sum_{n\neq n'}V_{nn'}(X_n-X_{n'})^2 \qquad (1)$$

gde je X_n pomeraj protona vodonične veze, p_n — odgovarajući impuls protona. A, B su energetski parametri simetrične W jame u kojoj se kreće čvor

(proton). V_{nn} — je veličina interakcije protona u feroelektričnom lancu. M-efektivna masa čvora kristalnog lanca.

Hamiltonijan (1) možemo prikazati u reprezentaciji operatora broja zaposjednuća a_n, a_n^+ formulom

$$p_n = i\sqrt{\frac{\hbar M\omega_0}{2}}(a_n^+ - a_n),\quad X_n = \sqrt{\frac{\hbar}{2M\omega_0}}(a_n^+ + a_n) \tag{2}$$

Tako da dobijemo Hamiltonijan (1) prikazan u reprezentaciji najbližih susjeda

$$H = E + \Delta\sum_n a_n^+ a_n - \frac{L}{2}\sum_n (a_n + a_n^+)(a_{n-1} + a_{n-1}^+) - \frac{I}{2}\sum_n (a_n^{+2} + a_n^2) +$$

$$+ V\sum_n a_n^{+2} a_n^2 + \frac{2}{3}V\sum_n a_n^+ (a_n^{+2} + a_n^2)\, a_n + \frac{V}{6}\sum_n (a_n^{+4} + a_n^4) \tag{3}$$

gde su

$$E = \frac{\hbar N}{M\omega_0}\left[\frac{3B}{16}\frac{\hbar}{M\omega_9} = \frac{A}{4} + W\right] + \frac{N\hbar\omega_0}{4}$$

$$\Delta = \frac{\hbar}{M\omega_0}\left[\frac{3}{4}\frac{\hbar}{M\omega_0}B - \frac{A}{2}\right] + \frac{\hbar\omega_0}{2} + \frac{2W\hbar}{M\omega_0}$$

$$I = \frac{\hbar\omega_0}{2} + \frac{2\hbar}{2M\omega_0}\left(\frac{A}{4} - \frac{3}{8}\frac{\hbar}{M\omega_0}B - 2W\right)$$

$$W = 2V_{n,n\pm1}$$

$$L = \frac{2W\hbar}{M\omega_0}$$

$$V = \frac{3}{8}\left(\frac{\hbar}{M\omega_0}\right)^2 B \tag{4}$$

SOLITONSKO REŠENJE U APROKSIMACIJI KOHERANTNIH STANJA

Uvedimo skup koherentnih stanja $\{|\alpha_n\rangle\}$ definisanih relacijom

$$a_n|\alpha_n\rangle = \alpha_n|\alpha_n\rangle \tag{5}$$

i potražimo matrični element Hamiltonijana (3) u reprezentaciji direktnog proizvoda koherentnih stanja

$$|\Psi\rangle = \prod_n |\alpha_n\rangle \tag{6}$$

tj. obrazujemo test funkciju $\langle\Psi|H|\Psi\rangle \equiv \langle H\rangle$ po amplitudama koherentnih stanja α_n, α_n^* u obliku

$$\langle H\rangle = E_0 + \Delta\sum_n |\alpha_n|^2 - \frac{L}{2}\sum_n (\alpha_n + \alpha_n^*)(\alpha_{n-1} + \alpha_{n-1}^*) - \frac{I}{2}\sum_n (\alpha_n^{+2} + \alpha_n^2) +$$

$$+ V\sum_n |\alpha_n|^2 |\alpha_n|^2 + \frac{2}{3} V \sum_n (\alpha_n^{*3}\alpha_n + \alpha_n^* \alpha_n^3) + \frac{V}{6}\sum_n (\alpha_n^{*4} + \alpha_n^4) \tag{7}$$

Test funkcija (7) predstavlja Hamiltonovu funkciju od kanonski konjugiranih varijabli α_n, α_n^* koje se određuju iz Hamiltonovih jednačina:

$$i\cdot\alpha_l = -\frac{\partial\langle H\rangle}{\partial\alpha_l} = \Delta\alpha_e - \frac{L}{2}(\alpha_{l-1} + \alpha_{l-1}^* + \alpha_{l+1} + \alpha_{l+1}^*) - I\alpha_l^* +$$

$$+ 2V\alpha_l|\alpha_l|^2 + \frac{2}{3} V_0 3\alpha_l^{*2}\alpha_l + \alpha_l^*) + \frac{2}{3} V\alpha_e^{*3} \tag{8}$$

$$i\cdot\alpha_l^* = -\frac{\partial\langle H\rangle}{\partial\alpha_l} = -\Delta\alpha_l^* + \frac{L}{2}(\alpha_{l-1} + \alpha_{l-1}^* + \alpha_{l+1} + \alpha_{l+1}^*) + I\alpha_l -$$

$$- 2V\alpha_l^*|\alpha_l|^2 - \frac{2}{3} V(3\alpha_l^2\alpha_l^* + \alpha_l^{*3}) - \frac{2}{3} V\alpha_l^3 \tag{9}$$

Sistem jednačina (8) i (9) rešavamo rastavljajući kompleksnu funkciju α_e na realni i imaginarni deo

$$\alpha_l = U_l + i\dot{\phi}_l \tag{10}$$

tako da imamo

$$\dot{U}_l = (\Delta + I)\ \phi_l \tag{11}$$

$$-\hbar^2\dot{\phi}_l = (\Delta - I)\ U_l - L(U_{l+1}^{+} U_{l+1} + \frac{16}{3} V U_l^3 \tag{12}$$

Sistem jednačina (11) i (12) se svodi oposle diferenciranja po vremenu (11) i zamene (12) u dobiveni rezultat) na jednačinu

$$-\hbar^2 U_l = (\Delta^2 - I^2)\ U_l - L(\Delta + I)(U_{l-1} + U_{l+1}) + \frac{16}{3} V(\Delta + I)\ U_l^3 \tag{13}$$

koja se u aproksimaciji kontinuuma $\left(U_{l\pm1} \Rightarrow U(x,t) \pm R_0 \frac{\partial U(x,t)}{\partial x} + \frac{1}{2} R_0^2 \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2}\right)$ i u reprezentaciji argumenata $\xi = x - v$ se svodi na jednačinu oblika

$$\frac{\partial^2 u}{\partial\xi^2} = -aU(\xi) + bU^3(\xi) \tag{14}$$

gde je

$$-a = \frac{\Delta - I - 2L}{LR_0^2\left(1 - \frac{v^2}{c_0^2}\right)} \tag{15}$$

$$b=\frac{16V}{3LR_0^2\left(1-\frac{v^2}{c_0^2}\right)} \tag{16}$$

gde je R_0 — konstanta kr stalne rešetke, v — brzina kvazičestice dok je relacijom

$$C_0^2=\frac{L(\Delta+I)R_0^2}{\hbar^2} \tag{17}$$

određena granična vrednost brzine prostiranja eksitacija u obliku domenskog zida čije je singularno rešenje izraza (14) u obliku kinka

$$u=\sqrt{\frac{a}{b}}\,th\sqrt{\frac{a}{2}}\xi=\sqrt{\frac{a}{b}}\,th\left[\frac{x-x_0-vt}{d\sqrt{1-\frac{v^2}{c_0^2}}}\right] \tag{18}$$

Karakteristična dužina kinka određuje se izrazom

$$d=2R_0\sqrt{\frac{W}{A-\frac{\hbar}{M\omega_0}\cdot\frac{9}{8}B-2W}} \tag{19}$$

Dobiveni izrazi važe za slučaj kada energetski parametri sistema zadovoljava ju nejednakost

$$2L+I-\Delta=\frac{\hbar}{M\omega_0}\left(A-\frac{\hbar}{M\omega_0}\frac{9}{8}B-2W\right)>0 \tag{20}$$

Kako iz (10), (11) i (12) u aproksimaciji kontinuuma sledi

$$\phi(\xi)=\frac{\hbar\dot{u}}{\Delta+I} \tag{21}$$

tada za amplitudu koherentnog stanja koja zadovoljava φ^4 model dobijemo izraz

$$\alpha(x,t)=\sqrt{\frac{a}{h}}\left[thy(x,t)-i\frac{v}{c_L}\frac{1}{ch^2y(x,t)}\right] \tag{22}$$

gde je

$$y=\frac{x-x_0-vt}{d\sqrt{1-v^2/c_0^2}} \tag{23}$$

$$C_L=\frac{(\Delta+I)d}{\hbar}\sqrt{1-\frac{v^2}{c_0^2}} \tag{24}$$

STRUJA ENERGIJE U FEROELEKTRIČNIM LANCIMA KOJI SE DODIRUJU U MALOM BROJU KRISTALNIH ČVOROVA

U mnogim slučajevima imamo situaciju da se dva feroelektrična lanca koji mogu biti raznih energetskih parametara dodiruju u malom broju svojih kristalnih čvorova. Takav kontakt možemo reprezentirati Hamiltonijanom interakcije [1]

$$H_{int}=\sum_{e,s}[W_{1l,2s}\, a_{1l}^{+}\, a_{2s}+W_{1l,2\,s}^{*}\, a_{2s}^{+}\, a_{1l}] \tag{25}$$

gde smo sa „1" označili prvi lanac a sa „2" označili drugi lanac. $W_{1l,2s}$ je fenomenološki izraz za jačinu inte akcije između kristalnih lanaca. U idealnom slučaju lanci mogu da se dodiruju samo u jednom čvoru, tada se (25) svodi na

$$H_{int}=W_{1l,2s}\, a_{1l}^{+}\, a_{2s}+W_{1l,2s}^{*}\, a_{2s}^{+} a_{1l} \tag{26}$$

gde je 1 — dodirni čvor lanca „1" a s-dodirni čvor lanca „2".

Nas interesuje struja energije u lancu „1" koja se prenosi blagodareći interakciji (26) na lanac „2" ukoliko termodinamički uslovi dozvoljavaju tj. ukoliko temperature lanca $\theta_j\,(j=1,2)$ stoje u vezi $\theta_1>\theta_2$ $(\theta_j=K_B T_j)$. Stanja energije u lancu „1" određujemo iz jednačine kretanja

$$\dot{H}_1=\frac{1}{i\hbar}\,[H_1, H_{int}] \tag{27}$$

gde je

$$H_{tot}=H_1+H_2+H_{int} \tag{28}$$

H_1, H_2 predstavljaju feroelektrične Hamiltonijane (3) u reprezentaciji operatora druge kvantizacije (2) bez interakcionog člana (26). Očigledno je da je

$$\dot{H}_1=\frac{1}{i\hbar}\,[H_1, H_{int}]=\frac{1}{i\hbar}\,[H_1, W_{1l,2s}\, a_{1l}^{+}\, a_{2s}+h.c.] \tag{29}$$

Naš interes je da ocenimo doprinos solitonskog mehanizma transportu energije. U tom cilju razmotrimo samo glavni deo energije H_1 tj. s obzirom da je Δ dominantan energetski parametar nalazimo

$$\dot{H}_1\cong\frac{1}{i\hbar}\,(W_{1l,2s}\Delta(1)\, a_{1l}^{+}\, a_{2s}-W_{1l,2s}^{*}\Delta(1)\, a_{2s}^{+}\, a_{1l}) \tag{30}$$

gde je $\Delta\gg L_1,\ V,\ I,\ W$

Ssednju vrednost struje energije određujemo preko matrice gustine za neravnotežni statistički sistem u reprezentaciji Zubareva [2] i Pokrovskog[3]

$$\rho=\frac{1}{Q}\exp\{-[\hat{M}-\delta\hat{M}]\} \tag{31}$$

gde je

$$\hat{M}=\beta_1\,[H_{10}\,(b)-\tilde{\mu}_1\sum_n b_{1n}^{+}\, b_{1n}]+\beta_2\,[H_{20}\,(b)-\tilde{\mu}_2\sum_n b_{2n}^{+}\, b_{2n}] \tag{32}$$

$$\beta_j = \frac{1}{\theta_j} \tag{33}$$

$\tilde{\mu}_j$ predstavlja hemijski potencijal j-tog feroelektričnog lanca. Perturbarcioni operatorski član $\delta\hat{M}$ je oblika

$$\delta\hat{M} = (\beta_1 - \beta_2) \int_{-\infty}^{0} e^{\varepsilon j t} \, \mathrm{d}t \, \hat{H}_1(t) \qquad \varepsilon \to 0 \tag{34}$$

Operator matrice gustine za neravnotežni termodinamički sistem u linearnoj aproksimaciji po $\delta\hat{M}$ dobija vid

$$\rho = \rho_2 + \int_0^1 d\tau \{ e^{-\hat{M}\tau} \, \delta\hat{M} \, e^{\hat{M}\tau} - \langle \delta\hat{M} \rangle_q \} \rho_q \tag{35}$$

gde je $\rho_2 = e^{-M}/Q$ matrica gustine kvaziravnotežnog sistema a sa time i struja energije $\langle \dot{H}_1 \rangle$ ima oblik

$$\langle \dot{H}_1 \rangle = \langle \dot{H}_1 \rangle_q + \int_0^1 d\tau \, (\langle \dot{H}_1 e^{-\hat{M}\tau} \, \delta\hat{M} \, e^{\hat{M}\tau} \rangle_q - \langle \dot{H}_1 \rangle_q \langle \delta\hat{M} \rangle_q) \tag{36}$$

Sa oznakom $\langle \ldots \rangle_q$ obeležili smo usrednjavanje po kvazičesticama operatora ρ_2. Zbog neparnog broja operator kreacije i anihilacije $\langle \hat{H}_1 \rangle_q = 0$ s toga se relacija (36) svodi na

$$\langle \dot{H}_1 \rangle = (\beta_1 - \beta_2) \int_{-\infty}^{0} e^{\varepsilon t} \, dt \int_0^1 \mathrm{d}\tau \langle e^{\hat{M}\tau} \dot{H}_1 e^{-\hat{M}\tau} \dot{H}_1(t) \rangle_q \tag{37}$$

Pošto možemo $\dot{H}_1$, kao svaki hermicki operator, napisati u obliku zbira hermickog i njemu odjungovanog operatora

$$\dot{H}_1 = \dot{h}_1 + \dot{h}_1^+ \tag{38}$$

onda sledi

$$e^{\hat{M}\tau} \dot{H}_1 e^{-\hat{M}\tau} = e^{(\gamma_1 - \gamma_2)\tau} \dot{h}_1 + e^{-(\gamma_1 - \gamma_2)\tau} \dot{h}_1^+ \tag{39}$$

gde je

$$\gamma_j = (\Delta(j) - \tilde{\mu}_j) \beta_j \tag{40}$$

Odakle dobijamo

$$\langle \dot{H}_1 \rangle = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \int_{-\infty}^{0} e^{\varepsilon t} \, \mathrm{d}t \, [\langle [\dot{h}_1, \dot{H}_1(t)] \rangle - \langle [\dot{h}_1^+, \dot{H}_1(t)] \rangle] \tag{41}$$

Usvajajući aproksimaciju dominantnog člana

$$\dot{h}_1 \cong \frac{1}{i\hbar} \Delta(1) \, W_{1e,2s} \, a_{1e}^+ \, a_{2s} \tag{42}$$

posle definicije retardirane Greenove funkcije sledi

$$\langle\langle \hat{A}_{(0)} | \hat{B}_{(t)} \rangle\rangle^{ret} = \frac{\theta(-t)}{i\hbar} \langle [\hat{A}_{(0)}, \hat{B}_{(t)}] \rangle \tag{43}$$

$$\langle \dot{H}_1 \rangle = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \int_{-\infty}^{0} e^{\varepsilon t}\, dt\, [W_{1l,2s}\, \Delta_{(1)} \langle\langle a_{1l}^{+} a_{2s} | \dot{H}_{1(t)} \rangle\rangle^{ret} +$$

$$+ W_{1l,2s}^{*} \Delta_{(1)} \langle\langle a_{12l}^{+} a_{1e} | \dot{H}_{1(t)} \rangle\rangle^{ret} \tag{44}$$

$$\text{gde je } \theta(-t) = \begin{cases} 1 & -t < 0 \\ 0 & t > 0 \end{cases} \tag{45}$$

S obzirom na jednačinu (30) možemo izraz (44) napisati u obliku

$$\langle \dot{H}_1 \rangle = L_{\dot{H}_1 \dot{H}_1} (\beta_1 - \beta_2) \tag{46}$$

gde je kintetičk koeficijent

$$L_{\dot{H}_1 \dot{H}_1} = \frac{1}{\gamma_1 - \gamma_2} \frac{\Delta(1)}{i\hbar} |W_{1l,2s}|^2 \int_{-\infty}^{0} e^{\varepsilon t}\, dt\, [\langle\langle a_{1l}^{+}(0) a_{2s}(0) | a_{2s}^{+}(t)\, a_{1l}(t) \rangle\rangle -$$

$$- \langle\langle a_{2s}^{+}(0)\, a_{1l}(0) | a_{1l}^{+}(t)\, a_{2s}(t) \rangle\rangle] + \frac{\Delta(2)\, W_{1l,2s}^{+}}{i\hbar (\gamma_1 - \gamma_2} \int_{-\infty}^{0} e^{\varepsilon t}\, dt$$

$$[\langle\langle a_{1l}^{+}(0)\, a_{2s}(0) | a_{1l}^{+}(t) \times a_{2s}(t) \rangle\rangle] - \frac{\Delta^2(1)}{i\hbar (\gamma_1 - \gamma_2)} W_{1l,2s}^{*2}$$

$$\int_{-\infty}^{0} e^{\varepsilon t}\, dt \langle\langle a_{2s}^{+}(0) a_{1l}(0) | a_{2s}^{+}(t)\, a_{1l}(t) \rangle\rangle \tag{47}$$

Prema radu Wojtzaka i Sukienickog [4] možemo funkciju Greena u (47) izraziti preko amplituda koherentnih stanja (22) u obliku

$$\langle\langle a_{1l}^{+}(0)\, a_{2s}(0) | a_{2s}^{+}(t)\, a_{1l}(t) \rangle\rangle^{ret} \Rightarrow \frac{\theta(-t)}{i\hbar} \alpha_{1l}^{*}(0) \alpha_{1l}(t) \alpha_{2s}(0) \alpha_{2s}^{*}(t) [1 - e^{-\gamma_2}]$$

$$\langle\langle a_{2s}^{+}(0)\, a_{1l}(0) | a_{2s}(t)\, a_{1l}^{+}(t) \rangle\rangle^{ret} \Rightarrow \frac{\theta(-t)}{i\hbar} \alpha_{2s}^{*}(0) \alpha_{1l}(0) \alpha_{2s}(t) \alpha_{11l}^{*}(t) [1 - e^{-\gamma_1}]$$

$$\langle\langle a_{1l}^{+}(0)\, a_{2s}(0) | a_{1l}^{+}(t)\, a_{2s}(t) \rangle\rangle^{ret} \Rightarrow 0$$

$$\langle\langle a_{2s}^{+}(0)\, a_{1l}(0) | a_{2s}^{+}(t)\, a_{1l}(t) \rangle\rangle^{ret} \Rightarrow 0 \tag{48}$$

Tako da je kinetički koeficijent

$$L_{\dot{H}_1 \dot{H}_1} = -\frac{\Delta^2(1) | w_{1l,2s}|^2}{(\gamma_1 - \gamma_2)\, \hbar^2} \int_{-\infty}^{0} e^{\varepsilon t}\, dt\, \theta(-t) [\alpha_{1l}^{*}(0) \alpha_{1l}(t) \alpha_{2s}(0) \alpha_{2s}^{*}(t)$$

$$- \alpha_{2s}^{*}(0) \alpha_{1l}(0) \alpha_{2s}(t) \alpha_{1l}^{*}(t) (1 - e^{-\gamma_1})]$$

odnosno

$$L_{\dot{H}_1\dot{H}_1} = -\frac{\Delta^2(1)\,|W_{1l,2s}|^2}{(\gamma_1-\gamma_2)\,\hbar^2}\int_{-\infty}^{0} e^{\varepsilon t}\,dt\,\theta(-t)\{Re\,[\alpha_{1l}^*(0)\,\alpha_{1l}(t)\,\alpha_{2s}(0)\,\alpha_{2s}^*(t)]$$

$$(e^{-\gamma_1}-e^{-\gamma_2})+i\,Im\,[\alpha_{1l}^*(0)\,\alpha_{1l}(t)\,\alpha_{2s}(0)\,\alpha_{2s}^*(t)]\,(2-e^{-\gamma_1}-e^{-\gamma_2})\} \tag{50}$$

Nas interesuje realni deo kinetičkog koeficijenta jer on odgovara stvarnom prelazu energije s jednog jednodimenzionalnog feroelektrika na drugi, znači

$$R_l\,(L_{\dot{H}_1\dot{H}_1}) = \frac{\Delta^2(1)\,|W_{1l,2s}|^2\,(e^{-\gamma_2}-e^{-\gamma_1})}{(\gamma_1-\gamma_2)\,\hbar^2}\int_{-\infty}^{0} e^{\varepsilon t}\,dt\,\theta(-t)\,Re$$

$$R_l\,[\alpha_{1l}^*(0)\,\alpha_{1l}(t)\,\alpha_{2s}^*(t)\,\alpha_{2s}(0)] \tag{51}$$

Pri čemu moramo voditi računa da unutar integracije po vremenu tj. za slučaj $t=-\infty$ solitonska amplituda iščezava pa je zbog činjenice da je njegova energija vezana za konačno vreme i zbog toga moramo normirati amplitudu kinka a time i amplitudu koherentnog stanja (22) u obliku

$$\alpha(x,t) = \sqrt{\frac{a}{b}}\left[thy\,(x,t) - 1 - \frac{iv}{c_L}\frac{1}{ch^2 y\,(x,t)}\right] \tag{52}$$

Na osnovu (52) sledi

$$Re\,[\alpha_{1l}^*(0)\,\alpha_{1l}(t)\,\alpha_{2s}(0)\,\alpha_{2s}^*(t)] = \frac{a_1\,a_2}{b_1\,b_2}\,[A_{12}\,(thy_1(t)-1)\,(thy^2(t)-1)+$$

$$+B_{12}\frac{thy_1(t)-1}{ch^2 y_2(t)}+B_{21}\frac{thy_2(t)-1}{ch^2 y_2(t)}-\frac{v_1\,v_2}{C_{1L}\,C_{2L}}\,A_{12}\frac{1}{ch^2 y_1(t)\,ch^2 y_2(t)} \tag{53}$$

gde je

$$A_{12} = [thy_1(0)-1]\,[thy_2(0)-1]-\frac{v_1\,v_2}{C_{1L}\,C_{2L}}\frac{1}{ch^2 y_1(0)\,ch^2 y_2(0)}$$

$$B_{12} = \frac{thy_1(0)-1}{ch^2 y_2(0)}\left(\frac{v_2}{C_{2L}}\right)^2+\frac{v_1\,v_2}{C_{1L}\,C_{2L}}\,\frac{thy_2(0)-1}{ch^2 y_1(0)} \tag{54}$$

$$B_{21}\rightarrow B_{12}\,(2\leftrightarrows 1)$$

Tako da možemo (50) napisati u obliku

$$Re\,(L_{\dot{H}_1\dot{H}_1}) = \frac{\Delta^2(1)\,|W_{1e,2s}|^2\,(e^{-\gamma_2}-e^{-\gamma_1})}{\hbar^2(\gamma_1-\gamma_2)}\,\frac{a_1\,a_2}{b_1\,b_2}\left[A_{1l}J(A_{1s})+B_{12}J(B_{12})+\right.$$

$$\left.+B_{21}J(B_{21})-\frac{v_1\,v_2}{C_{1L}\,C_{2L}}\,A_{12}J_D\right] \tag{55}$$

gde je (nakon prelaza na integracione promenljive $t\rightarrow -t$)

$$J(A_{12})=\lim_{\varepsilon\to 0}\int_0^\infty e^{-\varepsilon t}\,dt\,[thy_1(t)-1]\,[thy_2(t)-1] \tag{56a}$$

$$J(B_{12})=\lim_{\varepsilon\to 0}\int_0^\infty e^{-\varepsilon t}\,dt\,\frac{[thy_1(t)-1]}{ch^2 y_2(t)} \tag{56b}$$

$$J(B_{21})=\lim_{\varepsilon\to 0}\int_0^\infty e^{-\varepsilon t}\,dt\,\frac{[thy_2(t)-1]}{ch^2 y_1(t)} \tag{56c}$$

$$J_{(D)}=\lim_{\varepsilon\to 0}\int_0^\infty e^{-\varepsilon t}\,dt\,\frac{1}{ch^2 y_1(t)\,ch^2 y_2(t)} \tag{56d}$$

pri čemu su svi integrali (56a) — (56d) približno istog reda veličine.

Za ne jako brze kinkove $\frac{v}{C_L}<1$, pa je dominantni koeficijent

$$A_{12}\cong[thy_1(0)-1]\,[thy_2(0)-1] \tag{57}$$

tako da je kinetički koeficijent po svojoj dominantnoj vrednosti predstavljen izrazom

$$Re(L_{\dot H_1\dot H_1})\cong\frac{\Delta^2(1)|W_{1e,2s}|^2(e^{-\gamma_2}-e^{-\gamma_1})\,a_1\,a_2}{\hbar^2(\gamma_1-\gamma_2)\qquad b_1\,b_2}\,A_{12}J(A_{12}) \tag{58}$$

Integral $_0$56a) možemo aproksimirati izrazom

$$J(A_{12})=\frac{1}{2\tilde v_1}\left\{\ln 2\left(1-\frac{\lambda}{ch^2\left(y_1(0)-\frac{\tilde\nu_1}{\tilde\nu_2}y_2(0)\right)}\right)-2y_1(0)+2\ln(chy_1(0)-\right.$$

$$\left.-thy_2(0)\ln(chy_1(0)-\frac{\ln\left(chy_2(0)\frac{\tilde\nu_1}{\tilde\nu_2}\right)-y_2(0)\frac{\tilde\nu_1}{\tilde\nu_2}\,th\left(y_2(0)\frac{\tilde\nu_1}{\tilde\nu_2}\right)}{ch_2\left(y_1(0)-\frac{\tilde v}{v}y_2(0)\right)}\right\}+$$

$$+\frac{1}{2\tilde v_2}\left\{\ln 2\left(1-\frac{\lambda}{ch^2\left(\frac{\tilde\nu_2}{\tilde\nu_1}y_2(0)\right)}\right)-2y_2(0)+2\ln(chy_2(0)-\right.$$

$$\left.-thy_1(0)\ln(chy_2(0))-\frac{\ln\left(chy_1(0)\frac{\tilde\nu_2}{\tilde\nu_1}\right)-y_1(0)\frac{\tilde\nu_2}{\tilde\nu_1}\,th\left(y_1(0)\frac{\tilde\nu_2}{\tilde\nu_1}\right)}{ch^2\left(y_2(0)-\frac{\tilde\nu_2}{\tilde\nu_1}y_1(0)\right)}\right\} \tag{59}$$

gde je λ pozitivan mali broj $0<\lambda<1$

$$\tilde{\nu}_j = \frac{\tilde{\nu}_j}{d_j \sqrt{1 - v_j/c_{0j})^2}} \tag{60}$$

$$y_j(0) = \frac{x_j - x_{oj}}{d_j \sqrt{(1 - v_j/c_{oj})^2}} \quad (j = 1, 2) \tag{61}$$

Nas prevashodno zanimaju kinkovi koji se nalaze u blizni tačke dodira dielektričnih lanaca tj. za $y_1(0) = y_2(0)$. Tada je

$$J = 1 - \lambda \frac{\ln 2 \, (\tilde{v}_1 + \tilde{v}_2)}{2 \tilde{v}_1 \tilde{v}_2} \tag{62}$$

tako da je kinetički koeficijent

$$Rl(L_{\dot{H}1\dot{H}1}) = \frac{\Delta^2(1) |W_{1e,2s}|^2 \, (e^{-\gamma_2} - e^{-\gamma_1}) a_1 a_2}{\hbar^2 (\gamma_1 - \gamma_2) b_1 b_2} (1 - \lambda) \frac{\ln 2}{2} \frac{\tilde{v}_1 + \tilde{v}_2}{\tilde{v}_1 \tilde{v}_2} \tag{63}$$

u slučaju dodira linearnih kristala iste vrste i u slučaju kad su brzine iste imamo:

$$\tilde{v}_1 = \tilde{v}_2; \qquad \lambda = \frac{1 - \ln 2}{\ln 2}$$

ZAKLJUČAK

U slučaju kad je $\gamma_j = \left| \frac{(\Delta_j - \mu_{oj})}{\theta_j} \right| < 1$ pri višim temperaturama

$$e^{-\gamma_2} - e^{-\gamma_1} \simeq \gamma_1 - \gamma_2$$

pa je

$$Re(L_{\dot{H}1\dot{H}1}) \cong \frac{\Delta^2 |W_{1l,2s}|^2}{\hbar^2} \frac{a_1 a_2}{b_1 b_2} \frac{\ln 2}{2} (1 - \lambda) \frac{\tilde{v}_1 + \tilde{v}_2}{\tilde{v}_1 \tilde{v}_2} \tag{64}$$

vidi se da kinetički koeficijent nezavisi eksplicitno od temperature već samo od redukovanog izraza za brzinu

$$\frac{1}{\tilde{v}_{red}} = \frac{\tilde{v}_1 + \tilde{v}_2}{\tilde{v}_1 \tilde{v}_2} = \overline{d}_1 \frac{\sqrt{1 - (v_1/c_{01})^2}}{v_1} + \frac{d_2 \sqrt{1 - (v_2/c_{02})^2}}{v_2} \tag{65}$$

Pri niskim temperaturama zbog $\Delta(j) < 0$ imamo povećanje energetske struje na eksponencijalan način $(e^{-\gamma_2} - e^{-\gamma_1})$.

LITERATURA

[1]. F. Gashi, R. Gashi, Z. Shemsidini i R. B. Žakula, Phys. Stat. Solidi (b) 128, 259 (1985)

[2]. D. N. Zubarev, *Neravnotežna statisička termodinamika* (na Ruskom jeziku) Nauka. Moskva (261–334) (1971)
[3]. L. A. Pokrovski, Dokladi Akadem. Nauk SSSR 182, 317 (1968)
[4]. L. Wojtczak i A. Sukienicki, Z. Phys. B 47, 223 (1982)

RROLI I SOLITONEVE NË TRANSPORTIN E ENERGJISË NGA NJË ZINGJIR FERROELEKTRIK NË TJETRIN

R. B. Žakula, Z. Shemsidini, H. Ajazaj dhe S. Kujundić

Rezyme

Në këtë punim shqyrtohet kontributi i solitoneve në transportin e energjisë nga një zigjirë ferroelektrik në tjetrin të cilet kontaktohen në mes vedi në një numer të vogel të nyjeve kristaline. Ferrelektriket gjinden në kushte të ndryshme termodinamike. Është gjetur se kontributi i solitoneve (të tipit të kinkëve) është i dukëshem nësë gjinden në afërsi të kontakteve të zingjirve kristalin.

THE ROL OF DOMAIN WALL IN THE ENERGY TRANSPORT FROM ONE FERROELECTRIC CHAIN TO ANOTHER

R. B. Žakula, Z. Shemsidini, H. Ajazaj and S. Kujundić

Summary

In the present paper the contribution of domain walls to transport energy from one ferroelectric chain to another which contact in a small number of crystal sites has been considered. Ferroelectrics are in different thermodynamic conditions. Has been noticed that the contribution of kinks is important only if they are close to the contact of the crystal chains.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (191 — 198)

AUGER EFEKAT U PROCESIMA SA UČEŠĆEM DAVIDOVLJEVIH SOLITONA

R. B. Žakula, H. Ajazaj, Z. Shemsidini i B. Stepančić

Abstract

U radu se proračunava izraz za verovatnoću zahvata niskoenergetskog konverzionog elektrona Davidovljevim solitonom s atoma, koji je ataširan na čvor jednodimenzionalnog molekularnog kristala. Posmatrani su izrazi bez učešća γ-kvanta i sa učešćem γ-kvanta.

UVOD

Poznato je da, Auger efekt preuređenja elektronske ljuske praćeno je izbacivanjem elektrona iz omotača i da su moguće dve alternative:

a) unutrašnja konverzija, koja se realizuje uz proces delovanja sa fotonom koji se emituje iz jezgra,

b) predaju pobuđenja elektronu sa strane jezgre se realizuje u odsustvu svakog zračenja, tj. kada je transfer ostvaren sa nultim ukupnim impulsom (0→0 prelazi). Ovim problemima je posvećeno mnogo radova, koji se razlikuju međusobno samo stepenom aproksimacije stanja atomskih elektrona [1—5].

Ovde mi posmatramo specijalni slučaj, kada je atom ataširan na molekularni lanac, koji poseduje lokalizovani vid pobuđenja-solitone [6,7]. Solitoni formiraju potencijalne jame za elektrone za koju se ovi vežu. Ovaj proces zahvata elektrona kristalnim pobuđenjem nije redak [8, 9], ako su pobuđenja nelokalizovana. Mi ćemo oceniti ovu verovatnoću prelaza elektrona sa K ljuske atoma u oba slučaja, tj. sa i bez interakcije elektrona sa fotonom. U tom cilju ovde ćemo se koristiti elementarnom teorijom unutarnje konverzije bez relativističkih efekata.

1. KONVERZIJA BEZ UČEŠĆA γ— KVANTA

Stanje elektrona 1S na K-ljusci možemo opisati funkcijom

$$\varphi_a(r)=\left[\frac{z^3}{\pi a^3}\right]^{1/2} e^{-\frac{zr}{a}} \tag{1.1}$$

gde je $a=\frac{\hbar^2}{me^2}$ Bohr-ov radijus., Z — redni broj atoma. Ako dužina talasa koja odgovara pobuđenju atomskog jezgra znatno prevazilazi $\frac{a}{z}$ onda se mogu zanemariti retardacioni efekti i operator interakcije se može napisati u obliku čistog Coulombov-og potencijala

$$W=\sum_{\alpha=1}^{z}\frac{e^2}{|\vec{r}-\vec{\xi}_\alpha|} \tag{12.}$$

gde su $\vec{r}$ i ξ_α koordinate elektrona α — tog protona respektivno. Operatore spina u (1.2) nismo uključili jer nas za sada ne zanimaju magnetni prelazi u zračenju. Inicijalno stanje jezgra neka je $|\psi a\rangle$ bez detaljnih specifikacija. Finalno stanje je stanje elektrona koje da nema molekularnog lanca bi bilo stanje opisano ravnim valom $e^{-i\vec{k}\vec{r}}$ gde je $k=\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ (m — masa elektrona). Međutim uhvaćen solitonom elektron se poistovećuje sa njegovim stanjem $\langle\Psi_{soe}(x,t)|$. Najzad imamo i finalno stanje jezgra $\langle\Psi_b|$ kje opet dajemo bez specifikacija.

Verovatnoća pselaza elektrona bez učešća γ-kvanta iz jezgra se određuje poznatim izrazom u prvoj aproksimaciji u vremenski zavisne perturbacije

$$B_{v\to b}=\frac{1}{\hbar^2}\int_{-\infty}^{+\infty}|dt\langle b|W|a\rangle e^{t\omega_{bat}}|^2 \tag{1.3}$$

Ovde je

$$\omega_{ba}=\frac{\hbar\omega_{sol}-E_0+E_b-E_a}{\hbar}\equiv\Omega \tag{1.4}$$

gde je E_0 energija $1S$ stanja elektrona, E_b-E_a razlika energija jezgra pre i posle prelaza konverzionog elektrona.

Konkretni vid solitonskog stanja $\Psi_{sol}(x,t)$ molekularnog lanca usmerenog u pravcu x — ose je

$$\Psi_{sol}(x,t)=\sqrt{\frac{\mu}{R_0\pi}}\frac{\exp\left\{i\left[\frac{\hbar v}{LR_0^2}(x-x_0)-\omega_{sol}t\right]\right\}}{ch\frac{\mu}{R_0}(x-x_0-v)} \tag{1.5}$$

i predstavlja singularno rešenje poznate Schrodingerove jednačine s kubnom nelinearnošću

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=(\Delta-L)\Psi-G|\Psi^2|\Psi-\frac{R_0^2L}{2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} \tag{1.6}$$

gde su energetski parametri

$$G=2\Delta+V-4L+\frac{4R_0^2\chi^2}{Mv_0^2\left(1-\dfrac{v^2}{v_0^2}\right)} \tag{1.7a}$$

$$\mu=\frac{G}{2L} \tag{1.7b}$$

$$\hbar\omega_{sol}=\Delta-L+\frac{\hbar^2v^2}{2LR_0^2}-\frac{G^2}{8L} \tag{1.7c}$$

Molekularni lanac kao jednodimenzionalni kristal opisuje se s hamiltonijanem

$$H=H_{ex}+H_{ph}+H_{int} \tag{1.8}$$

gde je H_{ex} hamiltonijan kolektivnih pobuđenja u molekularnom kristalu (excitoni) i u Bose- reprezentaciji da se aproksimativno napisati u obliku

$$H_{ex}=\Delta\sum_n B_n^+B_n-\Delta\sum_n B_n^{+2}B_n-\frac{L}{2}\sum_n B_n^+(B_{n-1}+B_{n+1})+$$

$$+\frac{L}{2}\sum_n(B_n^{+2}B_nB_{n+1}+B_n^{+2}B_nB_{n-1}+B_n^+B_{n+1}^+B_{n+1}^2+B_n^+B_{n-1}^+B_{n+1}^2)-$$

$$-\frac{V}{2}\sum_n B_n^+B_{n+1}^+B_{n+1}B_n \tag{1.9}$$

s komutacionim pravilima Bose- operatora

$$\left.\begin{aligned}[B_n, B_{n'}^+]&=\delta_{nn'}\\ [B_n, B_{n'}]&=0\end{aligned}\right\} \tag{1.10}$$

Dok je hamiltonijan oscilovanja rešetke

$$H_{ph}=\sum_n\left[\frac{p_n^2}{2M}+\frac{K}{4}(U_n-U_{n-1})^2\right] \tag{1.11}$$

Sa H_{int} smo označili ekciton-fononsku interakciju

$$H_{int}=\chi\sum_n B_n^+B_n(U_{n+1}-U_{n-1}) \tag{1.12}$$

Ovde su u_n, p_n kanonski međusobno pridruženi pomeraj i impuls n-tog kristalnog čvora, K je konstanta elastičnosti kristalnog lanca dok je χ konstanta eksiton-fononske interakcije.

U izrazima (1.5) — (1.7c) ν predstavlja brzinu solitona ,v_0 — brzinu longitudinalnog zvuka u lancu, R_0 — konstanta kristalne rešetke.

2. VEROVATNOĆA PRELAZA

Stavljajući izraze za inicijalno i finalno stanje (1.1), (1.5) u matričnom elementu za verovatnoću prelaza (1.3) imamo s obzirom na Coulombov potencijal (1.2) sledeći oblik za matrični element

$$\langle b|W|a\rangle=\left[\frac{z^3\mu}{a^3\pi 2V}\right]^{1/2}\int d^3r\,\frac{e^{-i\frac{\hbar\nu}{LR_0^2}(x-x_0)}}{ch\dfrac{\mu}{R_0}(x-x_0-vt)}\,e^{-\frac{z\nu}{q}}\sum_{\alpha=1}^{z}\langle\Psi_0\left|\frac{e^2}{|\vec{r}-\vec{\xi}_\alpha|}\right|\Psi_a\rangle \tag{2.1}$$

Kako je integral po vremenu

$$\int_{-\infty}^{+\infty}dt e^{i\Omega t}\frac{1}{ch\dfrac{\mu}{R_0}(x-x_0-vt)}=\frac{\pi R_0}{\mu v}\,\frac{e^{i\frac{\Omega}{\nu}(x-x\nu)}}{ch\dfrac{\pi\Omega R_0}{2\mu v}} \tag{2.2}$$

To se verovatnoća prelaza može napisati kao

$$B_{a\to b}=\frac{z^3\mu 16\pi^3e^4}{2a^3V\hbar^2}\left(\frac{R_0}{\mu v}\right)^2\frac{1}{ch^2\dfrac{\pi\Omega R_0}{2\mu v}}\times$$

$$\times\left|\sum_{\alpha=1}^{z}\sum_{lm}\frac{1}{2l+1}\langle\Upsilon_b|\xi_\alpha^e Y_e^m(\Omega_{\xi\alpha})|\Upsilon_a\rangle\int d^3re^{i\vec{Q}\vec{r}-\frac{zr}{a}}\frac{1}{r^{l+1}}\overset{*}{\Upsilon}{}_e^m(\Omega)\right|^2 \tag{2.3}$$

gde je

$$\vec{Q}=\vec{e}_1\left(\frac{\Omega}{v}-\frac{\hbar v}{LR_0^2}\right)$$

Kako je $Qa>1$ to se prostorni integral po elektronu može aprosimirati izrazom

$$\int d^3re^{i\vec{Q}\vec{r}-\frac{zr}{a}}\frac{1}{r^{l+1}}\overset{*}{\Upsilon}{}_e^m(\Omega)\cong\frac{a^2}{z^2}4\pi i^l\overset{*}{\Upsilon}{}^m(Q)\frac{Q^e}{(2l+1)}\;!! \tag{2.4}$$

Tako da je verovatnoća prelaza (2.3)

$$B_{a\to b}=\frac{z^3\mu 16\pi^3e^4}{2a^3V\hbar^2}\left(\frac{R_0}{\mu v}\right)^2\frac{1}{ch^2\dfrac{\pi R_0\Omega}{2\mu o}}\frac{1}{(\vec{Q})^4}|M_{a\to b}|_2 \tag{2.5}$$

gde je $M_{a\to b}$ matrični element konverzije elektrona bez učešća γ-kvanta

$$M_{a\to b}=\sum_{a=1}^{z}\frac{4\pi i^e}{(2l+1)!!}\overset{*}{\Upsilon}{}_e^m(Q)\,Q^l\rangle\Upsilon_b|\xi_l^\alpha\Upsilon_e^m(\tilde{\xi}_\alpha)|\Upsilon_b\rangle \tag{2.6}$$

U slučaju da je $Q_\alpha \ll 1$ (2.6) se može aproksimirati izrazom

$$M_{a\to b} \cong \sum_{\alpha=1}^{z} \langle \Psi_b | e^{i-\vec{Q}\vec{\xi}_\alpha} | \Psi_a \rangle \tag{2.7}$$

V je zapremina prostora u kojem je sistem smešten

3. ZAHVAT ELEKTRONA UZ EMISIJU REALNOG FOTONA

Kao što je poznato operator interakcije elektromagnetnog polja i čestica čiji nas spin ne interesuje je oblika

$$W_{\lambda e} = -\frac{e}{mc} \vec{A}(t)\vec{p} + \frac{e^2}{2mc^2} \vec{A}^2(t), \tag{3.1}$$

gde je $\vec{p}$ operator impulsa čestica (elektrona) $\vec{A}(t)$ — vektorski potencijal elektromagnetnog polja, od koga će nas pri absorbovanju jednog γ-kvanta talasnog vektora $\vec{k}$ polarizacije j od strane elektrona, zanimati samo Fourier-ova komponenta

$$\vec{A}^{(-)}_{jk}(r,t) = \left[\frac{2\pi c^2 \hbar}{\omega_k V}\right]^{1/2} \vec{e}_{jk} e^{i\vec{k}\vec{r}} a_{jk}(0)\, e^{-i\omega_k t} \tag{3.2}$$

gde je $\vec{e}_{jk}$ vektor polarizacije elektromagnetnog zračenja, $\omega_k = kC$ — njegova frekvencija, c — brzina svetlosti, $a_{jk}(0)$ anihilacioni operator fotona talasnog vektora $\vec{k}$ i polarizacije j. Amplituda verovatnoće prelaza s učešćem fotona data je izrazom

$$\langle b|W(t)|a\rangle_{\lambda e} = -\frac{1}{c}\langle n_{jk}-1| \int d^3r \vec{A}^{(-)}_{jk}(r,t)\, \vec{J}_{ab} |n_{jk}\rangle \tag{3.3}$$

gde je $\vec{J}_{ba}$ strujna gustina prelaza

$$\vec{J}_{ba} = \frac{e\hbar}{2mi}(\vec{\Phi}_b \vec{\Delta} \Phi_a - \Phi_a \vec{\Delta} \Phi_b^*) - \frac{e^2}{mc^2} \vec{A}^{(-)}_{jk}(r,t)\, \Phi_b^* \Phi_a \tag{3.4}$$

Pošto su drugi termovi izraza (3.1) i (3.4) mnogo manji od prvih to u ocenjivanju verovatnoće prelaza možemo druge članove odbaciti.

Sa $|n_{jk}\rangle$ označili smo stanje n_{jk} fotona (u našem slučaju treba staviti $n_{jk}=1$) tada je:

$$\left| n_{jk}\right\rangle = \frac{(a^+_{jk})^{M_{jk}}}{(n_{jk}!)^{1/2}} \left| 0_{ph}\right\rangle \tag{3.5}$$

stanja ovde znače

$$|\Psi_a\rangle = \sqrt{\frac{z^3}{\pi a^3}}\, e^{-\frac{zr}{a}}\, |\Psi_a\rangle e^{-\frac{i}{\hbar}(E+E_a)t} \tag{3.6a}$$

$$\langle \Phi_b| = \langle \Psi^{(0)}_{sol}|\langle \Psi_b|e^{\frac{i}{\hbar}(\hbar\omega_{sol}+E_b)\,t} \tag{3.6b}$$

Kako je

$$\langle n_{jk}-1\,|\,a_{jk}\,|\,n_{jk}\rangle = \sqrt{n_{jk}} \tag{3.7}$$

$$\vec{A}^{(-)}_{jk}\,\vec{J}_{ba} = \frac{e\hbar}{2mi}\left[\frac{z^3\mu 2\pi c^2\hbar}{\pi a^3 2\omega_k V}\right]^{1/2} a_{jk}(0)\, e^{i\,(\omega_{sol}\,|\,\frac{E_0}{\hbar}-\omega_k)\,t}\times$$

$$\times\left[\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}-\frac{rz}{a}}}{ch\frac{\mu}{R_0}(x-x^0-vt)}\, e^{i\,(\hbar\frac{}{LR_v^2}(x-x_\mu))}\left(-\frac{\vec{r}z}{ra}\vec{\rho}_k+\frac{i\hbar v}{LR_0^2}\vec{e}_1\vec{e}_{jk}+\frac{\mu}{R_0}\vec{e}_1\vec{e}_{jk}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+th\frac{\mu}{R_0}(x-x_0-\nu rt)\right)\right] \tag{3.8}$$

sledi

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt\langle b|W(t)|\,a\rangle e^{i\Omega_k t} = \frac{e\hbar}{2mic}\, e^{-i\vec{Q}\vec{a}}\left[\frac{z^3}{Na^3}\,\frac{\mu 2\pi c^2\hbar n_{jk}}{2\omega_k V^2}\right]^{1/2}\frac{\pi R_0}{\mu v}+$$

$$+\frac{1}{ch\,\frac{\pi\Omega_k R_0}{2\mu\nu}}\int d^3r e^{i\,(\vec{k}+\vec{Q})\vec{r}-\frac{zr}{a}}\left[\frac{z}{a}\frac{\vec{r}}{r}\vec{e}_{jk}+iQ\vec{e}_{lk}\right] \tag{3.9}$$

$$\Omega_k = \omega_{sol}-\omega_k+\frac{E_b-E_a-E_0}{\hbar}$$

* Pri integraciji po koordinatama elektrona s obzirom na odsustvo dimenzionalne norme kod talasne funkcije za soliton (1.5) potrebno je umnožiti integral normirajućim faktorom $\frac{1}{V^{1/2}}$, gde je V zapremina sistema.

Nakon integracije (3.9) i na osnovu izraza za verovatnoću prelaza sledi

$$B^{\lambda e}_{a-a} = \frac{64\hbar\pi^4 e^2 z^5 R_0^2 n_{jk}}{a^5 V^2(\mu v^2\omega_k m^2}\,\frac{(\vec{Q}\vec{e}_{jk})^2}{ch^2\frac{\pi\Omega_k R_0}{2v\mu}\left[\frac{z^2}{a^2}+(\vec{k}+\vec{a})^2\right]^4} \tag{3.10}$$

4. DISKUSIJA I ZAKLJUČCI

Budući da je verovatnoća prelaza u jedinici vremena funkcija vremenskog trenutka zbog prisustva lokalizovane solitonske funkcije $\left(ch\frac{\mu}{R_0}(x-x_0-vt\right)^{-1}$ u analitičkim izrazima za matrične elemente, to smo se prevashodno zani-

mali sumarnom verovatnoćom prelaza za sve trenutke prema formuli (1.3). Prisustvo funkcije

$$\frac{1}{ch^2 \frac{\pi R_0 \Omega}{2\mu v}} \quad \text{i} \quad \frac{1}{ch^2 \frac{\pi R_0 \Omega_k}{2\mu v}}$$

u verovatnoćama (2.5) odnosno (3.10) gde je

$$\Omega = \frac{\hbar\omega_{sol} - E_0 + E_l - E_a}{\hbar}; \qquad \Omega_k = \frac{\hbar(\omega_{sol} - \omega_k) + E_b - E_a - E_o}{\hbar}$$

selektira verovatnoću, tj. daje značajnu vrednost samo za $\Omega \cong 0$; $\Omega_k \cong 0$. S druge strane $\omega_{sol} = \omega_{sol}^{(0)} + \frac{m^* v^2}{2}$ gde je $\hbar\,\omega_{sol}^{(0)}$ energija stojećeg solitona a $\frac{m^* v^2}{2}$ kinetička energija solitona. Kod Davidovljievih solitona postoje ograničenja za brzinu $v \leq v_0$ gde je v_0 brzina longitudinalnog zvuka, ukoliko nema u izgradnji solitona kubnog anharmonizma kod fonona [10]. Na taj način prelazi su verovatni za $\Delta E = E_b - E_a \cong E_0$ ω_{sol} samo za vrlo niskoenergetsku konverziju. Moguće je da bi konverzioni elektroni zbog selektivnosti zahvata bili povoljni za proveru egzistencije solitonskih stanja kod molekularnih kristala.

REFERENCES

[1]. S. M. Dacoff, P. Morrison. Phys. Rev. 55, 122 (1939)
[2]. H. Hulme. Proc. Roy. Soc. A 138, 643 (1932)
[3]. V. B. Berestecky. Soviet Phyas. JETP 17, 12 (1957)
[4]. A. S. Davydov. Soviet Phys. JETP 10, 862 (1940)
[5]. N. Tralli, G. Goertzel. Phys. Rev. 83, 399 (1951)
[6]. A. S. Davydov, N. T. Kislukha. Soviet Phys. JETP 71, 1090 (1976)
[7]. A. S. Davydov. Solitons in the Molecular Systems Kiev 1984 (in Russian)
[8]. E. H. Ehrenreich and H. R. Phillipp. Phys. Rev. 128 1622 (1962)
[9]. R. E. Burge and G. H. Smith. Proc. Phys. Soc. 79, 673 (1962)
[10]. A. S. Davydov. Soviet Phys. Theor. Math. Phys. 40, 408 (1979)

Rezyme

Në këtë punim është logaritur shprehja për probabilitet të kapjes së elektronit konverziv me energji të ultë nga ana e solitoneve të Davidovit prej atomit, i cili është i goditur në nyjen e kristalit molekular njëdimenzional. I kemi analizuar vetëm rastet me dhe pa pjesmarrjem e γ-kuanteve.

AUGER EFFECT IN THE PROCESSES WITH PARTICIPATION OF DAVIDOV'S SOLITONS

R. Žakula, H. Ajazaj, Z. Shemsidini and *B. Stepančić*

Summary

We have calculated the expression for capture probability of low energetic conersion electrons by Davidov's solitons from atom which is attached on the site of onedimensional molecular cristal. The investigation are performed with and without participation of gamma quanta.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (199 — 207)

ZAHVAT KONVERZIONOG ELEKTRONA SOLITONOM S ATOMA KOJI JE ATAŠIRAN NA MOLEKULARNI LANAC

R. B. Žakula, B. Stepančić, H. Ajazaj i Z. Shemsidini

Abstract

U radu se proračunava izraz za verovatnoću prelaza u jedinici vremena zahvata niskoenergetskog konverzionog elektrona solitonom koji je procesom Auger izbaćen s K-ljuske atoma ataširanog na molekularni lanac. Proučava se 0→0 prelaz.

UVOD

Poznato je da je Auger-efekt preuređenje elektronske ljuske praćeno izbacivanjem elektsona iz omotača atoma i da su moguće dve alternative:

1. Proces se realizuje uz učešće γ-kvanta koji emituje jezgro.

2. Predaje pobuđenja elektronu od strane jezgra se realizuje u odsustvu svakog zračenja t.j. kada je transfer ostvaren s nultim momentom (0→0 prelaz).

Ovim problemima posvećeno je dosta radova. Svi se odlikuju ovom ili onom aproksimacijom stanja elektrona u tomu [1—5].

Ovde razmatramo specijalan slučaj kada je posmatrani atom ataširan na molekularni lanac koji poseduje lokalizovani vid pobuđenja solitona [6—7]. Solitoni obrazuju za elektrone potencijalnu jamu za koju se elektroni radije vežu nego što odlaze u slobodni prostor. Taj proces zahvata elektrona kristalnim pobuđenjem nije tako redak ako su pobuđenja nelokalizovana [8—9]. Od interesa je da ocenimo verovatnoće perlaza elektrona s K-ljuske atoma na Davidovljev soliton u odsustvu γ-kvanta koji predstavlja tipičan Auger--efekat.

1. KONVERZIJA BEZ UČEŠĆA γ—KVANTA

U elementarnoj teoriji, stanje $1S$ elektrona na K. ljusci atoma sa Z — protona može se opisati talasnom funkcijom

$$\varphi_a(\vec{r}) = \left[\frac{\bar{Z}^3}{\pi a^3}\right]^{1/2} e^{-\frac{\bar{Z}r}{a}} \tag{1.1}$$

gde je $a = \frac{\hbar^2}{me^2}$ Bohrov radijus. Ako dužina talasa koji odgovara pobuđenju atomskog jezgra znatno prevazilazi $a/\bar{Z}$ onda se mogu zanemariti retardacioni efekti i interakcija se može napisati u obliku

$$W = \sum_{\alpha=1}^{\bar{Z}} \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{\xi}_\alpha|} \tag{1.2}$$

gde je $\vec{r}$ — radijus vektor elektrona a $\vec{\xi}_\alpha$ — protona α u jezgru. Operator spina nismo uključili za sada jer nas ne zanimaju magnetni prelazi. Inicijalno stanje jezgra neka je $|\psi_a\rangle$ bez detaljnijih specifikacija. Finalno stanje elektrona kad ne bi bilo molekularnog lanca, imalo bi oblik ravnog talasa $e^{-i\vec{k}\vec{r}}$ gde je $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ (m — masa elektrona, E — energija slobodnog elektrona). Međutim, uhvaćen solitonom, elektron poistovećuje se sa njegovim stanjem $\langle\psi_{sol}(z, t)|$, gde je z ovde koordinata z-ose u kojoj leži molekularni lanac, t-uobičajena oznaka za vreme. Sa $\langle\psi_b|$ obeležićemo finalno stanje jezgra opet bez detaljnih specifikacija.

Verovatnoća prelaza u jedinici vremena se određuje prema poznatoj formuli

$$\frac{\partial W_{a\to b}}{\partial t} = \frac{2}{\hbar^2} Re\left[\int_0^\infty e^{-\varepsilon\tau} \langle b|W(t-\tau)|a\rangle^* \langle b|W(t)|a\rangle e^{i\Omega\tau} d\tau\right] \tag{1.3}$$

gde je

$$\Omega = \omega_{sol} + \frac{E_b - E_a - E_0}{\hbar} \tag{1.4}$$

frekvencija prelaza, ω_{sol} — odgovara energiji solitona. E_a, E_b inicijalna i finalna energija jezgra, E_0 — energija elektrona na K-ljusci, ε— mali parametar koga treba na kraju računa pustiti nuli $\varepsilon \to 0$. Konkretni vid solitonskog stanja $\psi_{sol}(z, t)$ može se napisati u obliku

$$\psi_{sol}(z, t) = \sqrt{\frac{\mu}{R_0\pi}} \frac{\exp\left\{i\left[\frac{\hbar\nu}{LR_0}(z - z_0) - \omega_{sol}t\right]\right\}}{ch\frac{\mu}{R_0}(z - z_0 - vt)} \tag{1.5}$$

i predstavlja singularno rešenje poznate Schrodingerove jednačine s kubnom nelinearnošću

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=(\Delta-L)\psi-G|\psi|^2\psi+\frac{R_0^2L}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \tag{1.6}$$

gde su energetski parametri oblika

$$G=\frac{4R_0^2\chi^2}{Mv_0^2\left(1-\dfrac{v^2}{v_0^2}\right)} \tag{1.6a}$$

i

$$\mu=\frac{G}{2L} \tag{1.6b}$$

$$\hbar\omega_{sol}=\Delta-L+\frac{\hbar^2v^2}{2LR_0^2}-\frac{G}{8L} \tag{1.6c}$$

Molekularni lanac kao jednodimenzionalni kristal opisuje se s Hamiltonijanom

$$H=H_{ex}+H_{ph}+H_{ex-ph} \tag{1.7}$$

gde je

$$H_{ex}=\Delta\sum_n B_n^+B_n-\frac{L}{2}\sum_n B_n^+(B_{n-1}+B_{n+1}) \tag{1.8}$$

predstavlja elektronski hamiltonijan u Bose seprezentaciji sa nužnim kinematičkim i dinamičkim interakcijama na širem opsegu temperature $\Delta\sim 1eV$, $L\sim 10^{-3}$ eV.

$$H_{ph}=\sum_n\left[\frac{p_n^2}{2M}+\frac{K}{4}(u_n-u_{n-1})^2\right] \tag{1.9}$$

predstavlja hamiltonijan oscilovanja rešetke molekularnog lanca. u_n, p_n su pomeraj čvora n i njemu kanonski pridruženi impuls, K — predstavlja konstantu elastičnosti rešetke.

$$H_{ex-ph}=\chi\sum_n B_n^+B\,(U_{n-1}+U_{n+1}) \tag{1.10}$$

je hamiltonijan eksiton-fononske interakcije sa konstantnom eksiton-fononskog vezanja χ. U izrazima (1.6a) — (1.6c) v-predstavlja brzinu solitona dok v_0 — brzinu longitudinalnog zvuka. R_0 — konstanta kristalne rešetke.

2. PRORAČUN MATRIČNOG ELEMENTA

Pošto je

$$|a\rangle=|\psi_a\rangle|\varphi_a\rangle \tag{2.1a}$$

$$\langle b|=\langle\psi_b|\langle\Psi_{sol}| \tag{2.1b}$$

to je s obzirom na Coulombski vid interakcije (1.2) matrični element

$$\langle b|W(t)|a\rangle=\left[\frac{\bar{Z}^3\mu}{2\pi a^3 V}\right]^{1/2}\int d^3r\frac{\exp\left\{-\frac{i\hbar v}{LR_0^2}(z-z_0)-\frac{\bar{Z}}{a}r\right\}}{ch\frac{\mu}{R_0}(z-z_0-vt)}$$

$$\langle\psi b|\sum_{\alpha=1}^{\bar{z}}\frac{e^2}{|\vec{r}-\vec{\xi}_\alpha|}|\psi_a\rangle \tag{2.2}$$

Ako uvedemo aproksimaciju

$$\frac{1}{ch\frac{\mu}{R_0}(z-z_0-vt)}=\frac{1}{ch\frac{\mu z}{R_0}ch(z_0+vt)\frac{\mu}{R_0}\left[1-th\frac{\mu z}{R_0}th(z_0+vt)\frac{\mu}{R_0}\right]}\cong$$

$$\cong\frac{1}{ch\frac{\mu z}{R_0}\,ch\frac{\mu}{R_0}(z_0+vt)} \tag{2.3}$$

jer je proizvod $th\frac{\mu z}{R_0}th(z_0+vt)\frac{\mu}{R_0}\leq 1$

Ako uvedemo oznake

$$\vec{A}=\frac{\mu}{R_0}\vec{e}_3; \qquad \frac{\hbar v}{LR_0^2}\vec{e}_3=\vec{Q}$$

i razvijamo izraze u multipolne razvoje:

$$\frac{1}{ch\vec{A}\,\vec{r}}=\sum_{n,l',m'}\frac{E_{2n}A^{2n}r^{2n}}{(2n-l')!!(2n+e'+1)!!}\overset{*}{Y}{}_{e'}^{m'}(\Omega)_A Y_e^{u}(\Omega) \tag{2.3a}$$

$$e^{-i\vec{Q}\vec{r}}=\sum_e\sqrt{4\pi(2l+1)}\,i^{-e}J_e(Qr)Y_e^0(\Omega) \tag{2.3b}$$

$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{\xi}_a|}=\sum_{LM}\frac{4\pi}{2L+1}\frac{\xi_a^L}{r^{L+1}}Y_L^M(\Omega_\zeta)\overset{*}{Y}{}_L^M(\Omega) \tag{2.3c}$$

dobijamo za matrični element

$$\langle b|W|a\rangle=4\pi^{3/2}e^2\left[\frac{\bar{Z}\mu}{a^3VQ}\right]^{1/2}\sum_{Lnel'a}^{\bar{z}}M_a(L)B(2nel'L)I_L^{ne}i^{-e}\frac{e^{iQz_0}}{ch\frac{\mu}{R^0}(z_0+vt)} \tag{2.4}$$

gde je nuklearni matrični element

$$M_a(L)=\langle\psi_b|\xi_a^L Y_L^0(\Omega_\xi)|\psi_a\rangle \tag{2.5}$$

geometrijski faktor

$$B(2n,ll',L)=\frac{E_{2n}A^{2n}(2l+1)(2l'+1)}{(2L+1)^{3/2}(2n-l')!!(2n+l'+1)!!}[C^{L0}_{l0\,l'0}]^2 \qquad (2.6)$$

a radijalni integral

$$I^{nl}_L=\int_0^\infty dr\, r^{2n-L+1/2}J_{l+1/2}(Qr)\,e^{-\frac{\bar{z}r}{a}}=$$

$$=\left(\frac{Qa}{2\bar{Z}}\right)^{l+\frac{1}{2}}\left(\frac{a}{\bar{z}}\right)^{2n+\frac{3}{2}-L}\frac{\Gamma(2n+l-L+2)}{\Gamma\left(l+\frac{3}{2}\right)}\,{}_2F_1\left(\frac{2n+l-L+2}{2};\ \frac{l+2n-L+3}{2};\right.$$

$$\left. l+\frac{3}{2};\ -\left(\frac{Qa}{\bar{Z}}\right)^2\right) \qquad (2.7)$$

Sa E_{2n} smo označili Eulerove brojeve ($E_0=1$, $E_2=-1\ldots E_{2p+1}=0$). $C^{L0}_{l0l'0}$ – predstavlja Clebcsh-Gordan-ov koeficijent sa nultim vrednostima magnetnog kvantnog broja. V je zapremina posmatranog sisema. Na isti način razvijamo i matrični element $\langle b|W(t-\tau)|a\rangle^*$ pri čemu usvajamo aproksimaciju

$$\frac{1}{ch\frac{\mu}{R_0}[Z-Z_0-v(t-\tau)]}\cong$$

$$\cong\frac{1}{ch\frac{\vec{\mu r}}{R_0}\,ch\frac{\mu}{R_0}(z_0+vt)ch\frac{\mu v\tau}{R_0}}\left[1-th\frac{\mu}{R_0}(zo+vt)th\frac{\mu v\tau}{R_0}\right] \qquad (2.8)$$

tako da je

$$\langle b|W(t-\tau)|a\rangle^*\cong\frac{1}{ch\frac{\mu v\tau}{R_0}}\left[1-th\frac{\mu}{R_0}(z_0+vt)th\frac{\mu v\tau}{R_0}\right]\langle b|W(t)|a\rangle^* \qquad (2.9)$$

Na taj način možemo naći izraz za verovatnoću prelaza u jedinici vremena ako (2.9) stavimo u (1.3)

$$\frac{\partial W_{a\to b}}{\partial t}=\frac{2}{\hbar^2}|\langle b|W(t)|a\rangle|^2\,Re\int_0^\infty d\tau e^{-\varepsilon\tau+i\Omega\tau}\frac{1}{ch\frac{\mu v\tau}{R_0}}\left[1-th\frac{\mu v\tau}{R_0}th\frac{\mu}{R_0}(z_0+vt)\right] \qquad (2.10)$$

Odnosno pošto je realni deo integrala po vremenu

$$Re\int_0^\infty d\tau e^{-\varepsilon\tau+i\Omega\tau}\frac{1}{ch\frac{\mu v\tau}{R_0}}\left[1-th\frac{\mu v\tau}{R_0}th\frac{\mu}{R_0}(z_0+vt)\right]=F\left(\frac{\pi R_0\Omega}{2\mu\nu}\right)=$$

$$=\frac{\pi R_0}{2\mu v}\left\{\frac{1}{ch\frac{\pi R_0\Omega}{2\mu v}}-\frac{4}{\pi}\sum_{p=0}^{\infty}(-1)^p\left(\frac{\Omega R_0}{4\mu v}\right)^{2p+1}\times\left[\zeta\left(2p+1,\frac{1}{4}\right)-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\zeta\left(2p+1,\frac{3}{4}\right)\right]th\frac{\mu}{R_0}(Z_0+vt)\right\} \tag{2.11}$$

gde je $\zeta(a, b)$ nepotpuna Rimanova ζ-funkcija. Kako je

$$|\langle b|W(t)|a\rangle|^2=\frac{16\pi^3 e^4\bar{Z}^3\mu}{a^3QV}\frac{1}{ch^2\frac{\mu}{R_0}(Z_0+vt)}\times$$

$$\times\left|\sum_{\alpha=1}^{\bar{Z}}\sum_{Lnll'}M_a(L)\,B(2nll'L)\,i^{-l}\,I_L^{nl}\right|^2 \tag{2.12}$$

za verovatnoću prelaza dobijamo

$$\frac{\partial W_{a\to b}}{\partial t}=\frac{32\pi^3e^4\bar{Z}^3\mu}{a^3VQ\hbar^2}F\left(\frac{\pi R_0\Omega}{2\mu v}\right)\frac{1}{ch^2\frac{\mu}{R_0}(Z_0+vt)}\left|\sum_{\alpha=1}^{\bar{Z}}\sum_{Lnll'}M_aBi^{-l}\,I_L^{nl}\right|^2 \tag{2.13}$$

Verovatnoću (2.13) treba pomnožiti sa gustinom konačnih stanja. Ovde broj konačnih stanja predstavlja broj klastera po jedinici dužine. A ovo određujemo pomoću statističke sume [10] [11]

$$Z_k=\sum_{N_K\geqslant 0}^{\infty}e^{-\frac{\tilde{\mu}N_K}{\Theta}}L_{N_K} \tag{2.14}$$

velikog kanonskog ansambla za gas kvazičestica- skupina solitona. Ovde je $\tilde{\mu}$ hemijski potencijal i za solitone je nula.

$$L_{N_K}=\frac{1}{N_K!}\left[\int_{-\infty}^{+\infty}d\nu_1\int_{-l_0/2}^{l_0/2}dz_{01}\frac{1}{D}\cdots\int_{-\infty}^{+\infty}d\nu_{N_K}\int_{-l_0/2}^{l_0/2}\frac{dz_0}{D}N_K e^{-\frac{N_K}{\Theta}E^{(0)}}e^{-\frac{m^*}{\Theta}(v^2_1+\ldots,v^2_N)}\right. \tag{2.15}$$

tako da je

$$Z_K=\exp\left\{l\left(\frac{2\pi\theta}{m^*D^2}\right)^{1/2}e^{\frac{\mu-E^{(0)}}{\Theta}}\right. \tag{2.16}$$

broj klastera po jedinici dužine je

$$\bar{n}_K=\frac{\bar{N}_K}{l_0}=\frac{\theta}{l_0}\frac{\partial}{\partial\mu}\ln Z_K=\left(\frac{2\pi\theta}{m^*D^2}\right)^{1/2}e^{-\frac{E^{(0)}}{\Theta}} \tag{2.17}$$

Ovde je energija solitona $E=\hbar\omega_{sol}=E^{(0)}+\frac{m^*v^2}{2}$; masa solitona $m^*=m_{ex}+$

$+\frac{4\chi^4 M}{3\varkappa^2 L R_2^0}$, m_{ex} — masa eksitona. Tako da je broj klastera na intervalu dz_0

$$dn_K = \bar{n}_K dz_0 = \left(\frac{2\pi\theta}{m^*}\right)^{1/2} \frac{1}{D} e^{-\frac{E(0)}{\Theta}} dZ_0 \tag{2.18}$$

Ako sumiramo verovatnoću po svim položajima z_0, imamo:

$$\left\langle \frac{\partial W_{a\to b}}{\partial t} \right\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} dz_0 \bar{n}_K \frac{\partial W_{a\to b}}{\partial t} =$$

$$= \frac{32\pi^4 R_0^2 e^4 \bar{Z}^3}{a^3 V Q \hbar^2 \mu v} \frac{1}{ch \frac{\pi R_0 \Omega}{2\mu v}} \left(\frac{2\pi\theta}{m^*}\right)^{1/2} \frac{1}{D} e^{-\frac{E(0)}{\Theta}} \times$$

$$\times \left| \sum_{\alpha=1}^{\bar{z}} \sum_{nL\iota\iota'} M_\alpha(L)\, B\,(2nll'L)\, i^{-l}\, I_L^{ne} \right|^2 \tag{2.19}$$

gde je

$$D = l_0 e^{\frac{E_0}{\Theta}} \sqrt{\frac{2\pi\theta}{m^*}};\quad l_0 = \sqrt[3]{V} = \sqrt[3]{N R_0^3} = R_0 N^{1/3}$$

Odnosno

$$\left\langle \frac{\partial W_{a\to b}}{\partial t} = \right\rangle \frac{32\pi^4 R_0^4 e^4 \bar{Z}^3 L}{a^3 V \hbar^3 \mu \nu^2} \left(\frac{2\pi\theta}{m^*}\right)^{1/2} \frac{1}{D} e^{-\frac{E(_0)}{\Theta}} \times$$

$$\times \frac{1}{ch \frac{\pi R_0 \Omega}{2\mu\nu}} \left| \sum_{\alpha=1}^{\bar{z}} \sum_{nK\iota\iota'} M_\alpha\,(L) B(2nll'\,L)\, i^{-l}\, I_L^{ne} \right|^2 \tag{2.20}$$

$$\Omega = \omega_{sol} + \frac{E_b - E_a - E_0}{\hbar}$$

3. ZAKLJUČAKI I DISKUSIJA

U slučaju kada posmatramo pobuđeno jezgro koje nije ataširano na molekularni lanac na kome ima solitona, verovatnoću prelaza elektrona u slobodni prostor sa energijom $E = \frac{mv^2}{2}$ izračunavamo prema obrazcu

$$\frac{\partial W_{a\to b}}{\partial t} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle b|W|a\rangle|^2 \rho_b \tag{3.1}$$

tj.

$$\frac{\partial W_{a\to b}}{\partial t} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{16 e^4 \pi a}{\bar{Z}} \frac{4\pi m^2 v}{(2\pi\hbar)^3} \delta\left(E_0 - E_a - E_b - \frac{mv^2}{2}\right) \times$$

$$\times\left|\sum_{\alpha=1}^{\bar{z}}\sum_{l}\frac{i^{-l}\left(\frac{ka}{2\bar{z}}\right)^{l}}{(2l+1)^{1/2}\,\Gamma(l+3/2)}\langle\Psi_b|\left(\frac{\bar{z}\bar{\xi}_\alpha}{a}\right)^{l}Y_e^0(\Omega_{\xi_\alpha})|M_a\rangle F\times\right.$$

$$\left.\times\left(1;\frac{3}{2};l+\frac{3}{2};-\frac{k^2a^2}{z^2}\right)\right|^2 \qquad (3.2)$$

gde smo sa $\rho_b=\frac{4\pi m^2 V\nu}{(2\pi\hbar)^3}$ obeležili gustinu konačnih stanja dok je

$F\left(1;\frac{3}{2};l+\frac{3}{2};-\frac{k^2a^2}{\bar{z}^2}\right)$ — hipergeometrijska funkcija. Da bismo mogli porediti (3.2) i (2.13) tj. verovatnoće u jedinici vremena za slučaj zahvata elektrona solitonom i verovatnoće prelaska elektrona u slobodni prostor obrazujemo odos verovatnoća

$$\eta=\frac{\frac{\langle\partial W_{a\to b}\rangle}{\partial t}_{sol}}{\frac{\partial W_{a\to b}}{\partial t}}\cong\frac{4\pi^4R_0^4L\bar{z}\hbar}{Vv^3am^2}\,\frac{1}{ch\frac{\pi R_0\Omega}{2\mu v}}\leq\frac{10^{-7}}{v^3}\,\frac{1}{ch\frac{\pi R_0\Omega}{2\mu v}}\,[\mathrm{CGS}] \qquad (3.3)$$

Ovaj odnos je vrlo mali, sem u slučaju vrlo malih brzina bilo solitona bilo slobodnog elektrona ($V\cong NR_0^3$, N — Avogadrov broj). Očevidno da $ch^{-1}\frac{\pi R_0\Omega}{2\mu v}$ ima, kao funkcija, visoka selektivna svojstva i najpovoljnija je za η kad je $\Omega=0$. Iz toga sledi da bi solitoni niske brzine mogli, možda metodama mjerenja intenziteta konverzije $0\to0$ prelaza atoma slobodnog, odnosno ataširanog na molekularni lanac, registrovati razlike koje bi govorile u pr log egzistencije Davidovljevih solitona.

LITERATURA

[1]. S. M. Dancoff, P. Morrison, Phzs. rev. 55, 122 (1939)
[2]. H. Hulme, Proc. Roy. Soc. A 138, 643 (1932)
[3]. B. B. Berestrecky, Sov. Phys. JETP 17, 12 (1957)
]4]. A. S. Davidov, Sov. Phys. JETP 10, 862 (1840)
[5]. N. Tralli, G. Goertzel. Phys. Rev. 83, 339 (1951)
[6]. A. S. Davidov i N. T. Kislukha, Sov. Phys. JETP 71, 1090 (1976)
[7]. A. S. Davidov, Solitoni u molekularnim sistemima, Kiev 1984)na Ruskom jeziku)
[8]. E. H. Ehrenrich i H. R. Philipp, Phys. Rev. 128, 1622 (1962)
[9]. R. E. Burge i G. H. Smith, Proc. Phys. Soc. (London) 79, 673 (1972)
[10]. J. A. Krumhansl i J. R. Schriffer, Phys. Rev. B 64, 3392—3403 (1976)
[11]. G. F. Cusrie, J. A. Krumhansl, A. R. Bishop i S. E. Trullinger, Phys, Rev. B 22, 477—496 (1980).

KAPJA E ELEKTRONIT KONVERZUES ME ANË TË SOLITONIT NGA ATOMI I CILI ËSHTË I ATAKUAR NË ZINGJIRIN MOLEKULAR

R. B. Žakula, B. Stepančić, H. Ajazaj adhe Z. Shemsidini

Rezyme

Në këtë punim është logaritur shprehja e probabilitetit të kalimit në njësinë e kohës (probabiliteti i kalimit në njësinë e kohës) të kapjes së elektronit konverzues me energji më të vogël se solitoni. Elektroni është i larguar nga shtresa K-të e atomit që gjendet në zingjirin molekular me anë të procesit Ozhe (Auger). Janë hulumtuar kalimet $0 \rightarrow 0$.

THE CAPTURE OF CONVERSION ELECTRON BY SOLITON FROM AN ATOM WHICH IS ATTACHED IN THE MOLECULAR CHAIN

R. B. Žakula, B. Stepančić, H. Ajazaj dhe Z. Shemsidini

Summary

In this paper we have calculated the expression for captered probability per unit time in the low energetic conversion electron by soliton which is ejected by the Auger process from K-atomic shell which is attached in the molecular chain. Here we have insvestigate $0 \rightarrow 0$ transition.

BIOLOGJI — BIJOLOGIJA

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (211 — 219)

FAUNA PLECOPTERA (INSECTA) PRIZRENSKE BISTRICE

Esad Dauti

Abstracts

Faunistička obrada PLECOPTERA u ovom radu zasniva se na rezultatima određivanja materijala odraslih i larvenih oblika prikupljenih pretežno od marta 1977. godine do decembra 1978. godine u odabranim postajama Prizrenske Bistrice. U sistematskom pregledu su pored nalaza vrsta u postajama Prizrenske Bistrice naznačeni i podaci o zoogeografskom rasprostranjennju nađenih taksona prema I 1 L i e s-u (1966), a samo za neke vrste su upotrebljeni najnovim navodima u literaturi. Pokušalo se komentarisati rasprostranjenje pojedinih vrsta u našoj zemlji.

UVOD

U većem broju radova u kojima je studirano naselje tekući a u našoj zemlji, proučene su i Plecoptera kao deo faune dna.

U literaturi su oskudni podaci koji se odnose na faunu ovog reda insekata kod nas. Prvi radovi datiraju krajem XIX i početkom XX veka. To su radovi Klapalek (1898, 1901 i 1905), a zatim radovi Pongracz-a (1913, 1914), te Šmal (1935) i drugi.

U poslednje vreme intenzivnije se obrađuje fauna Plecoptera kod nas. Na ovom je radilo više autora: Živojinović (1950), Filipović (1954, 1968), Raušer (1956, 1957, 1963, 1964, 1965), Ikonomov (1969, 1970, 1971, 1973, 1974, 1975, 1975, 1976, 1977, 1978), Kaćanski (1970, 1971a, 1971b, i 1975), Dauti (1977, 1981).

Prvi podaci o nalazu Plecoptera u Socijalističkoj Autonomnoj Pokrajini Kosova potiču od Ikonomova (1973), a zasnivaju se na materijalu koji je bio sakupljen na Šar planini u gornjem toku reke Lepenac. Za vode sliva Prizrenske Bistrice možemo slobodno kazati da su sa biološkog gledišta slabo istra-

živane, jer nema još nijedna studija koja je posvećena Plekopterama ovog sliva.

METODE RADA I MATERIJAL

Za izradu ovog rada je korišćen obiman materijal koji je sakupljen u vremenu od marta 1977 godine do decembra 1978 godine. Ukupno je obavljeno 21 terenski izlazak na prikupljanju kvalitativnih proba oblika imaga i kvantitativnih proba preimaginalnih stad a.

Uzorci su uzimani na ukupno pet (5) postaja i to: prva postaja na nadmorskoj visini od 2360 m, odnosno koji metar ispod jer je sam izvor podgrađen česmom. Podloga je kamenita, vodena vegetacija je slabo razvijena. Nešto dalje izdižu se vrhovi planina Bistri (2640 m) i Crni vrh (2584 m). Voda je u ovoj postaji uvek bistra.

Iznad Gornjeg sela na nadmorskoj visini 950 m. je postavljena druga postaja. Dno je kamenito s nešto vodene vegetacije. Dubina je oko 0,5 m. Količina vode oscilira u toku godine i u mnogome zavisi od padavina U ovom mestu Prizrenska Bistrica prima više manjih potoka.

Ispod sela Sredska nalazi se treća postaja. Ovde je dno reke pokriveno šljunkom i kamenjem. Mesto je delimično zasenjeno brdom. Posle ulaska Ljubinske reke u Prizrensku Bistricu je (4) postaja i u ovoj postaji podloga je šljunkovita sa krupnim kamenim gromadama, širina reke je do 10 metara a dubina i do jednog metra. Poslednja (5) postaja u Prizrenskoj Bistrici je 2,5 km. uzvodno od grada na mestu zvanom Krk Bunar.

Analizu prikupljenog materijala vršio sam u laboratoriju Instituta za biologiju PMF-a u Prištini. Pomoću binokularnog stereoskopa i determinatora vršio sam determinaciju vrsta. Veći deo ličinačkog materiala determinisan je u Biološkom institutu u Sofiji kod doc. dr. Ruseva. Jedan deo determinacije adultnih oblika koje su bile diskutabilne obavljen je u laboatoriji za zoologiju Fakultetu za prirodne nauke u Leipzig-u kod Prof. W. Joost-a, gde je izvršeno upoređivanje sa koleksijama.

REZULTATI I DISKUSIJA

U našim istraživanjima u svim lokalitetima je konstatovano ukupno 23 vrsta Plecoptera. Ove vrste su svrstane po Joachim Illies-u u 12 rodova i 7 porodica.

Porodica Taeniopterygidae KLAPALEK, 1905.

Rod Brachyptera New port, 1851.

Brachyptera seticoris Klapalek (1902)

Rasprostranjenost: Srednja i Južna Evropa.

Do sada je zabeležena na većem broju lokaliteta u širem području Jugoslavije i često dostiže znatnu gustinu populacije.

Ovu vrstu za Makedoniju navodi Ikonomov (1967, 1970, 1971, 1972, 1973, 1972, 1975, 1976, 1977, 1978). U Srbiju FILIPOVIĆ (1769), a u

području Bosne i Hercegovine AUBERT (1963), KAĆANSKI (1970, 1971a i 1973).

U toku ovih ispitivanja B. seticornis je ustanovljena na svim postajama. Vreme izletanja odraslih oblika ove vrste je od marta do jula

Brachyptera risi (MORTON, 1896)

Rasprostranjenost: Evropa

Prema podacima iz literature u našoj zemlji poznata u Srbiji, na Zlatiboru i Bistrica N. Varoš (Kaćanski 1975), za Makedoniju navodi IKONOMOV (1776 i 1778). Nađena je samo u postaji 1, 2, 3. Adultni oblici pojavljuju se od III do VI meseca.

PORODICA Leuctridae KLAPALEK, 1905

Rod Leuctra STEPHENS, 1835

Leuctra nigra (OLIVIER, 1811)

Ova vrsta široko je rasprostranjena u Evropi.

Nalaz ove vrste u Jugoslaviji poznat je na više lokaliteta. Za Bosnu i Hercegovinu navodi je KAĆANSKI (1970, 1971a, 1973), a za Makedoniju IKONOMOV (1975). U ispitivanom području sakupljen je veliki broj larvi ove vrste na lokalitetima 1, 2, 3 i 4. Pokazuje dosta širok raspon vertikalnog rasprostranjenja i naseljava pojas od 500 do 2150 m. nadmorske visine.

Leuctra inermis KEMPNY, 1899

Rasprostranjenost: Evropa.

Prema objavljenim podacima u našoj zemlji se navodi nalaz ove vrste u gornjem toku reke Poljanske Miljacke KACANSKI (1971a), za područje Makedonije navodi IKONOMOV (1977).

U toku ovih ispitivanja ustanovljena je u postajama (1, 2, 3, 2), u zoni između 500 i 2150 m. nadmorske visine. Izletanje odraslih oblika je primećeno od IV-VI meseca.

Leuctra sp.

Nije mogla biti određena i pretpostavlja se da je u pitanju nalaz nove vrste. Međutim, kako je materijal nepotpun adultnim primercima identifikacija ove vrste ostaje kao otvoren problem. Za identifikaciju odnosno ustanovljavanja nalaza, nove vrste neophodno je prikupiti bogatiji dopunski materijal i izvršiti odgovarajuće upoređenja i provere.

U toku ovih ispitivanja Leuctra sp. ustanovljena je na lokalitetima br. 324 i 5. Vreme izletanja ove vrste je registrovano od II—V meseca.

Capnia vidua KLAPALEK, 1904.

Capnia vidua KLAPALEK, 1704.

Rasprostranjenost: Centralna Evropa, Engleska, Island i Sibir.

U Jugoslaviji je ustanovljena na više lokaliteta. Nalaz ove vrste navodi za Bosnu i Hercegovinu (KREK i Co 1976), kao i za Makedoniju (IKONOMOV, 1776, 1977).

Sakupljen je veliki broj odraslih i larvenih jedinki ove vrste na postajama br. 2 i 3. Vreme izletanja adultnih oblika je primećeno u II do VII meseca.

PORODICA NEMOURIDAE NEWMAN, 1853.

Amphinemura sulcicollis (STEPHENS, 1835).

Vrsta je raspsostranjena u zapadnoj srednjoj Evropi.

Prema do sada objavljenim podacima u našoj zemlji se navodi nalaz ove vrste u reci Bistrica — Nova Varoš KAĆANSKI (1775) i KREK (1776 područje Bosne i Hercegovine.

U lokalitetima koje smo ovom prilikom ispitivali konstatovano je samo u postaji br. 2 i 3. Adultni oblici se javljaju u V do IX mesecu.

Nemoura marginata PICTET, 1836.

Vrsta je rasprostranjena u Centralnoj Evropi.

U Jugoslaviji je do sada zabeležena u Bosni i Hercegovini i Srbiji i to u tekućicama na području Dinarida KAĆANSKI (1770, 1771a, 1773, 1775). U toku ovih ispitivanja na području Prizrenske Bistrice N. marginata nađena je samo u lokalitetima 2, 3 i 2. Izletanje adultnih oblika je primećeno u III, IV i VI mesecu.

Nemoura sp.

I ova vrsta nije određena zbog nedovoljnog broja adultnih oblika. Predpostavlja se da je u pitanju nova vrsta.

U toku ovih ispitivanja Nemoura sp. ustanovljena je na lokalitetima (2, 3, 2 i 5). Malobrojni adultni oblici se javljaju u V—VII mesecu.

Protonemura autumnalis RAUŠER, 1757.

Rasprostranjenost je istočni deo srednje Evrope, Balkan, Beskidi, Tatra (Čehoslovačka i Poljska).

Nađena je i u području dinarida u Bosni i Hercegovini kao i na Zlatiboru u Srbiji, (KAĆANSKI, 1770, 1771a, 1773, 1775).

Ova vrsta je nalažena u larvenom i adultnom stadiji samo u drugoj postaji Prizrenske Bistrice. Izletanja imaga u IX, X i XI mesecu.

Protonemura sp.

Nađena je samo u postaji 2 i 3 koje pripadaju Jadranskom slivu i to gornjem toku Prizrenske Bistri.e. U pitanju je nalaz nove vrste i biće predmet posebnog rada.

Perla marginata PANZER, 1779.

Rasprostranjenost je južna i srednja Evropa, Azija i severni deo Afrike.

Kod nas u Jugoslaviji nađena je na više lokaliteta. Za područje Dinarida KAĆANSKI (1970, 1971a, 1973), na Kopaoniku FILIPOVIĆ (1960) područje Srbije KAĆANSKI (1975, IKONOMOV (1972, 1973, 1975, 1977, 1978), ovu vrstu navodi za Makedoniju.

Ova vrsta je nalažena u larvenom i adultnom stadiju sa više primeraka u lokalitetima: 2, 3, 4, 5. Adultni oblici masovno se pojavljuju u V, VI i VII mesecu.

Perla bipunctata PICTET, 1833.

Rasprostranjenost ove vrste je Centralna Evropa, Severna Afrika i Jugoslavija.

Kod nas je prvi put nađena u području Bosne i Hercegovine ZW ICK (1973). Vrsta P. bipunctata je bila prisutna samo na postajama br. 2, 3 i 4 (Prizrenske Bistrice), sa više primeraka larvenih i adultnih oblika. Adultni oblici su hvatani u IV, V, VI, i VII mesecu.

Dinocras megacephala (KLAPwLEK), 1770.

Rasprostranjenost: severna granica Alpa, Karpati i Balkan.

U Jugoslaviji je Nađena na više lokaliteta Bosne i Hercegovine (KAĆANSKI, 1970, 1971, 1971a, 1973).

U toku ovih ispitivanja vrsta D. megacephala nađena je samo u lokalitetima 4 i 5, sa više primeraka larvenih i adultnih oblika.

Dinocras cephalotes (CURTIS, 1827).

Rasprostranjenost ove vrste je srednja Evropa, Skandinavija, Alpi.

Ovu vrstu put prvi navodi IKONOMOV (1978) za područje Makedonije

U našim ispitivanjima ova vrsta je nalažena u larvenom i adultnom stadij· na lokalitetima: 2, 3, 4 i 5. Izletanje odraslih primeraka je primećeno u III, IV, V i VI mesecu.

Dinocras sp.

Ova vrsta je nađena u postajama Prizrenske Bistrice (2, 3, 4 i 5 postaja). Neophodna je odgovarajuća usporedba i provera.

PORODICA Perlodidae KLAPALEK, 1712.

Isogenus nubecula NEW MAN, 1933.

Rasprostranjenost ove vrste je Skandinavija, Engleska, Nemačka i srednja Evropa.

Prema objavljenim podacima u našoj zemlji se navodi nalaz ove vrste područje Srbije ZWICK (1973). U naši ispitivanjima je konstatirana samo u postajama 2, 3 i 4 Prizrenske Bistrice na više primeraka larvenih i adultnih oblika.

Izletanje odraslih oblika je primećeno u III, IV i V mesecu.

Perlodes microcephala (PICTET), 1833.

Rasprostranjenost ove vrste je srednja Evropa, Velika Britanija, Mala Azija.

U Jugoslaviji je nađena na više lokaliteta u Srbiji KAĆANSKI (1975) područje Zlatibora. Za područje Makedonije IKONOMOV (1778).

U toku ovih ispitivanja nađena je na postajama 2, 3 i 5. Izletanje imaga je konstatirano u III, IV, V, VI i VII mesecu.

Perlodes intricata (PICTET, 1841).

Rasprostranjenost je Južna i Srednja Evropa. Prema do sada objavljenim podacima u našoj zemlji se navodi nalaz ove vrste na većem broju lokaliteta

KAĆANSKI (1971a) Hrasnički potok na planini Trskavica do 1200 m nadmorske visine. Za područje Makedonije IKONOMOV (1978). U ispitanom području nađena je na 2, 3, 4 i 5 postaji. Adultni oblici su hvatani u V, VI i VIII mesecu.

Perlodes sp.

U toku ovih ispitivanja vrsta Perlodes sp. nađena je samo u 2 i 3 postaji sa nedovoljnim brojem adultnih oblika što nije bilo moguće odrediti ovu vrstu. Problem ostaje otvoren dok se ne prikupi potpuniji materijal i ne provede odgovarajuća analiza.

Isoperla bureschi RAUŠER, 1762.

Vrsta je rasprostranjena u istočnoj Evropi. Prema podacima KAĆANSKI (1970, 1971a) ova vrsta je nađena u gornjem toku reke Bosne. Dok za Makedon'ju IKONOMOV (1975). U ispitanom području nađena je samo u lokalitetima 3, 4 i 5. Adultni oblici u IV, V, VI, VII i VIII mesecu.

Isoperla gramatica (PODA, 1761).

Rasprostranjenost: Evropa do Sibira.

U području sliva Bosne je PONGRACZ $_0$1914) naveo tri nalazišta (Sarajevo, Pale, Krupas) I. gramatica sub nom. *Chloroperla gramatica.*

DISTRIBUCIJA VRSTA PLECOPTERA U UZDUŽNOM PROFILU PRIZRENSKE BISTRICE

VRSTE POSTAJE	I	II	III	IV	V
1. Brachyptera seticornis					
2. Brachyptera risi					
3. Leuctra nigra					
4. Leuctra inermis					
5. Leuctra sp.					
6. Capnia vidua					
7. Amphinemura sulcicolis					
8. Nemoura marginata					
9. Nemoura sp.					
10. Protonemura autumnalis					
11. Protonemura sp.					
12. Perla marginata					
13. Perla bipunctata ●					
14. Dinocras megalocephala					
15. Dinocras cephalotes					
16. Dinocras sp.					
17. Isogenus nubecula ●					
18. Perlodes microcephala					
19. Perlodes intricata					
20. Perlodes sp.					
21. Isoperla bureschi					
22. Isoperla gramatica					
23. Chloroperla torrentium ●					
Σ	5	20	21	15	10

Ponovo uvu vrstu navodi KAĆANSKI (1975a). Ova vrsta je nađen i u području Hrvatske MATONIČKIN i Co (1975). Prilikom ovih istraživanja je nađena samo na postajama: 2, 3 i 4 u larvenim i odraslim oblicima. uzletanje V, VI i VII mesec.

PORODICA Chloroperlidae OKOMOTO, 1912.

Chloroperla torrentium (PICTET, 1841).

Raspprostranjenost vrste je srednja Evropa i Jugoslavija.

Ovim ispitivanjima vrsta Ch. torrentium je nađena na većem broju lokaliteta (1, 2 i 3). Odrasli su hvatani u IV, V, VI i VII mesecu.

LITERATURA

Aubert, J., 1963: *Quelques Plécopterés de Yugoslavie.* Mitt. Schweiz. Ent. Ges., Lausanne, 36 (1/2), 127—128.

Dauti, E., 1977: *Contribution to the study of Plecoptera in the river, system of upper fápwof the Nerodimka river.* Acta Biol. Exp. Prishtina, 2, 65—70.

Dauti, E., 1981: *Faunističko-ekološki doprinos tekućih voda budućeg nacionalnog parka Šaraksa prekorukama za njihovo uređenje.* V. savetovanje o nacionalnim i regionalnim par ovima Jugoslavije. 87—89.

Filipović, D., 1954: *Pr log poznavanju naselja planinskog potoka Katušice (Zapadna Srbija).* Arhiv bioloških nauka, Beograd, 1/2, 1—8.

Filipović, D., 1968: *Limnološka karakteristika izvorskog regiona Lisinskog potoka na Kopaoniku.* Arhiv Bioloških nauka, Beograd, 18, 325—337.

Filipović, D., 1969: *Recherches biolocenologiques d'un cours d'eau salmonicole de montagnes Balkaniques.* Ekologija, Beograd, 4, 61—90.

Ikonomov, P., 1969: *Prilog konpoznavanjeto na larvenata fauna na Plecopteri na Makedonija* Ann. Biol. Fac. d. Sciences d. l'Univ. Skopje, 21, 5—27.

Ikonomov, P., 1970: *Visinsko rasprostranuvanje na larvite na Ephemeroptera i Plecoptera vo tekovnite vodi na Šarsk sistem.* Ann. Biol. Fac. d. Sciences d. l'Univ. Skopje, 22, 5—11.

Ikonomov, P., 1971: *Sezonska distribucija na Plecoptera vo Kadina reka na planina Jakupica.* Ann. Biol. Fac. d. Sciences d. l'Univ. Skopje, 23, 5—18.

Ikonomov, P., 1972: *Sezonska distribucija na Plecoptera vo Mavrovska reka vo odnos na temperatura.* Ann. Biol. Fac. d. Scien. d. Univer. Skopje, 24, 4—16.

Ikonomov, P., 1973: *Plecoptera, distribucija i odnos kon temperatura vo nekoj reki na Šar Planina.* Ann. Biol. Fac. d. Scien. d. l'Univ. Skopje, 25, 11—38.

Ikonomov, P., 1974: *Sezonska distribucija na Plekotera vo vodite na Makedonija vo odnos na temperturniot faktor vo Brajčinska reka.* Ann. Biol. Fac. d. Scieces d. l'Univ. Skopje, 26, 15—36.

Ikonomov, P. 1975: *Sezonska distribucija na Plecoptera vo odnos kon temperaturniot faktor vo vodite na Makedonija vo Blatecka reka.* Ann. Biol. Fac. d. Scieces d. l'Univ. Skopje, 27, — 7—25.

Ikonomov, P., 1976: *Sezonska distribucija na Plecoptera vo odnos na temperaturniot faktor vo tečeškite vodi na Makedonija, vo Pelčevski potok.* Ann. Biol. Fac. d. l'Univ. Skopje, 29, 5—29.

Ikonomov, P., 1977: *Sezonska distribucija na Plecoptera vo odnos na temperturniot faktor vo rekička Kamenica.* Ann. Biol. Fac. d, Sciences d. l'Univ. Skopje, 31, 5—18.

Ikonomov, P., 1978: *Plecoptera od Skopska kotlina.* Ann. Biol. d. Sciences d. l'Univ Skopje, 31, 5—18.

Illies, J., 1966: *Katalog der rezenten Plecoptera.* Das Tierreich, Berlin, 82, 1—631.

Kaćanski, D., 1970: *Fauna Plecoptera u području planina Maglić, Volujak i Zelengora.* Glasnik Zemaljskog muzeja. Sarajevo, 9, 67—78.

Kaćanski, D., 1971a: *Plecoptera sliva gornjeg toka rijeke Bosne.* Glas. Zem. Muz. Sarajevo, 10, 103—117.

Kaćanski, D., 1971b: *Idioekološke razlike vrste Leuctra Hippopus i Leuctra hippopoides.* Ekologija, Beograd, 6, 361–374.
Kaćanski, D., 1975: *Plecoptera u području planine Zlatibor.* Poseban otisak iz zbornika radova o entomofauni Srbije, Beograd, 1, 237–245.
Krek, S. i Co., 1976: *Biocenološka analiza naselja insekata (Ephemeroptera, Plecoptera, Simuliidae i Psychodidae) sliva rijeke Sutjeska.* Biol. Inst. Univ. Sarajevo. 29, 23–54.
Matoničkin, I. i Co., 1975: *Prilog valorizacija voda ekosistema rijeke Sava.* Zagreb, 13–15 i 36–48.
Pongrácz, S., 1913: *Ujabb adatok Magyarország Neuroptera-faunájához. Rovartan Lapok.* Budapest, 20, 17–31.
Pongrácz, S., 1914: *Magyrország Neuropteroidái. Rovartani Lapok.* Budapest, 21, 122–126.
Klapálek, F., 1896: *Zpráva o Neuropterych a Pseudoneuropterach Sbiranych v Bosne a Hercegovine.* Vést. Kral. Češke Akad. Praha, 4, 1–11.
Klapálek, F., 1901: *O novych a malo znány druzych palearktých Neuropteroid.* Raspravy. Češke Akad. Praha, 10, 1–19.
Klapálek, F., 1906: *Klič Evropských druhu Čeledi Taenipterygidae.* Čas. Češke Sp. Ent. Praha, 3, 1–6.
Raušer, J., 1956: *Kpoznàni rodu Leuctra STEPHENS ve Slezku.* Skisy prir. fak. Masarykovy Univ. Brno, 375, 1–54.
Raušer, J., 1957: *K poznàni podzimnich rodu Protonemura.* Čas. Češke Spol. ent. Praha, 54 (4), 369–378.
Raušer, J., 1963: *Ergebnisse der Albanien.* Expedition 1961 des Deutschen Entomologischen Plecoptera, Beitrag Ent. Berlin, 13, 797–813.
Raušer, j., 1965: *Plecopteres nuveaux pour la Tchecoslovaquie.* Schw. Entom. Gesell. Lausanne, 37, 1 7–163.
Raušer, J., 1964: *Plecoptera bulgarica II,* Acta. Faun. Entom. Muz. Nation. Prage, 10, 126–137.
Šmal, J., 1935: *Les Ephemeres et les Plecopteres des missa de 1 Jugoslavie meridional.* Verhandl. d. Inter. Verein. und Liruval, Band VII, 1, 2–14.
Živojinović, S. M., 1950: *La fauna des Insectes du Donaine forestier de Majdanpek (Monograpni entomologique).* Acad. Serb. Sci. Monogr. 160, Ecolog. Biogeogr. Beograd, 2, 56–58.
Zwick, P., 1973: *Plecoptera, Insecta. Phylogenetisches system und Katalog Das Tierreich.* Lief. 94, Berlin.

THE PLECOTERA FAUNA (INSECTS IN THE BISTRICA E PRIZRENIT)

Esad Dauti

Summary

In this paper are included faunistic investigations of Plecopteras for sheduled locations along the Bistrica e Prizrenit, within an elevation from 350 meters to 2150 meters abouve mean sea level. Investigations were made druring the period: March (in the year 1977) until December (in the year 1978). There were undertaken 21 field trips, when are taken kvantitative sampels of larvic forms. Because the fauna of pleocopters in the valley of Bistrica e Prizrenit until resently was not under investigations, the results of this presentation contain a contribution for better recognition the fauna of Yugoslavia.

In five locations under investigation are determined 23 spicies:

The species of genus: Protonemura sp. Diocras sp. Perlodes sp. Nemura sp. and Leuctra sp. are not determined, so ti's necessery to colect additional materials and to make more nedded comparations.

The distribution of the largest number of species of Plecopteras, that are found in Bistrica e Prizrenit, in fact belongs to proper and larger European region. The areal of

species: *Capnia vidua*, *Perla marginata*, *Perla bipunctata* and *Perlodes microcephala*, passes beyond the borders of Europe.

FAUNA E PLECOPTERA-ve (INSECTA) E BISTRICËS SË PRIZRENIT

Esad Duti

Rezyme

Në këtë punim janë përfshirë hulumtimet faunistike të Plecoptera-ve në lokalitetet e caktuara të Bistricës së Prizrenit në lartësi mbidetare prej 350 m—2150 m. Hulumtimet janë bërë në muajin mars të vitit 1977 deri në dhjetor të vitit 1978. Gjithsej janë kryer 21 dalje në terren, ku janë marrë mostrat kualitative të formave adulte dhe kuantitative të formave larvore. Meqenëse fauna e plekopterave në regjionin e Bistricës së Prizrenit deri me tani nuk është hulumtuar, rezultatet e këtij punimi paraqesin njëkohësisht një kontribut për njohjen më të mirë të faunës së Jugoslavisë. Në pesë lokalitet e hulumtuara janë konstatuar 23 lloje.

Ljojet e gjinive: Protonemura sp. Dinocras sp. Perlodes sp. Nemoura sp. dhë Leuctra sp. nuk kanë mundur të determinohen por supozohet se është fjala për lloje të reja, mirëpo është e domosdoshme të mblidhet material plotësues dhe të bëhen krahasime të nevojshme.

Përhapja e shumicës së llojeve të Plecoptera-ve që janë konstatuar në Bistricën e Prizrenit është regjioni i Evropës së ngushtë dhe të gjerë. Areali i llojeve: *Capnia vidua*, *Perla marginata*, *Perla bipunctata* dhe *Perlodes microcephala* tejkalon kufijt e Evropës.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbofnik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (221 — 226)

MJESEČNA DISTRIBUCIJA VRSTA PLECOPTERA NA RIJECI NERODIMKI

Esad Dauti

Abstract

U ovom radu su izneti podaci o vremenu izletanja vrsta Plecoptera u postajama rijeke Nerodimke. Materijal je sakupljen u vremenu od oktobra 1974, godine do septembra 1975. godine na četiri postaje odabrane u ispitanoj rijeci. Opis postaja i podaci o osnovnim abiotičkim faktorima dati su na prethodnom radu koji je štampan u ovom broju zbornika.

Prema vremenu izletanja adultnih oblika, faunu Plecoptera na ispitanoj rijeci smo podelili u sledeće grupe: rano-proljetna, proljetno-ljetna i jesensku. Najbrojnija je proljetno-ljetna sa ukupno 21 taksonomski jedinica. Zatim smo konstatirali da temperatura vode predstavlja glavni faktor koji utječe na izletanje adultnih oblika i da su optimalne temperature vode od 8,4°C do 13,4°C .

UVOD

Skoro sve vrste ovoga reda (insecta) poznati su stanovnici hladnih voda sa brzim strujanjem vode, što ih istovremeno karakteriše i kao oblike osjetljive na sadržaj kiseonika. U stajaćim vodama ih je veoma malo. To su uglavnom petrikolni oblici, mada ima izvestan broj vrsta vezanih za vegetaciju, a nekih i za peskovito dno.

Odrasli insekti po građi liče na pravokrilce, jedino im je usni aparat redukovan, hitinski omotač mek a krila opnasta. Većina vrsta slabo i nesigurno leti, ne kontrolišu dovoljno pravac leta i najčešće se odmaraju na kamenju ili stablima kraj vode.

Jaja ispuštaju u vodi u gomilama, i ona su omotana tankom opnom. Ovakva jaja se često mogu videti kako izviruju iz trbuha ženke. Larva dosta je slična odraslom insektu, jedino što nema krila i što pokazuje prilagođenost vodenoj sredini. Neke od manjih vrsta preobražavaju se u odrasle tokom jedne godine, dok krupnije provedu tri pa i četiri godine kao larve, i u ovom peri-

odu prolaze češće i preko 30 presvlačenja. Kad postanu spremne za preobražaj, napuštaju vodenu sredinu za desetak santimetara, pričvrste zupčasta stopala uz kamen, ili drugu podlogu i u tom trenutku koža rasprsne po dužini tela sve do kraja toraksa.

Fauna Plecoptera nije dovoljjno poznata kod nas. Ovim istraživanjima smo pratili vrijeme izletanja odraslih oblika po mjesecima u toku jedne godine.

METODE RADA

Mjesečna distribucija vrste Plecoptera je analizirana u ovom radu na osnovu obrade materijala odraslih oblika prikupljenih u periodu od oktobra 1972. godine. do septembra 1975. godine. na četiri postaje odabrane u rijeci Nerodimki.

Adultni oblici Plecoptera su sakupljeni entomološkom mrežom sa obalnog derveća i drugih biljaka, zatim u letu, a isto tako i pincetom sa priobalnog kamenja i biljaka. Ovako sabran materijal je konzerviran u 75% alkoholu. Determinacija materijala uglavnom je izvršena u laboratoriji odseka za biologiju PMF-a u Prištini, pomoću determinatora (ILLIES 1755, KIŠ 1974, DESPAX 1751).

REZULTATI I DISKUSIJA

Prve image smo nalazili početkom druge polovine februara i to samo jednu vrstu *Amphinemura sp.* na drugoj postaji (nadmorska visina 930 m.). U to vrijeme temperatura vode je mjerena 5,9 °C. Zato smo mišljenja, da je granična temperatura za prve pojave imaga negdje oko 6°C. U literaturi nismo na žalosti mogli naći potvrdu o ovoj predpostavci pogotovo kad je u pitanju *Amphinemura* sp.

U martu je porastao broj na šest vrsta i to: *Leuctra nigra* (OLIVIER), *Brachyptera seticornis* (KLAPALEK), *Nemurella picteti* (KLAPALEK), *Leuctra quadrimaculata* KIS,*Protonemura praecox* (MORTON), *Amphinemura triangularis* RIS. Što se tiče temperature vode ona je u svim postajama bila ujednačena od 7°C do 7,5°C).

U aprilu sustižu još četiri adultnih oblika: *Siphonoperla neglecta* (ROSTACK), *Nemoura marginata* PICTET, *Leuctra* sp. i *Protonemura montana* KIMINS. I u ovom mjesecu temperatura vode na svim postajama bila vrlo ujednačena 7,5 C do 7,8 C.

Maja mjeseca broj adultnih oblika koji napuštaju vodenu sredinu povećava se za pet novih imaga: *Isoperla tripartita graeca* RAUŠER, *Leuctra hippopoides* KACANSKI end ZWIK, *Leuctra pseudohippopus* RAUŠER, *Nemoura cinerea* (RETZIUS), i *Isoperla belai* ILLIES (fig. 1.). Ovde je važno istaknuti, da izvjestan broj pomenutih vrsta završava svoj period izletanja. Verojatno se tu radi o ranoproljetnim oblicima. Temperatura vode se kretala od 7,9 °C do 10,1°C, a to znači bez većih variranja.

U junu njihov broj dostiže maksimum od kojih su neke bile masovno zastupljene. Tada se javilo još pet novih oblika: *Brachyotera graeca* BERTHELEMY, *Protonemura intricata* RIS, *Leuctra* sp1. *Perla marginata* (PANZER), *Nemoura subtilis* KLAPALEK. U vrijeme maksimalne pojave adultnih oblika u naselju Plecoptera Nerodimke, temperatura vode na svim postajama kretala se od 8,4°C do 13,4°C. Nakon ovog mjeseca dolazi do naglog opadanja pojave izletanja imaga, tako u julu je nađena samo *Chloroperla* sp. te još pet oblika kod kojih ciklus izletanja produžen iz prethodnih mjeseci. Temperatura vode u julu se kretala od 8,5°C na prvoj postaji (1670 m nadmorske visine) do 14,9°C na četvrtoj postaji. U augustu se završava izletanje većine ltnih oblika osim dvije vrste: *Nemoura fulviceps* KLAPALEK koja je nađena na prvoj postaji pri temperaturi vode od 8,7 C i zraka 23 C i druga *Leuctra hippopoides* KAĆANSKI end ZWIK na drugoj postaji, pri temperaturi vode od 12,8°C i zraka 24°C.

Interesantno je istaknuti, da se u septembru javljaju prvi jesenski oblici: *Leuctra fusca* (LINNE), *Leuctra hirsuta* BOGOESKO end TABACARU, *Protonemura autumnalis* RAUŠER, *Protonemura hrabei* RAUŠER. U oktobru je nađena samo *Leuctra bronislavi* SOWA na drugoj postaji, pri temperaturi vode 10,4°C, dok su tri ostale vrste: *Leuctra fusca* ,*Leuctra hirsuta* i *Protonemura autumnalis* produžile ciklus izletanja iz prethodnog mjeseca (fig. 1.).

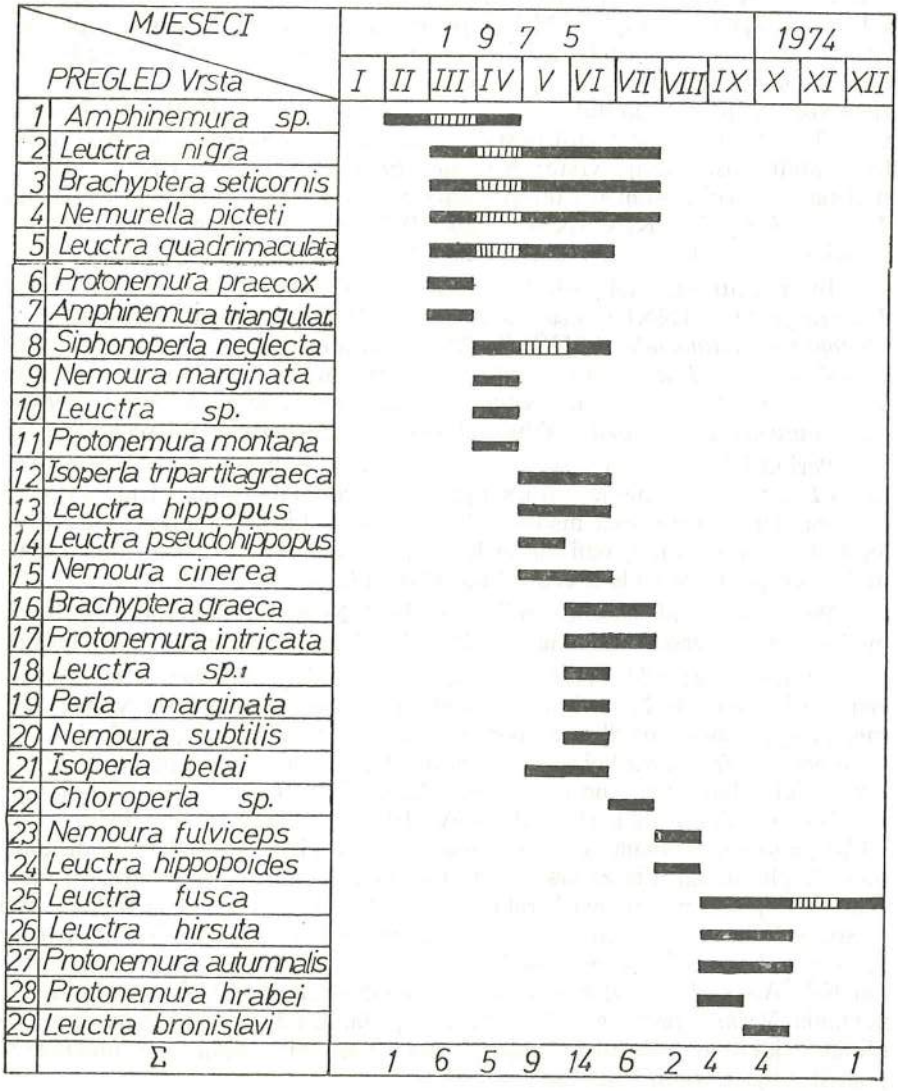
Period izletanja imaga prestaje u novembru, dok je u decembru nađena samo *Leuctra fusca* koja je kao jesenja forma produžila ciklus izletanja do decembra. Januara mjeseca nismo našli adultne oblike Plecoptera. Očigledno je, da temperatura je glavni faktor koji utječe na izletanje imaga i da su optimalne temperature vode kreću od 8,4°C do 13,4°C.

Prema izvršenim istraživanjima u rijeci Nerodimki vremenska distribucija nađenih vrsta sukladna je s istraživanjem i nalazom drugih autora.

Za tri vrste: *Chloroperla* sp. *Nemoura fulviceps* i *Leuctra hippopoides* vrijeme izletanja u Nerodimki se nešto razlikuje. Neodređena vrsta *clhloroperla* sp. nađena na drugoj postaji u julu, SOWO (1970), nalazi vrstu *Chloroperla tripunctata* koja je izletela od druge polovine aprila do prve polovine jula. Istu vrstu našla je i KAĆANSKI (1975) u području planine Zlatibor početkom juna, IKONOMOV (1972) pronalazi također jednu vrstu *Chloroperla* sp. od maja do kraja augusta. Prema iznetim podacima diskutabilno je pitanje da li je za vrstu roda *Chloroperla sp.* u Nerodimki zakašnjelo vrijeme pojavljivanja imaga karakteristično ili uzrok ovoj pojavi treba tražiti u specifičnim termičkim uvjetima istraživanog područja. Vrste: *Nemora fulviceps* i *Leuctra hippopoides* nađene u gornjem djelu rijeke u augustu a prema KAĆANSKI (1975) krajem maja, IKONOMOV (1972), navodi vreme izletanja *Nemura fulviceps* od marta do aprila. Dakle, prema ovim ispitivanjima evidentno zakašnjelo pojavljivanje, iako nije isključena mogućnost pojavljivanja u ranijim mjesecima.

Grupiranje vrsta Plecoptra u proljetne i jesenske te zimske oblike daje nezadovoljavajuće rezultate u odnosu na životne uvjete istraživanih postaja Nerodimke. Uzrok tome je nejednako trajanje života imaga pojedinih vrsta, koja varira od nekoliko tjedna do nekoliko mjeseci. Ako bi podjelu vrsta na grupe temeljili samo prema vremenu prvog pojavljivanja vrsta

Mjesečna distribucija vrsta Plecoptera na rijeci Nerodimki



u fauni imaga ne uzimajući u obzir dužinu perioda leta, grupiranje ne bi predstavljalo teškoću i veoma lako bi se odredili proljetni, ljetni i zimski oblici. Tad bi se u istoj grupi proljetnih oblika našle vrste koje se javljaju smao u proljetnom profilu faune, a zatim iščezavaju iz nje, kao i vrste koje se isto

javljaju u proljeće, ali učestvuju u proljetnom periodu, ili jesenske vrste koje učestvuju i u zimskom profilu plekopterne fane.

Zbog toga smo mišljenja, da ovakva podjela, koja bi se isključivo temeljila na vremenu prvog pojavljivanja imaga a pri tom zanemarivši period leta vrste i njeno vremensko prisustvo ne bi zadovoljavalo zbog svoje jednostranosti. Da bi se izbjegle ovakve i slične pojave mišljenja smo da faunu Plecoptera na postajama Nerodimke prema vremenu izletanja adultnih oblika podelimo u sledeće grupe: rano-proljetna, proljetno ljetna i jesensku.

U rano-proljetnu grupu ubrajamo oblike, koje se rano javljaju i imaju kratak period leta i nestaju iz faune još tokom proljeća. Ova grupa obuhvaća malo vrsta: *Amphinemura* sp. *Amphinemura triangularis* i *Protonemura praecox*.

Proljetno-ljetnoj grupi pripadaju vrste koje se također rano pojavljuju krajem marta ali lete duže, do sredine ljeta, pa čak i do prve polovine augusta. To je najbrojnija grupa i obuhvaća sljedeće vrste: *Brachyptera seticornis*, *Brachyptera graeca*, *Leuctra nigra*, *Leuctra quadrimaculata*, *Leuctra hippopus*, *Leuctra pseudohippopus*, *Leuctra hippopoides*, *Leuctra* sp1, *Leuctra* sp. *Nemurella picteti*, *Nemoura marginata*, *Nemoura cinerea Nemoura subtilis*, *Neomura fulviceps*, *Perla marginata*, *Protonemura intricata*, *Protonemura montana*, *Isoperla tripartita graeca*, *Isoperla belai*, *Siphonoperla neglecta*, *Chloroperla* sp.

U jesenju grupu ubrajamo one vrste Plecoptera, koje se kasno pojavljuju. Njihov period leta se proteže od septembra pa sve do početka decembra. U ovu grupu spadaju sljijedeće vrste: *Protonemura autumnalis*, *Protonemura hrabei*, *Leuctra fusca*, *Leuctra hirsuta* i *Leuctra bronislavi*. Iz navedenog se vidi, da proljetna-ljetna je najbogatija oblicima, a najmanja je rano-proljetna grupa.

LITERATURA

Despax, R., 1951: *Plécoptères*, Fauna de France, Paris, 55, 1—280.

Ikonomov, P., 1972: *Sezonska distribucija na Plecoptera vo Mavrovska reka vo odnos na temperatura*. Ann. Biol. Fac. d. Sciences d. l'Univers. Skopje, 24, 4—16.

Illies, J., 1955: *Steinfliegen oder Plecoptera*, in Die Tierwelt Deutchland. Jena, 43, 1—150.

Kaćanski, D., 1975: *Plecoptera u području planine Zlatibor*. Poseban otisak iz zbornika radova o entomofauni SR Srbije, Beograd, 1, 237—245.

Kiš, B., 1974: *Fauna RS Romania Insecta*, Plecoptera, Bukurešti. 8, 3—271.

Sowa, R., 1970: *Note sur quelques Plécopteres de la Pologne*. Bulletin l'Academie Polanaise des Sciences, Warszava, (18), 153—157.

Rezime

Fauna e Plecoptera-ve nuk është hulumtuar sa duhet në Krahinën e Kosovës. Me këto hulumtime kemi percjellë kohën e fluturimit të formave të rritura gjatë muajve brenda vitit. Mostrat janë marrë në lumni Nerodimë.

Format e para të rritura (adulte) i kemi gjetur në muajin shkurt, dhe atë vetëm një lloj *Amphinemura* sp. Në këtë kohë tempera e ujit është matur 5,9 °C. Në muajin mars

ambientin ujor e kanë lëshuar duke kaluar në forma adulte këto lloje: *Leuctra nigra, Brachyptera seticornis, Nemurella picteti, Leuctra quadrimaculata, Protonemura praecox* dhe *Amphinemura triangularis.* Në qershor është konstatuar numri maksimal i formave adulte gjithsej 14 njësi taksonomike. Në këtë muaj temperaturat e ujit kanë qenë prej 8,4 °C në lokalitetin e parë gjerë në 13,4 °C lokaliteti i katërt.

Në bazë të kohës së fluturimit të formave adulte, faunën e Plecoptera-ve në lumin e hulumtuar e kemi ndarë në këto grupe: të pranverës së herëshme, pranvero-verore dhe vjeshtore. Më së shumti lloje ka pasur grupi i pranëverës së herëshme me 21 lloje.

Mund të konstatohët se temperatura e ujit është njëri nga faktorët më të rëndësishëm për fluturimin e formave adulte dhe si temperaturë optimale e ujit konsiderohët (prej 8,4 °C—13,4 °C).

THE DISTRIBUTION OF Plecoptera-s DURING THE MOUNTHS IN THE RIVER OF NERODIMË

Summary

Fauna of Plecoptera-s is not sufficiently investigated in the territory of SA Province of Kosova. During investigations we have followed the time flying of adult forms along the year. Sampls were taken in the river Nerodimë.

Starting adult forms were found in February, where there was found only one species *Amphinemura sp.* In this time the water temperature was 5,9 °C. During May the Amphinemura so. left it's water environment, thus passing in adult forms of these species: *Leuctra nigra, Brachyptera seticornis, Nemurella picteti, Leuctra quadrimaculata, Protonemura praecox* and *Amphinemura triangularis.* The greatest number of these species, all together 14 tasconomic units, were present during June. During this mounth the water temperatures occilated from 8,4 °C in the first station to 13,4 °C in the forth station.

On the base of flying time of adult forms, the fauna of Plecoptera-s, of this river, was divided in these groups: of early spring, of spring — summer, and of autom. The greatest number of species were present at early spring time, with 21 species.

It is evident that the temperature of water is among the most important factors for the time of flying of adult forms, while the most optimal water temperatures were from 8,4 °C to 12,4 °C.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (227 — 234)

DISTRIBUCIJA VRSTA PLECOPTERA U UZDUŽNOM PROFILU RIJEKE NERODIMKE

Esad Dauti

Abstract

U radu su izneti podaci o distribuciji Plecoptera u uzdužnom profilu rijeke Nerodimke. Materijal je sakupljen u vremenu od oktobra 1974. godine do septembra 1975. godine na četiri postaje odabrane u ispitanoj rijeci. Uporedo sa prikupljanjem materijala uzimani su i podaci o osnovnim abiotičkim faktorima.
U ovom radu promatran je sastav naselja na osnovu rezultata dobijenih determinacijom materijala larvenih oblika Plecoptera prikupljenih kvantitativnim probama. Također su uzeti u obzir i adultni oblici.

UVOD

Postoji veći broj radova: KAMLER (1964), SOWA (1970), KAĆANSKI (1971b i 1975), IKONOMOV (1974 i 1975), u kojima nalazimo podatke o prostornoj distribuciji Plecoptra u tekućicama. I ako se ovi podaci ne odnose na Nerodimku ipak korisno mogu poslužiti u objašnjenju distribucije vrsta Plecoptera. Prvi podaci o nalazu Plecoptera u ovoj rijeci potiču od DAUTI (1977).

Cilj ovog rada je, da se prouče neke od karakteristika distribucije Plecoptera u uzdužnom profilu. Nerodimke, koja čini najveću pritoku Lepenca. U tom cilju istraživanja smo vršili na četiri određene postaje koje su bile postavljene na nadmorskoj visini od 590 do 1670 m.

METODE RADA I OPIS POSTAJA

Za izradu ovog rada koristio sam obiman materijal koji sam sakupio na terenu. Uzorci su uzimani na postajama koje su utvrđene nakon više obilazaka terena. Ukupno je obavljeno dvanaest terenskih izlazaka na prikupljanju

kvantitativnih proba preimaginalnih stadia i kvalitativnih proba adultnih oblika Plecoptera. Za uzimanje kvantitativnih proba je upotrebljena mreža po Surber-u veličine 30×20 cm. Isto vremeno sa sakupljanjem materijala na postajama su uzimani podaci o dubini, brzini proticanja i temperature vode i zraka.

Uzorci su uzimani na ukupno četiri postaje na rijeci Nerodimki (slika. 1, 2 i 3).

Prva postaja postavljena je odmah ispod izvora, odnosno desetak metara nizvodno, na nadmorskoj visini 1670 metara. Izvor je reokrenog tipa, leži iznad granice bukove šume i u blizini sfagnumskih tresava. Brzina vode kreće se od 130 cm/sek. u septembru, do 165 cm/sek. u maju. Podloga je kamenita sa nešto krupnog pjeska, obale su strme i stjenovite. Temperatura vode je relativno niska, u toku ispitivanja kretala se od 6,3°C do 8,7°C. Prema tome, amplituda godišnjih kolebanja ne prelazi 2,5°C uprkos velikim variranjima temperature zraka, koja se kreće između −10°C (zima) i preko 20°C (ljeto).

Druga postaja postavljena je oko 4 km. nizvodno od izvora, odmah ispod sastavka potoka Studenice i Drmanskog potoka. Nadmorska fisina ove postaje je 930 metara. Brzina strujanja vode na ovoj postaji kretala se od 140 cm/sek. u septembru do 175 cm/sek. u junu. Okolnu vegetaciju sačinjava bukova šuma, koja obilato zasjenjuje rijeku. I u ovoj postaji amplituda variranja temperature vode nije velika, ona je ipak u znatnom porastu u odnosu na prvu postaju jer su vrijednosti temperature vode iznosile od 5,8 C do 12,8 C.

Treća postaja postavljena je iznad sela G. Nerodimlje, tj. ispod mosta gdje se spajaju Velika i Mala rijeka (7 km. nizvodno od prethodne postaje). Nadmorska visina ove postaje je 630 m. Brzina strujanja vode kretala se od 68 cm/sek. u septembru do 150 cm/sek. u aprilu. Korito je šljunkovito, širine 4 do 6 m. a dubina vode od 10 do 40 cm. Okolinu čine mjestimično poplavne livade sa sporadičnim drvećem (vrba). Temperatura vode u odnosu na prve dve postaje dosta oscilira, i kreće se od 3,5°C do 16,7°C što je očigledno pod uticajem temperature zraka.

Četvrta postaja postavljena je u ravničarskom dijelu toka Nerodimke, uzvodno od naselja Uroševac. Na ovom lokalitetu nadmorska visina je 590 m, a brzina strujanja vode kretala se 30 cm/sek. u septembru do 95 cm/sek. u aprilu.

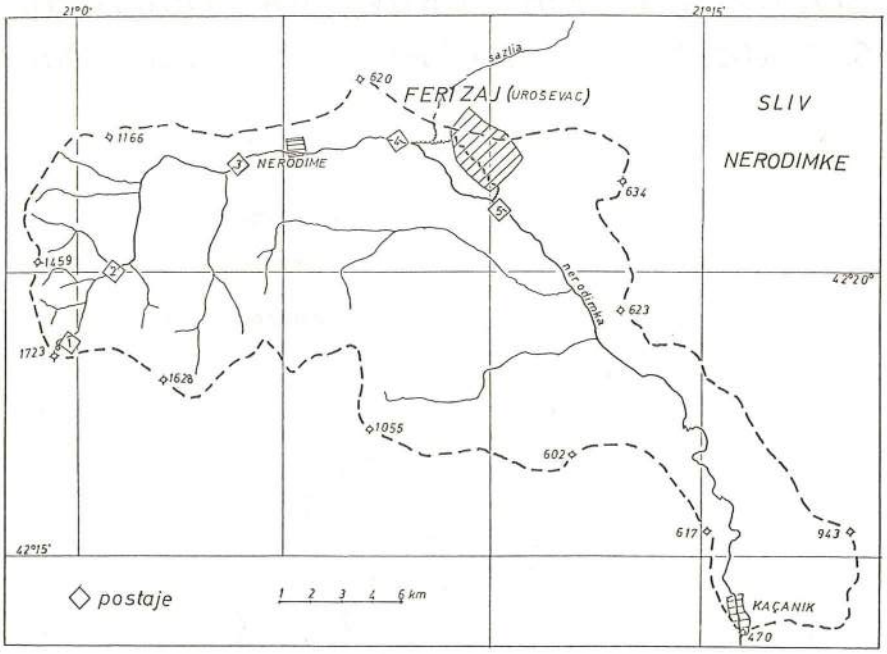
Na ovoj postaji Nerodimka teče u malo otvorenijem pojasu kroz aluvijalne naslage Nerodimskog polja. Korito je šljunkovito i mjestimično muljevito, a dubina vode kreće se od 30 cm. do 120 cm. Obalni pojas čine vrlo plodno zemljište (oranice). Temperatura vode u znatnoj mjeri je pod uticajem temperature zraka i kreće se od 3,4°C do 18,7°C.

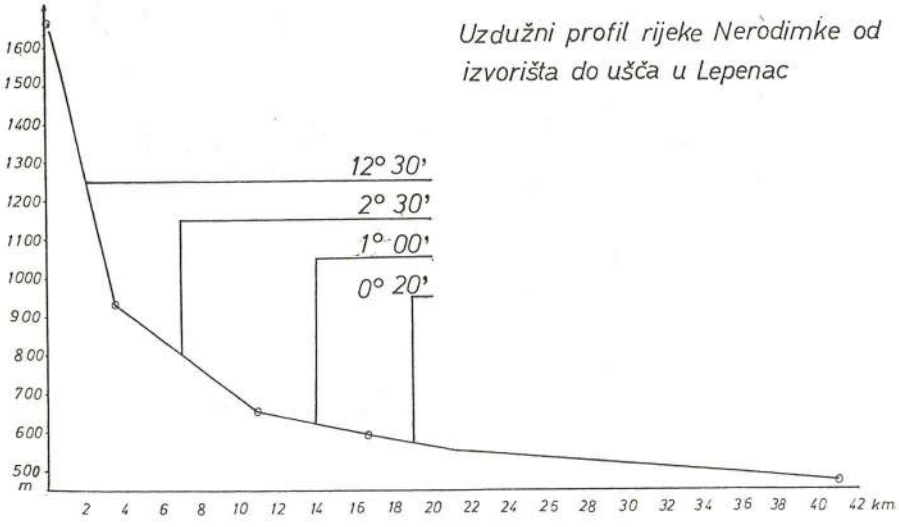
REZULTATI I DISKUSIJA

Općenito uzevši, prostorni raspored populacija ovisan je od mnogobrojnih i složenih isprepletanih odnosa tj. činilaca okoline i utjecaja populacija na te odnose.

SLIVOVI RIJEČNIH TOKOVA NA TERITORIJI SAP KOSOVA I POLOŽAJ SLIVA NERODIMKE

Fig.1.





Uzdužni profil rijeke Nerodimke od izvorišta do ušća u Lepenac

Prostorna distribucija naročito kod vagilnih vrsta, izraz je njihove težnje da traže i pronalaze pogodna mjesta za život i razmnožavanje, odnosno da napuste mjesto gdje su životni uvjeti postali nepovoljni. Rezultat takvih migracija neke populacije u datom trenutku je njihov prostorni raspored u staništu. Taj raspored je promenljiv u funkciju vremena, ali je karakterističan za datu populaciju određene vrste. Pored toga što je prostorna distribucija ovisna o ekološkim faktorima, ona ovisi i o mogućnosti i predispozicije dotične vrste.

Isprepletanost i međusobna ovisnost činilaca uvjetuje da i u okviru jednog te istog biotopa postoje različiti uvjeti života.

Brzina strujanja vode, količina otopljenog kisika i slobodni CO_2 kao i niz drugih faktora prostorno su nejednaki pa i promenljivi, a vrste nisu uvjek tako adaptirane, toliko eurivalentne, da bi to mogle podnijeti. Na koji način ti faktori utječu na rasprostranjenost, Plecopera tačno još nije poznato.

Populacije Plecoptra u postajama sliva Neroimke ne čine iznimku od ove prirodne zakonitosti.

Distribucija pojedinih vrsta Plecoptera u Nerodimki, kako je označeno u tabelarnom pregledu (slika 4), je različita. Ono se manifestira i sa prisustvom oblika vezanih za pojedine postaje, tako isključivo na prvoj postaji (1670 m nadmorske visine) nađene su slijedeće vrste: *Nemoura fulviceps* KLAPÁLEK i *Nemoura subtilis* KLAPÁLEK. Na drugoj postaji (930 m nadmosske visine) *Protonemura praecox* (MORTON), *Nemoura marginata* PICTET, *Protonemura hrabei* RAUŠER, *Protonemura autumnalis* RAUŠER, *Leuctra pseudohippopus* RAUŠER, *Leuctra hippopoides* KAĆANSKI END ZWIK, *Leuctra bronislavi* SOWA, *Leuctra* sp. *Chloroperla* sp. Na trećoj postaji (650 m nadmorske visine) samo jedna vrsta *Siphonoperla neglecta* (ROSTACK), dok na četvrtoj postaji (590 m nadmorke visine) nije nađena nijedna isključiva vrsta koja je prisutna samo na toj postaji. Veći broj vrsta okarakteriziran širom longitudinalnom distribucijom. Tako vrste: *Leuctra nigra* (OLIVIER), *Brachyptera seticornis* (KLAPÁLEK), *Perla marginata* (PANZER) i *Isoperla belai* ILLIES nađene su na svim ispitanim postajama. Vrste: *Nemurella picteti* KLAPÁLEK), *Leuctra hirsuta* BOGOESCO END TABACARU i *Leuctra quadrimaculata* KIS, nađene osim prve na svima ostalima postajama. Za prvu i drugu postaju kao zajedničke vrste registrirane su: *Leuctra* sp_1, *Leuctra hippopus* KEMPNY, *Protonemura montana* KIMMINS, *Brachyptera graeca* BERTHELEMY, a za drugu i treću postaju *Amphinemura* sp. *Leuctra fusca* (LINNE), *Nemoura cinerea* (RLTZUIS), *Protonemura intricata* RIS.

Interesantno je da su u trećoj i četvrtoj postaji nađene kao zajedničke vrste samo *Amphinemura triangularis* RIS i *Isoperla tripatita graeca* RAUŠER.

Relativno izražena diferenciranost prostorne distribucije Plecoptea se dalje manifestira u brojačnoj zastupljenosti vrsta u ispitanim postajama Nerodimke. Tako je na prvoj postaji locirana 1670 m nadmorske visine nađeno deset (10) vrsta, na drugoj dvadeset tri (23) dok na trećoj 630 m. nadmorske visine četernes (14), a na četvrtoj postaji koja es nalazi na ravničarskom terenu ispred grada Uroševac nađeno najmanje vrsta devet (9).

DISTRIBUCIJA VRSTA P l e c o p t e r a U UZDUŽNOM PROFILU RIJEKE NERODIMKE

POSTAJE / PREGLED VRSTA	I 1670m.h.	II 930m.h.	III 630m.h.	IV 590m.h.
Leuctra nigra	----------	----------	----------	----------
Brachyptera seticornis	----------	----------	----------	----------
Perla marginata	----------	----------	----------	----------
Isoperla belai	----------		----------	
Leuctra sp_1	----------			
Protonemura montana	----------			
Leuctra hippopus	----------			
Brachyptera graeca	----------			
Nemoura subtilis	----------			
Nemoura fulviceps	----------			
Nemurella picteti		----------	----------	
Leuctra hirsuta		----------	----------	----------
Amphinemura sp.		----------		
Leuctra fusca		----------		
Leuctra quadrimaculata		----------	----------	----------
Protonemura praecox		----------		
Nemoura marginata		----------		
Nemoura cinerea		----------		
Leuctra pseudohippopus		----------		
Leuctra bronislavi		----------		
Leuctra sp.		----------		
Leuctra hippopoides		----------		
Protonemura hrabei		----------		
Protonemura autumnalis		----------		
Protonemura intricata		----------	----------	
Chloroperla sp.		----------		
Siphonoperla neglecta			----------	
Amphinemura triangularis			----------	----------
Isoperla tripartita graeca			----------	----------
Σ	10	23	14	9

Fig.4.

U radovima u kojima se analizira prostorna distribucija Plecoptera u kopnenim tekućicama ukazuje se i na faktore za koje se smatra, da su njeni najznačajniji uzroci (IKONOMOV 1975), daje podatke o distribuciji Ple-

coptera u odnosu na nadmorsku visinu i izdvaja vertikalne zone koje se međusobno fiziografski razlikuju. Blatecku rijeku (područje Makedonije), pomenuti autor dijeli na dvije zone: prvu označava kao „donja planinska podzona" ograničena na visini od 750 do 900 m. nadmorske visine i druga „gornja planinska podzona" ograničena na visini od 900 do 1550 m. nadmorske visine.

Ovu podjelu u fiziografskom smislu moguće je primjeniti i za rijeku Nerodimku, pogotovo kada se uzimaju u obzir i neki drugi parametri. Po KAMLEROVOJ (1767) sastav faune Plecoptera zavisi od nadomrske visine, a istovremeno sa nadmorskom visinom, mijenja se i termički režim tekućice. Isto tako autor smatra, da je tip podloge, veličina čestica, brzina strujanja vode i dubina tekućice veoma su značajni za distribuciju. Distribucija pojedinih vrsta Plecoptera u ispitanim postajama Nerodimke je različita. Samo tri vrste: *Brachyptera seticornis*, *Leuctra nigra* i *Perla marginata*, su nađene na svim ispitanim lokalitetima rijeke. IKONOMOV (1975) također nalazi pomenute vrste na svim postajama (nadmorska visina od 7,50 m. do 1550 m), ispitane Bletecke rijeke koja po fiziografskim dosta je slična istraživanoj rijeci Nerodimki.

LITERATURA

Dauti, E. 1977: *Contribution to the study of Plecoptara in the river*, system of upper flow of the Nerodimka river. Acta Biol. Med. Exp. Priština, 2, 65–70.

Ikonomov, P., 1974: *Sezonska dittribubija na Plecoptera vo vodit na Makedonija vo odnos na temperaturniot faktor vo Brajčinska rekička*. Ann. Biol. Fac. d. Sciences d. 1, Univers. Skosje, 26, 15–36.

Ikonomov, P., 1975: *Sezonka distribucija na Plecptera vo odnos kon temperaturniot faktor vo vodite na Makedonija vo Blatecka rekička*, Ann. Biol. Fac. d. Sciences d. 1, Univers. Skopje, 26, 15–36.

Kacanski, E., 1971 b : *Ideološke razlike vrste Lenctra hippopus i Lectra hippopides*. Ekologija, Beograd, 6, 361–374.

Kacanski, D., 1975: *Plecoptera u području planine Zlatibor*. Poseben otisak i zbornika radova o entomnfauni SR Srbije, Beograd, 1, 237–245.

Kamler, E., 1964: *Bodonia nad Plecotera Tatra*. Pol. Arch. Hydroaiol Warshava, 12, 145–184.

Sova, R., 1790: *Note sur quelques Pèlcopteres de la Pologne*. Bulletin de l' Acabemie Plonasies des Sciences. Warshawa, 18 (3), 153–157.

DISTRIBUIMI LONGITUDINAL I LLOJEVE TË Plecoptera-ve NË LUMIN E NERODIMËS

Rezime

Në këtë punim janë prezentuar rezultatet e distribuimit longitudinal të Plecoptera-ve (INSECTA) në lumin Nerodime. Mostrat janë marrë prej muajit tetor të vitit 1974 gjer në shtator të 1975, nga katër lokalitete që kanë qenë të vendosura 590 m gjer 1670 m mbi nivelin e detit.

Është konstatuar se distribuimi hapësinor i Plecoptera-ve ndryshon varësisht nga faktorët ekologjik që i ofron ambienti. Gjithsej janë konstatuar 29 njësi taksonomike, prej të cilave vetëm tri (3) lloje: *Brachyptera seticornis*, *Leuctra nigra* dhe *Perla margina* kanë qenë të pranishme në të gjitha lokalitet e hulumtuara të lumit. Kurse llojet tjera kanë distribuim më të kufizuar.

Numeriksiht lokaliteti i dytë ka qenë më i pasur më lloje gjithsej (23) ku si dukët në këtë lokalitet kushtet ekologjike janë më të volitshme për Plecoptera. Në lokalitetin e parë janë gjetur 10 lloje, në të tretin 12, kurse në të katërtin vetëm 9 lloje, që është pasojë e ndikimit më të theksuar të faktorit antropogjen.

LONGITUDINAL DISTRIBUTION OF THE SPECIES OF Plecoptera-s IN THE RIVER NERODIMË

Summary

In this paper there are presented results about the longitudinal distribution of Plecoptera-s (INSECTA) in the river Nerodimë. Sampels were taken from the month October in the year 1974 to September of the year 1975 in four stations that are situated from 590 m to 1670 m above mean sea level.

There is confirmed that the space of distribution of Plecoptera-s, changes accordint local ecological factors of environment. There are all together distinguished 29 tacsonomic units, among which only three (3) spicies: *Brachyptera seticornis*, *Leuctra nigra* and *Perla margina* were present at all stations allong the rever, while other species had confined distribution.

Following the total number, the second station was more in abodance with species, alltogether (23) where aparrantly better ecological conditions exists for Plecoptera-s. At the first station 12, while at the forth only 9 species, that is a consequence of the more stressed influence of antropogen factor.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (235 — 251)

FLORA E LIVADHEVE ULTËSINORE TË KOSOVËS

Beqir Hundozi

HYRJE

Që në nismë të kërkimeve fitocenologjike (të vegjetacionit) të livadheve ultësinore të Kosovës, na është paraqitur si nevojë parësore, madje e domosdoshme, hulumtimi dhe njohja e florës së këtyre livadheve.

Njohja e mirë e florës së një territori ose të pjesëve të tij, siç dihet, është parakusht, apo më mirë të themi është pikënisje e çdo hulumtimi të mëtejmë fitocenologjik të atij territori ose të pjesëve të tij.

Kësaj here, në këtë punim, do të përpiqemi të japim rezultatet tona të deritanishme që bëjnë fjalë për florën e tërësishme të livadheve ultësinore të Kosovës, rezultate këto që janë fryt i punës sonë kërkimore shumëvjeçare rreth vegjetacionit të këtyre livadheve.

METODA E PUNËS

Materiali floristik është determinuar me ndihmën e florave analitike dhe të çelsave për determinim, siç janë: Hayek (1927—1933), Hegi (1906—1935), Horvatić (edit., 1967—1974), Javorka (1934), Josifović (edit., 1970—1977), Tutin et al. (1964—1976) e tj.

Analiza fitogjeografike, duke e ndarë florën e hulumtuar në elemente floristike, është bërë sipas veprës Flora e RS të Serbisë (I—IX, 1970—1977), kurse analiza e formave jetësore është bërë sipas Ellenbergut (1974), Micevskit (1964) dhe Beldie (1977).

REZULTATET

Në këtë pjesë të punimit do të paraqitet flora e tërësishme, deri më tani të hulumtuar, e livadheve ultësinore të Kosovës.

Familjet, e brenda tyre edhe kategoritë më të ulta taksonomike, janë radhitur sipas alfabetit dhe me nomenklaturë sipas Ehrendorferit (1973).

Për secilin takson bimor janë dhënë lokalitetet dhe përkatësia e tij elementit floristik përkatës dhe formës jetësore përkatëse.

Elementët floristikë: Ballk.=elementi floristik ballkanik, **Cirk.**=cirkumpolar, **Kosm.**=kozmopolit, **Evr.**=i Evropës, **Evr.Mes.**=i Evropës së Mesme, **Evr.Jug.**=i Evropës Jugore, **Euraz.**=euraziatik, **Medit.**=mediteranik, **Mez.**=mezik, **Pont.**=pontik, **Submed.**=submediteranik.

Format jetësore: T=terofitet, **G**=geofitet, **H**=hemikriptofitet, **Ch**=kamefitet, **P**=fanerofitet

PTERIDOPHYTA

Equisetaceae

Equisetum arvense L. — Klinë: livadhet* e fshatit Budisalc; Deçan: livadhet buzë Bistricës dhe ato të fshatit Rastavicë e Lëbushë; Suharekë: livadhet në afërsi të qytetit; Lupç i Poshtëm: livadhet buzë Llapit. Cirk. G.

E. palustre L. — Rrethina e Prishtinës, Ferizajit, Rahovecit. Euraz. G.

E. ramosissimum Desf. — Rrethina e Klinës, e Deçanit. Kosm. G.

Ophioglossaceae

Ophioglossum vulgatum L. — Ferizaj, Klinë e Pejë. Euraz. G.

SPERMATOPHYTA
MAGNOLIOPHYTINA (=AGIOSPERMAE)
MAGNOLIATAE (=DICOTYLEDONEAE)

Apiaceae (=Umbelliferae)

Carum carvi L. — Deçan: livadhet buzë Bistrices te kisha. Euraz. H.

Daucus carota L. — I përhapur mjaft. Euraz. H.

Eryngium campestre m L. — Klinë e Deçan (pjesë të thata). Pont. H.

Heracleum sphondylium L. — Lupç i Poshtëm: buzë Llapit. Euraz. H.

Oenanthe fistulosa L. — E përhapur (pjesët me shumë lagështirë). Evr. H.

---

* Meqë në këtë punim bëhet fjalë ekskluzivisht për florën e livadheve, fjala **livadh** nuk do të permendet çdo herë me qëllim që t'u iket përsëritjeve.

O. silaifolia MB. — Prishtinë, Ferizaj, Rahovec e Podujevë. Submed. H.
O. stenoloba Schur. — Ferizaj, Shtime, Podujevë e Deçan. Mez. H.
Orlaya grandiflora (L.) Hoffm. — Rahavec: livadhet e „Sejanit". Submed. T.

Aristolochiaceae

Aristolochia clematitis L. — Deçan: livadhet pranë arave. Submed. H.

Asclepiadaceae

Vincetoxicum hirundinaria Med. (=*Cynanchicum vincetoxicum*) (L.) Pers. — Rahovec: „Livadhet e Bilakit" të fshatit Ostrozub. Euraz. G.

Asteraceae (=Conpositae p.p.)

Achillea millefolium L. — E përhapur mjaft. Euraz. H.
Bellis perennis L. — Podujevë e Deçan. Evr. Mes. H.
Centaurea jacea L. — E përhapur gadi kudo. Euraz. H.
C. stoebe L. (=*C. rhenana* Boreau). — Klinë: buzë Drinit. Euraz. H.
Cirsium arvense (L.) Scop. — Deçan e Prishtinë: livadhet pranë arave. Euraz. G.
C. canum (L.) All. — I përhapur mjaft, kryesishtë në Rrafshin e Kosovës. Pont. H.
Inula britannica L. — E përhapur në shumicën e livadheve. Euraz. H.
I. germanica L. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Euraz. H.
I. oculus-christi L. — Klinë: po ato livadhe. Pont. H.
I. salicina L. — Prishtinë e Podujevë (pjesë të thata). Pont. H.
Leucanthemum vulgare Lam. — I përhapur. Euraz. H.
Matricaria chamomilla L. — Fushë Kosovë: fshati Bresje. Euraz. T.
Pulicaria dysenterica (L.) Bernh. — Ferizaj e Deçan. Evr. Mes. H.
Senecio erraticus Bertol. — Lipjan: livadhet në afërsi të qytetit. Submed. H.
Serratula lycopifolia (Vill.) Kern. — Prishtinë, Shtime, Klinë. Evr. Jug. H.
S. tinctoria L. — Shtimje, Prishtinë, Podujevë e Ferizaj. Euraz. H.
Tripleurospermum inodorum (L.) C.H. Schultz (=*Matricaria inodora* L.). — Prishtinë. Euraz. T.
Xanthium strumarium L. — Rrethina e Rahovecit. Kosm. T.

Boraginaceae

Cerinthe minor L. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Pont. Submed. H.

Echium italicum L. (=*E. altissimum* Jacq.). — Klinë po ato livadhe. Submed. T.

Myosotis laxa Lehm. subsp. *caespitosa* (K. F. Schultz). (=*M. caespitosa* K.F. Schultz). — Ferizaj. Euraz. H.

M. scorpioides L. (=*M. palustris* (L.) Hill). — Shtime e Podujevë: vende shumë të lagështa. Euraz. Submed. H.

Nonea pulla (L.) DC. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Pont. H.

Brassicaceae (=Cruciferae)

Capsella bursa-pastoris (L.) Med. — Fushë Kosovë: fshati Bresje. Kosm. T.

Rorippa prolifera (Heuff.) Neilr. — Shtime: vende shumë të lagështa. Mez. H.

R. sylvestris (L.) Bess. — E përhapur mjaft. Euraz. H.

R. pyrenaica (Lam.) Rchb. — Podujevë: livadhet te „Puset e Surkishit". Submed. H.

Caprifoliaceae

Sambucus ebulus L. — Deçan: livadhet e fshatit Lëbushë. Euraz. H.

Caryophyllaceae

Cerastium holosteoides Fries emend. Hyl. (=*C. caespitosum* Gilib.). — E përhapur. Kosm. T.

Dianthus armeria L. subsp. *armeriastrum* (Wolfn.) Velen. — Shtime e Deçan. Evr. Mes. T (H).

D. carthusianorum L. Prishtinë: livadhet e thata te aeroporti. Submed. Ch.

Lychnis flos-cuculi L. — I përhapur. Cirk. H.

Moenchia mantica (L.) Bartl. — E përhapur (vende jo të lagështa). Submed. T.

Petrorhagia saxifraga (L.) LK. (=*Tunica saxifraga* (L.) Scop.). — Klinë: livadhe të thata buzë Drinit. Submed. H.

Stellaria graminea L. — Prishtinë e Podujevë: Euraz. H.

Cichoriaceae (=Compositae p.p.)

Cichorium intybus L. — I përhapur. Kosm. H.

Crepis biennis L. — I përhapur. Evr. H.

C. nicaeensis Balb. ex Pers — Ferizaj (fshati Gërlicë). Submed. H.

C. setosa Hall. f. — I përhapur mjaft. Submed. T.

Hieracium bauhinii Schult. — Klinë, Podujevë e Prishtinë (vende të thata). Medit. H.

H. hoppeanum Schult. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Evr. Mes. H.

H. pilosella L. — Klinë: po ato livadhe. Euraz. H.

Hypochoeris maculata L. — Ferizaj e Podujevë. Euraz. H.

H. radicata L. — Klinë, Deçan e Podujevë (vende të thata). Evr. H.

Leontodon crispus Vill. subsp. *asper*. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Submed. H.

L. hispidus L. var. *hispidus*. — Klinë: po ato livadhe. Euraz H.

Podospermum canum C.A. Mey. — Podujevë: livadhet buzë Dumnicës. Pont. H.

P. laciniatum (L.) DC. — Prishtinë: livadhet e thata te aeroporti. Euraz. H.

Scorzonera villosa Scop. (=*Gelasia villosa* (Scop.) Cass, — Klinë:livadhet e thata buzë Drinit. Medit. H.

Taraxacum officinale Web. — I përhapur shumë. Euraz. H.

T. palustre (Ehrh.) Dahlst. — Prishtinë e Podujevë (vende të lagështa). Euraz. H.

Tragopogon orientalis L. (=*T. pratensis* L. subsp. *orientalis* (L.) Vel.). — I përhapur. Euraz. H.

T. pratensis L. — Rahavec e Prizren. Euraz. H.

Cistaceae

Helianthemum nummularium (L.) Mill. — Klinë e Ferizaj (vende të thata). Euraz. H.

Convolvulaceae

Convolvulus arvensis L. — I përhapur mjaft. Kosm. G.

Dipsacaceae

Knautia arvensis (L.) Coult. f. *pratensis* (Schm.) Szabo. — Podujevë: vende të thata buzë Dumnicës. Euraz. H.

K. integrifolia (L.) Bertol. — Livadhet buzë Llapit te Lupçi i Poshtëm. Evr. Jug. T.

K. macedonica Gris. var. *macedonica*. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Ballk. H.

K. macedonica Girs. var. *lyrophylla* Pančić.—Klinë: po ato livadhe. Ballk. H.

Scabiosa ochroleuca L. — Klinë: po ato livadhe. Euraz. H.
Succisa pratensis Moench. — Klinë e Gjakovë. Euraz. H.

Euphorbiaceae

Euphorbia cyparissias L. — Podujevë: livadhet buzë Dumnicës. Evr. Mes. H.
E. salicifolia Host. — Podujevë: po ato livadhe. Evr. H.
E. seguierana Neck. subsp. *seguierana*. — Klinë: livadhet e thata buzë Dribit. Euraz. H.

Fabaceae (=Papilionaceae)

Anthyllis vulneraria L. subsp. *bulgarica* (Sagorski) Cullen. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Evr. H.
A. vulneraria L. subsp. *praepropera* (Kern.) Bornm. (=*A. spruneri* (Boiss.) Beck.). — Klinë: po ato livadhe. Evr. H.
Astragalus cicer L. — Lupç i Poshtëm: livadhet buzë lumit Llap. Pont. H.
Chamaecytisus tommasinii (Vis.) Rothm. Ferizaj — (fshati Gërlicë) Ballk. Ch.
Chamaespartium sagittale (L.) Gibbs. (=*Genista sagittalis* L.) — Po aty. Submed. Ch.
Coronilla varia L. — Klinë e Podujevë (vende të thata). Euraz. H.
Galega officinalis L. — Lupç i Poshtëm: livadhet buzë Llapit. Pont. H.
Lathyrus aphaca L. — Podujevë: livadhet buzë Dumnicës. Submed. T.
L. hirsutus L. — Rahavec: livadhet e „Rimnikut" e të Potoçanit. Submed. T.
L. pannonicus (Jacq.) Garcke var. *versicolor* (Gmel.) K. Maly — Prishtinë: livadhet te aeroporti. Pont. H.
L. pratensis L. var. *pratensis* — Deçan, Klinë, Prishtinë e Podujevë. Euraz. H.
L. tuberosus L. — Deçan, Rahavec e Podujevë (vende të thata). Evr. Mes. G.
Lotus corniculatus L. subsp. *corniculatus* var. *corniculatus* f. *corniculatus* — E përhapur gadi në të gjitha livadhet e hulumtuara. Euraz. H.
L. corniculatus L. subsp. *corniculatus* var. *corniculatus* f. *hirsutus* Koch. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Euraz. H.
Medicago arabica (L.) Huds. — Suharekë: livadhet e fshatit Bllacë. Submed. T.
M. falcata L. — Rahovec („Rimnik") e Klinë (liv. buzë Drinit). Euraz. H.
M. lupulina L. — I përhapur. Euraz. T.
M. minima (L.) Bartal. — Prishtinë: livadhet e fshatit Grabovc. Pont. T.
M. nigra (L.) Krock. (=*M. hispida* Gaertn.) — Prishtinë: fshati Bresje. Evr. Jug. T.

M. sativa L. — Deçan e Prishtinë (livadhet pranë arave). Evr. Mes. H.
Onobrychis arenaria (Kit. e Schult.) DC. — Klinë e Podujevë. Pont. H.
Ononis arvensis L. var. *spinescens* Ledeb. (=*O. hircina* Jacq. var. *spinescens* Ledeb.). — Deçan, pejë e Klinë. Euraz. H.
O. spinosa L. — Rahovec, Deçan, Klinë e Podujevë. Evr. Mes. H.
Trigonella corniculata (L.) L. — Rahovec: livadhet e „Sejanit". Ballk. T.
Trifolium alpestre L. — Podujevë: livadhet e thata buzë Dumniaës. Evr. Mes. H.
T. angustifolium L. — Klinë e Podujevë (livadhe të thata). Submed. T.
T. arvense L. subsp. *gracile* (Thuil.) Nyman — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Evr. Mes. H.
T. balansae Boiss. — Prishtinë: livadhet e fshatit Miradi e Poshtme dhe ato te aeroporti. Evr. Jug. T.
T. campestre Schreb. — Podujevë, Klinë (vende të thata). Evr. Mes. T.
T. dalmaticum Vis. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Submed. T.
T. dubium Sibth. (=*T. minus* Sm.). — Podujevë: „Puset". e „Surkishrit".
T. filiforme L. — Podujevë, Prishtinë, Ferizaj e Suharekë. Submed. T.
T. fragiferum L. — I përhapur mjaft. Euraz. H.
T. hybridum L. — Klinë (fshati Budisalc). Euraz. H.
T. incarnatum L. subsp. *molineri* (Balb. se Hormen.) Syme. — Vende të thata të shumë livadheve. Submed. T.
T. michelianum Savi. — Prishtinë e Shtime: vende me shumë lagështirë. Evr. Jug. T.
T. montanum L. — Podujevë, Prishtinë e Klinë: vende të thata. Pont. H.
T. nigrescens Viv. — Suharekë: livadhet e fshatit Bllacë e Banjë. Submed. T.
T. ochroleucon Huds. — Prishtinë, Podujevë e Klinë: vende të thata. Pont. submed. H.
T. pallidum W. K. — Deçan, Suharekë e Kaçanik. Submed. T.
T. patens Schreb. — I përhapur shumë. Evr. Mes. T.
T. pratense L. — I përhapur shumë. Euraz. H.
T. pratense L. var. *sativum* Schreb. — Prishtinë (fshati Miradi e Poshtme). Euraz. H.
T. repens L. — I përhapur shumë. Euraz. H.
T. resupinatum L. — I përhapur shumë. Submed. T.
T. striatum L. — Prishtinë, Podujevë e Suharekë: vende të thata. Submed. T.
T. subterraneum L. — Prishtinë (Miradi e P.) e Podujevë (buzë Dumn.). Submed. T.
Vicia cordata Wulf. ex Sturm. — Deçan: buzë Bistricës. Euraz. T.
V. cracca L. — E përhapur. Evr. Mes. H.
V. peregrina L. — Lupç i Poshtëm: livadhet buzë Llapit. Euraz. T.

Geraniaceae

Erodium cicutarium (L.) L'Hér. — Lupç i Poshtëm: buzë Llapit. Submed. T.

Geranium dissectum L. — Deçan e Pejë. Euraz. T.
G. molle L. — Rahavec: „Livadhet e Ferizit" në Bërnjak. Euraz. T.

Hypericaceae (=Guttiferae p.p.)

Hypericum perforatum L. — Podujevë: buzë Dumnicës (vende të thata). Euraz. H.

Lamiaceae (=Labiatae)

Ajuga genevensis L. — Podujevë: buzë Dumnicës (vende të thata). Euraz. H.
A. reptans L. — Klinë e Shtime. Euraz. H.
Betonica officinalis L. (=*Stachys officinalis* (L.) Trev) — E përhapur. Evr. H.
Mentha aquatica L — Ferizaj, Rahavec e Suharekë: vende të lagështa Kosm. H.
M. longifolia (L) Huds — E përhapur Euraz. H.
M. pulegium L — E përhapur Euraz. H.
Phlomis tuberosa L — Sërbicë: buzë livadheve të fshatit Polac, Pont. H.
Prunella laciniata (L.) L. — Podujevë e Klinë: vende të thata. Submed. H.
P. vulgaris L. — E përhapur shumë. Kosm. H.
Salvia nemorosa L. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Euraz. H.
S. pratensis L. — Podujevë: livadhet e fshatit Ballovc. Euraz. H.
S. verticillata L. — Deçan: livadhet e fshatit Lëbushë. Evr. Mes. H.
Scutellaria hastifolia L. — Prishtinë, Ferizaj e Rahovec. Euraz. H.
Stachys palustris L. — Deçan e Rahovec. Cirk. G.
Teucrium chamaedrys L. var. *glanduliferum*. — Klinë (liv. e thata). Med. H.
T. scordium L. — Prishtinë: livadhet te aeroporti. Euraz. H.
Thymus tosevii Vel. — Gllogovc: liv. e fshatit Dobroshevc. Ballk. Ch.

Linaceae

Linum bienne Mill. (=*L. angustifolium* Huds.). — Podujevë: buzë Dumnicës. Submed. H.
L. catharticum L. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Euraz .T.
L. perenne L. — Klinë: po ato livadhe. Euraz. H.

Lythraceae

Lythrum salicaria L. — I përhapur. Euraz. H.
L. virgatum L. — Prishtinë (fsh. Bresje) e Shtime. Euraz. H.

Plantaginaceae

Plantago lanceolata L. — I përhapur shumë. Kosm. H.
P. major L. — Ferizaj e Rahovec. Euraz. H.
P. media L. — Podujevë e Gllogovc: livadhe të thata. Evr. Mes. H.

Polygalaceae

Polygala comosa Schkuhr. — Klinë:livadhet e thata buzë Drinit. Euraz. H.
P. vulgaris L. — Gllogovc (Dobroshevc). Evr. H.

Polygonaceae

Polygonum hydropiper L. — Prishtinë e Podujevë: vende të lagështa. Euraz. T.
Rumex acetosa L. — Deçan, Prishtinë e Podujevë. Euraz. H.
R. acetosella L. — Deçan e Podujevë: vende të thata. Kosm. H.
R. conglomeratus Murraj. — Ferizaj, Prishtinë, Pejë e Rahovec. Euraz. H.
R. crispus L. — I përhapur. Euraz. H.

Primulaceae

Lysimachia nummularia L. — E përhapur mjaft. Kosm. H.
L. vulgaris L. — Deçan, Klinë e Shtime. Euraz. H.

Ranunculaceae

Adonis vernalis L. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Pont. H.
Callha palustris L. — Prishtinë: fshati Miradi e Poshtme. Cirk. H.
Clematis integrifolia L. — Prishtinë (te aeroporti) e Sërbicë (Polac). Pont. H.
Ranunculus acris L. (=*R. acer* L.). — I përhapur mjaft. Euraz. H.
R. bulbosus L. — Deçan (buzë Bistricës) e Podujevë (Ballovc). Evr. Mes. G.
R. marginatus d'Urv. — Prishtinë, Podujevë, Gllogovc e Ferizaj. Submed. T.
R. millefoliatus Vahl. — Prishtinë (te aeroporti). Ballk. T.
R. neapolitanus Ten. — Rahovec, Deçan e Podujevë. Submed. H.
R. nemorosus DC. — Prishtinë, Podujevë e Klinë. Evr. Mes. H.
R. polyanthemos L. — Prishtinë, Podujevë e Deçan. Pont. H.
R. repens L. — I përhapur mjaft. Euraz. H.
R. sardous Cr. — Prishtinë, Podujevë, Deçan e Rahovec. Evr. Mes. T.

R. serbicus Vis. — Prishtinë (fsh. Bresje) e Rahovec (fsh. Ostrozub). Mez. H.

R. velutinus Ten. — Lipjan, Ferizaj, Rahovec e Prizren. Submed. H.

Thalictrum flavum L. — Lipjan dhe Deçan. Euraz. H.

T. lucidum L. subsp. *lucidum*. — Prishtinë, Lipjan, Podujevë e Deçan. Evr. Mes. H.

T. minus L. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Euraz. T.

Rosaceae

Filipendula vulgaris Moench (=*F. hexapeta a* Gilib.). — Prishtinë e Podujevë: vende të thata. Cirk. H.

Fragaria viridis Duchense. — Podujevë: pjesë të thata buzë Dumnicës. Euraz. H.

Potentilla argentea L. — Podujevë e Klinë: pjesë të thata. Cirk. H.

P. erecta (L.) Rauschel. — Klinë: pjesë të thata buzë Drinit. Euraz. H.

P. reptans L. — E përhapur shumë. Euraz. H.

Rosa arvensis Huds. — Podujevë: pjesë të thata buzë lumit Dumincë. Evr. P.

Sanguisorba minor Scop. — Podujevë: „Puset e Surkishit". Euraz. H.

S. minor subsp. *muricata* (Gremli) Briq. — Klinë: pjesë të thata buzë Drinit. Euraz. H.

S. officinalis L. — Istog e Podujevë. Euraz. H.

Rubiaceae

Asperula cynanchica L. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Submed. H.

Galium constrictum Chaubard. — I përhapur. Submed. H.

G. mollugo L. — Fushë Kosovë dhe buzë Llapit te Lupçi i Poshtëm. Euraz. H.

G. palustre L. — Shtime e Podujevë: pjesët ku qëndron uji. Euraz. H.

G. verum L. — I përhapur, por nëpër pjesë të thata. Euraz. H.

Sherardia arvensis L. — Deçan: livadhet pranë arave të fsh. Lëbushë. Evr. T.

Scrophulariaceae

Euphrasia stricta Host. — Pejë, Deçan, Klinë, Rahovec e Shtime. Evr. Mes. T.

Gratiola officinalis L. — Shtime, Deçan e Istog: pjesë të lagështa. Cirk. H.

Rhinanthus minor L. — I përhapur. Evr. T.

R. rumelicus Velen. — Ferizaj, Klinë e Prishtinë. Ballk. T.

R. serotinus (Sch nh.) Oborny (=*R. major* Ehrh.). — Lipjan, Prishtinë e Rahovec. Euraz. T.

Veronica arvensis L. — Prishtinë e Klinë. Euraz. T.

V. anagalis-aquatica L. — Shtime: vende me ujë. Kosm. H.

V. scutellata L. — Shtime e Podujevë: vende me ujë. Evr. Mes. H.

Valerianaceae

Valerianella rimosa Bast. — Podujevë: fshati Ballovc. Euraz. T.

Verbenaceae

Verbena officinalis L. — Deçan e Rahovec. Kosm. H.

Violaceae

Viola hirta L. — Podujevë: pjesët e thata buzë lumit Dumnicë. Euraz. H.

V. pumila Chaix. — Podujevë: livadhet buzë lumit Dumnicë. Pont. H.

LILIATAE (=*MONOCOTYLEDONEAE*)

Alismataceae

Alisma plantago-aquatica L. — Prishtinë, Shtime e Podujevë: pjesët me ujë. Kosm. H.

Amaryllidaceae

Leucojum aestivum L. — Shtime (shumë), Lipjan e Prishtinë. Submed. G.

Narcissus poëticus L. — Ferizaj (fsh. Lashkobare) e Gllogovc (Dobroshevc). Evr. Jug. G.

N. radiiflorus Salisb. — Ferizaj, Gllogovc, Prishtinë e Podujevë. Evr. Jug. G.

Cyperaceae

Bolboschoenus maritimus (L.) Palla (=*Scirpus maritimus* L.). — Rahovec (Potoçan i P.). Kosm. G.

Carex distans L. — I përhapur. Euraz. H.

C. divisa Huds. — Rahovec: „Livadhet e Ferizit" (shumë), Dublan i Poshtëm e Potoçan i P.) Evr Jug. G.

C. hirta L. — I përhapur. Evr. H.

C. leporina L. — Deçan, Ferizaj e Prishtinë. Evr. Mes. H.

C. melanostachya Willd. (=*C. nutans* Host). — Fushë Kosovë (Bresje). Euraz. H.

C. otrubae Podp. (=*C. vulpina* L. subsp. *nemorosa* K.). — I përhapur. Evr. H.

C. pallescens L. — Deçan: livadhet e fshatit Rastavicë. Cirk. H.

C. praecox Schreb. — Prishtinë. livadhet e fshatit Miradi e Poshtëme. Euraz. H.

C. spicata Huds. (=*C. contigua* Hoppe). — Deçan, Ferizaj e Prishtinë. Evr. Mes. H.

C. tomentosa L. — Ferizaj, Prishtinë e Shtime. Evr. Mes. H.

Eleocharis palustris (L.) Roem. & Schult. — Rahovec, Ferizaj e Prishtinë. Kosm. G.

Holoschoenus romanus (L.) Fritsih (=*H. vulgaris* LK.). — Gjakovë e Rahovec. Euraz. G.

Scirpus sylvaticus L. — Suharekë: fshati Bllacë. Cirk. H.

Iridaceae

Gladiolus illyricus Koch. — Deçan, Pejë, Gjakovë, Podujevë e Gllogovc. Evr. Jug. G.

Iris graminea L. — Shtime. Pont. Medit. G.

Juncaceae

Juncus acutiflorus Ehrh. ex Hoffm. — Ferizaj, Podujevë e Gllogovc. Evr. H.

J. articulatus L. — Rahovec, Deçan e Ferizaj. Euraz. H.

J. bufonius L. — Rahovec: fshati Potoçan i Poshtëm. Euraz. T.

J. compressus Jacq. — Prishtinë, Podujevë e Rahovec. Euraz. H.

J. effusus L. — Shtime. Evr. Mes. H.

J. inflexus L. (=*J. glaucus* Ehrh. ex Sbth.). — Pejë (fshati Leshan). Euraz. H.

Liliaceae

Allium carinatum L. — Podujevë (buzë Dumnicës), Klinë (fsh. Kijevë). Euraz. G.

A. vineale L. — Podujevë (buzë Dumnicës), Prishtinë (buzë Sitnicës). Evr. G.

Colchicum autumnale L. — Pejë, Deçan, Prishtinë e Podujevë. Evr. G.

Muscari comosum (L.) Mill. — Podujevë: pjesë të thata buzë Dumnicës. Med. G.

Ornithogalum narbonense L. (=*O. pyramidale* subsp. *narbonense* (L.) Asch. & Gr.). — Podujevë (buzë Dumnicës) e Rahovec („Rimnik", Ostrozub.) Medit. G.

Orchidaceae

Gymnadenia conopsea (L.) R. Br. — Pejë (Raushiq). Euraz. G.

Orchis laxiflora Lam. — Deçan e Ferizaj. Submed. G.

O. palustris Jacq. — Prishtinë, Shtime, Podujevë, Ferizaj e Pejë. Evr. Jug. G.

Poaceae (=Gramineae)

Aegilops cylindrica Host. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Euraz. T.

Agropyron repens (L.) PB. — Prishtinë, Deçan, Podujevë, Lipjan e Rahovec Euraz. G.

Agrostis canina L. — Deçan, Prishtinë, Gllogovc e Shtime. Euraz. H.

A. stolonifera L. (=*A. alba* auct. p.p.). — I përhapur. Cirk. H.

A. tenuis Sibith. (~*A. capillaris* L.). — Podujevë (Ballovc). Cirk. H.

Alopecurus pratensis L. — Ferizaj, Podujevë e Prishtinë (Bresje-shumë). Cirk. H.

A. utriculatus (L.) Sol. — I përhapur mjaft. Submed. T.

Anthoxanthum odoratum L. — I përhapur. Cirk. H.

Avenochloa versicolor (Vill.) Holub. (=*Avena versicolor* Vill.). — Podujevë (Ballovc). Evr. H.

Beckmannia eruciformis (L.) Host. — Shtime e Podujevë: vende me ujë. Cirk. H.

Bothriochloa ischaemum (L.) Keng (=*Andropogon ischaemum* L.). — Klinë. Submed. H.

Brachypodium pinnatum (L.) PB. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Euraz. H.

Briza media L. — Deçan, Pejë, Shtime e klinë. Euraz. H.

Bromus arvensis L. — Rahovec, Klinë e Istog. Euraz. T.

B. hordeaceus L. subsp. *hordeaceus* (=*B. mollis* L.). — Deçan e Podujevë. Euraz. T.

B. racemosus L. — I përhapur shumë. Euraz. T.

B. sterilis L. — Podujevë (Ballovc). Euraz. T.

Chrysopogon gryllus (L.) Trin. — Klinë: livadhet e thata buzë Drinit. Pont. medit. H.

Cynodon dactylon (L.) Pers. — Deçan, Rahovec e Ferizaj. Kosm. H.

Cynosurus cristatus L. — I përhapur mjaft. Evr. Mes. H.

Dactylus glomerata L. — Deçan, Pejë e Podujevë. Euraz. H.

D. glomerata L. subsp. *hispanica* (Roth) Nyman. — Klinë:livadhet e thata. Submed. H.

Danthonia alpina Vest (=*D. calycina* (Vill.) Rehb.). — Pejë, Podujevë e Shtime: pjesë të thata. Evr. Jug. H.

Dasypyrum villosum (L.) Borb. (=*Haynaldia villosa* (L.) Schur. — Podujevë e Klinë: pjesë të thata. Evr. Jug. T.

Deschampsia cespitosa (L.) PB. — Deçan, Pejë, Prishtinë e Shtime: pjesë të lagështa. Kosm. H.

Festuca arundinacea Schreb. subsp. *fenas* (Lag.) Arc. — Prishtinë (aeroport). Euraz. H.

F. pratensis L. — E përhapur shumë. Euraz. H.

F. pseudovina Hackel et Wiesb. — Podujevë (Ballovc) e Shtime. Pont. submed. H.

F. valesiaca Schleich. ex Gaudin. — Prishtinë (aeroport) e Klinë (buzë Drinit). Pont. submed. H.

Glyceria fluitans (L.) R. Br. — Shtime, Prishtinë e Rahovec: pjesët me ujë. Kosm. H.

Holcus lanatus L. — Deçan, Pejë, Ferizaj e Gllogovc. Kosm. H.

Hordeum bulbosum L. — Deçan, Pejë, Kaçanik e Ferizaj. Submed. G.

H. marinum Huds. (=*H. maritimum* Stokes). — Deçan, Rahovec, Prisht. e Podujevë. Pont. T.

H. secalinum Schreb. — Lipjan, Rahovec, Prishtinë, Podujevë e Ferizaj. Kosm. H.

Koeleria macrantha (Ledeb.) Spreng (=*K. gracilis* Pers.). — Podujevë e Klinë: pjesë të thata. Euraz. H.

Lolium perenne L. I përhapur shumë, Kosm. H.

Phleum pratense L. var. *pratense*. — Deçan e Podujevë. Euraz. H.

Phragmites australis (Cav.) Trin. ex Steud (=*Ph. communis* Trin.). — Lipjan, Shtimje e Suharekë. Kosm. G.

Poa bulbosa L. subsp. *vivipara* Koel. Deser. Gram. — Podujevë. Evr. Mes. H.

P. pratensis L. — Prishtinë, Podujevë e Rahovec. Kosm. H.

P. sylvicola Guss. E përhapur shumë. Evr. Mes. H.

Trisetum flavescens (L.) PB. — Ferizaj (fshati Gërlicë). Cirk. H.

Ventenata dubia (Leers) Coss. — Prishtinë (Grabovc) e Podujevë (Ballovc). Pont. T.

Typhaceae

Sparganium emersum Rehm. (=*S. simplex* auct.). — Shtime e Suharekë: vende me ujë. Euraz. G.

PËRFUNDIM

Në këtë punim është dhënë flora e tërësishme, deri më tani e hulumtuar, e livadheve ultësinore të Kosovës.

Në këto livadhe, deri më tani, kemi konstatuar se rriten 289 taksone të bimëre vaskulare. Prej këtij numri, afro 20 janë taksone bimore të reja për florën e Kosovës, për shumicën prej të cilëve tanimë kemi shkruar në disa punime të mëhershme; kurse për afro 30 taksone të tjera janë shënuar lo-

Tabela 1. Elementët floristikë të florës së livadheve ultësinore të Kosovës.

Elementi floristik	Numri i taksonëve	%
1. Ballkanik	6	2,09
2. Cirkumpolar	14	4,87
3. Kosmopolit	24	8,33
4. I Evropës	18	6,25
5. I Evropës së Mesme	29	10,07
6. I Evropës Jugore	13	4,51
7. Euraziatik	112	38,89
8. Mediteranik	5	1,73
9. Mezik	3	1,04
10. Pontik	24	8,33
11. Submediteranik	40	13,89

kalitete të reja ne Kosovë (*Avenochloa versicolor*, *Beckmannia eruciformis*, *Dactylis glomerata* subsp. *hispanica*, *Festuca arundinacea* subsp. *fenas*, *Gladiolus illyricus*, *Hordeum bulbosum*, *Hordeum marinum* e tj.).

Duke bërë analizën e elementëve floristikë dhe analizën e formave jetësore, kemi konstatuar se elementi floristik më i përhapuri në florën e livadheve ultësinore të Kosovës, është ai euraziatik (112, përkatësisht 38,89%), por, është i përhapur mjaft edhe elementi floristik submediteranik (40, përkatësisht 13,89). Prej formave jetësore dominojnë këtu hemikriptofitet (65,99), por, janë të përfaqësuara mirë edhe terofitet (afro 21%) — tab. 1, 2.

Pjesëmarrja relativisht e madhe e elementit floristik submediteranik dhe e terofiteve në florën e livadheve ultësinore të Kosovës, flet për një ndikim të konsiderueshëm të klimës mesdhetare në teritorin e hulumtuar.

Tabela 2. Format jetësore të florës së livadheve ultësinore të Kosovës

Format jetësore	Numri i taksonëve	%
1. Terofitet (T)	60	20,83
2. Geofitet (G)	32	11,11
3. Hemikriptofitet (H)	190	65,99
4. Kamefitet (Ch)	5	1,73
5. Fanerofitet (P)	1	0,34

LITERATURA

Beldie, Al., 1977: *Flora Romanei (determinator ilustrat al plantelor vasculare)* I. Editura Repub. Soc. Romania, Bucurest.

Ehrendorfer, F., (Edit.) 1973: *Liste der Gefässpflanzen Mitteleuropas*, 2. Auf. Gustav Fischer Verlag, Stuttgart.

Ellenberg, H., 1974: *Zeigewerte der Gefässpflanzen Mitteleuropas*. Scripta Geobotanica 9, Verl. Erich Goltze KG, Göttingen.

Hayek, A., 1927—1933: *Prodromus Florae peninsulae Balcanicae I—III*, Berlin-Dahlem.

Hegi, G., 1906—1935: *Illustrierte Flora von Mitteleuropa*, I—VII, München.

Horvatić, S., (edit.) 1967—1974: *Analitička flora Jugoslavije*. Svezak 1, br. 1—3, Institut za botaniku Sveuč. u Zagrebu.

Hundozi, B., 1980: *Vegetacija nizinskih livada na Kosovu* (Diss. — manuscript), Prirodoslovno-matematički fakultet, Zagreb.

Javorka, S., 1934: *Iconographia florae Hungaricae*, Budapest.

Josifović, M., (edit.) 1970—1977: *Flora SR Srbije*, I—IX. SANU, Beograd.

Micevski, K., 1964: *Tipološki istražuvanja na vegetacijata na nizinskite livadi vo Makedonija*. Godišen zborn. na Prir.-mat. fak. Univ. vo Skopje 15 (1964), 3, 121—174.

Micevski, K., 1968: *Livadska vegetacija na Kosovo Polje*. Godišen zborn. na Prir.-mat. fak. Univ. vo Skopje 20 (1967), 135—146.

Tutin, T., 1964—1976: *Flora Europaea*, 1—4, Cambridge.

FLORA NIZINSKIH LIVADA KOSOVA

Beqir Hundozi

Rezime

U ovom radu donosimo celokupnu, do sada istraživanu, floru nizinskih livada Kosova.

Višegodišnjim istraživanjima vegetacije nizinskih livada Kosova, nađeno je u vegetaciji ovih livada 289 taksona vaskularnih biljaka iz različitih familija.

Familije, a unutar njih i niži taksoni, raspoređeni su u okviru viših sistematskih jedinica abecednim redom, dok je nomenklatura uzeta prema Ehrendorferu (1973).

Za svaki biljni takson navedena su nalazišta, te pripadnost odgovarajućem flornom elementu i životnom obliku.

Oko 20 taksona su novi floru Kosova, za većinu od kojih već smo pisali u ranijim radovima; dok smo za oko 30 taksona utvrdili nova nalazišta na Kosovu (*Avenochloa versicolor, Beckmannia eruciformis, Dactylis glomerata* subsp. *hispanica, Festuca arundinacea* subsp. *fenas, Gladiolus illyricus, Hordeum bulbosum, Hordeum marinum* i dr.).

Analizirajući florne elemente i životne oblike, utvrdili smo da je u sastavu travnjačke flore nizinskih livada Kosova najzastupljeniji eurazijski (112, odnosno 38,89%), ali je obilno zastupljen i submediteranski (40, odnosno 13,89%) florni element. Od životnih oblika dominiraju hemikriptofiti (65,99%), ali, što je veoma značajno, obilno su zastupljeni i terofiti (cca 21%) — tab. 1, 2.

Relativno veliko učešće submediteranskog flornog elementa i terofita u sastavu travnjačke flore nizinskih livada Kosova, govori o znatnom uticaju mediteranske klime na ovo područje.

FLORA OF LOWLANDS MEADOWS OF KOSOVO

Beqir Hundozi

Summary

In this paper we are presenting the complete, up to now investigated the flora of lowland meadows of Kosova.

During the many years of investigation of vegetation of lowland meadows of Kosovo, we have found 289 taxons of vasculər plants of diferent families.

These families, and within them lower taxons, have been sorted out in higher sistematic units according to the alphabetic order; whereas the nomenclature has beer taken by Ehrendorfer (1973).

For each plant taxon we have given localities and we have also told to what floristic elements and life forms they belong.

About 20 taxons are new for the flora of Kosova, for most of these we have written befor; whereas for about 30 taxons we have established new localities in Kosovo (*Avenchloa versicolor, Beckmannia eruciformis, Dactylis glomerata subsp. hispanica, Festuca arundinacea* ssp. *fenas, Gladiolus illyricus, Hordeum bulbosum, Hordeum marinum* and others).

By analysing floristic elements and life forms, we have found out that within the structure of flora of lowland meadows of Kosovo, the most spread one is the Euro-Asian element (112, respectively 38,89%), but sub-mediterranean floristic element is also abundant (40, respectively 13,89%). Concering life forms, hemicryptophites are predominant (65,99%), but what is very significant terophytes are also quite abundant (about 21%) — tab. 1, 2.

This relativly great participation of sub-mediterranean floristic element and terophytes within the structure of flora of lowland meadows of Kosova, shows a noticable influence of Mediterranean climate in this region.

Punimin e ka finansuar Bashkësia Krahinore e Punës Shkencore të KSA të Kosovës, e në kuadër të projektit „Hulumtime në florën e KSA të Kosovës".

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (253 — 259)

ROD SAXIFRAGA U FLORI KOSOVA

Ferat Rexhepi

Abstrakt

Tokom dosadašnjih sistematskih florističkih istraživanja na području Kosova iz roda *Saxifraga L.* su konstatovane 20 vrsta koje su u ovom radu opisane abecednim redom. Te vrste su: Saxifraga adscendens L., S. aizoides L., S. aizoon Jacq (S. paniculata Mill.), S. androsacea L., S. bulbifera L., S. carpatica Rchb., S. exarata Vill., S. glabella Bertol, S. graeca Boiss., S. grisebachii Deg. et Dörfler, S. heucherifolia Gris. et Schenk, S. marginata Sternb, S. moschata Vulf, S. oppositifolia L., S. rotundifolia L., S. scardica Gris., S. sempervivum C. Koch, S. stellaris L., S. taygetea Boiss. et Heldr., S. tridactylites L. Ovaj broj je relativno veliki ako se uzme u obzir da na čitavom području Evrope rastu oko 123 vrsta.

UVOD

U okviru familije Saxifragaceae, rod Saxifraga L., obuhvata oko 300 vrsta rasprostranjenih u planinskim masivima u umerenoj i hladnoj zoni obeju hemisfera, ali neke vrste se nalaze i u tropskim područjima naročito u visokim planinama. Hayek, 1927 spominje 39 vrsta, „Flora Europaea 123 vrsta, Flora NR Bulgarije IV (1770) 23 vrsta, Stojanovet Kitanov, 1966 spominju 17 vrsta, Diklić et Nikolić odnosno Nikolić et Diklić spominju nekoliko vrsta, Rexhepi, 1985 spominje 18 vrsta, Flora SRS IV (1972) i IX (1977) spominje 25 vrsta. Naš rad obuhvata 20 vrsta sa nekoliko podvrsta i varieteta koje su rasprostranjene na području Kosova uglavnom na visokoplanjskim područjima. To su: Saxifraga adscendens, S., aizoides, S. aizoon, S. androsacea, S. bulbifera, S. carpatica, S. glabella, S. graeca, S. grisebachii, S. exarata, S. heucherifolia, S. marginata, S. moschata, S. oppositifolia, S. rotundifolia, S. scardica, S. sempervivum S. stellaris, S. taygetea i Saxifraga tridactylites.

METODE RADA

Floristička istraživanja iz roda Saxifraga na područje Kosova vršena su sistematski od 1980 godine pa i ranije. Determinacija vrste kao i nižih taksona je vršena pomoću raznih flora naše i strane literature koja obuhvata rod Saxifraga. Za svaku vrstu dato je opšte rasprostranjenje, visinski pojas, florni elemenat, tip vegetacije gde je vrsta rasprostranjena i područje rasprostranjena na teritoriji Kosova. Deo florističkog materijala se nalazi u sopstveni herbar autora.

REZULTATI RADA

Tokom sistematskih florističkih istraživanja, kao i na osnovu literature iz roda Saxifraga L., na području Kosova do sada su konstatovane 20 vrsta koje su u ovaj rad opisane abecednim redom.

1. Saxifraga adscendens L.

Dvogodišnja zeljasta biljka koja živi na planinama Evrope, Azije (Kaukaz) Severne Amerike. Pripada arktičko-cirkumpolarnom flornom elementu. Na području Kosova je rasprostranjena na visokoplaninskim predelima, na krečnjačkim stenama Prokletijskog sektora. U vertikalnom pogledu nastanjena je od subalpinske do alpinske zone u zajednicama vegetacije stena i pukotinama stena razreda Asplenietea rupestris (H. Meier) Br. Bl 1934 i u vegetaciji planinskih rudina na krečnjacima razreda Elyno — Seslerietea Br. Bl. 1948.

2. Saxifraga aizoides L.

Višegodišnja busenasta biljka koja je rasprostranjena u Evropi, Sibir i Severnu Ameriku. Pripada cirkumpolarnom flornom elementu. Raste na kamenjarima i vlažnim mestima u alpijskom pojasu. Za područje Kosova je poznata iz Prokletije (Kurvala) i Šar planine. Nastanjena je na mestima gde sneg duže vreme stoji u zajednici Saxifrageto — Rumicetum nivalis Hor. 1936 u okviru sveze Arabidion coeruleae Horv. 1960 i reda Arabidetalia coeruleae Horv. 1960. Klimatski i geološki uslovi ovih terena su veoma ekstremni.

3. Saxifraga aizoon Jacd. (S. paniculata Mill.)

Višegodišnja zeljasta biljka sa mnogobrojnim sterilnim loptastim rozetama koja je rasprostranjena u severnoj i istočnoj Evropi kao i u Severnoj Americi i pripada severno-evroameričkim flornom elementu. Raste u stenama visokih nadmorskih visina ali na srednjim masivima i na manjim visinama, uglavnom na krečnjaku ali i na gnajsu, granitu i drugoj geološkoj podlozi. Na području Kosova je dosta rasprostranjena. Karakterstična je vrsta reda

Crepidetalia dinaricae Lak. 1966 u okviru vegetacije planinskih rudina na krečnjaku — razreda Elyno ≤ Seslerietea Br. Bl. 1948. Često su oblici S. aizoon var. aizoon i S. aizoon var. breviflora Engl.

4. Saxifraga androsacea L.

Višegodišnja zeljasta biljka sa prizemnim rozetama lista koja ima areal rasprostranjenja na planinama Evrope i Sibira i pripada alpskom flornom elementu. Na područje Kosova je rasprostranjena na alpinskom regionu Šar planine (Bistra). Raste na hladnim mestima gde se topi sneg i na vlažnim stenama kao i na alpinskim pašnjacima na silikatu. Česta je u zajednicama sveze Silenion lerchenfeldianae Horv. et Pawl. 1949 (u ass. Asplenieto — Silenetum lerchenfeldianae Horv. 1936). Javlja se i u alpinskim pašnjacima u zajednicama sveze Seslerion comosae Horv. 1935 em. Lak. 1966.

5. Saxifraga bulbifera L.

Rasprostranjena je u Evropi i pripada evropskom flornom elementu. Raste u raznim fitocenozama brdskog regiona. Javlja se kako na livadskim tako i na šumskim zajednicama kako na krečnjaku tako i na silikatu. Na području Kosova je prilično rasprostranjena.

6. Saxifraga carpatica Rchb.

Saxifraga carpatica je balkanska endemična vrsta koja je rasprostranjena na nekim planinama južnog dela Balkanskog poluostrva. Na području Kosova javlja se na alpinskom regionu Koritnika, Koprivnika, Nedžinata i dr, na silikatnim i karbonatnim stenama. Česta je u zajednicma sveze Ramondion nathaliae Horv. 1935 (u zajednicama Saxifrageto — Potentilletum speciosae Horv. 1937 i Achilleo — Aubritietum gracilis Horv. 1936.

7. Saxifraga exarata Vill.

Višegodi;nja biljka koja je rasprostranjena u planinama Evrope i Azije (manje) u alpinskom pojasu te pripada alpskom flornom elementu. Javlja se u vlažnim stenama i kamenjarima u okviru vegetacije u pukotinama krečnjačkih stena. Na području Kosova je rasprostranjena subsp. villarsii (Engl. et Irmsch.) Hayek na Prokletijama (Derviš Kom, Djeravica).

8. Saxifraga glabella Bertol.

Višegodišnja busenasta biljka sa mnogobrojnim lisnatim rozetama koja je rasprostranjena na alpinskom regionu Apeninskog i Balkanskog poluostrva te pripada apeninsko-balkanskom flornom elementu. Na području Kosova je rasprostranjena na Šar planini (Bistra, Koritnik) i Prokletijama (Koprivnik, Derviš Kom, Djeravica i dr.). Javlja se u vegetaciji krečnjačkih snježnika koje

podnose veliku vlagu i duži snježni pokrov koji često traje do sredinom leta te vegetacija se razvija krajem jula i početkom avgusta. Karakteristična je vrsta sveze Arabidion coeruleae gde dolazi zajednica Saxifrageto — Rumicetum nivalis Horv. 1936.

9. Saxifraga graeca Boiss.

Takođe je apeninsko — balkanska vrsta koja je rasprostranjena u planinskom i subalpinskom pojasu. Raste na travnim i žbunastim površinama. Na području Kosova je retka biljka i javlja se samo na planini Koritnik, na krečnjačkim terenima subalpinskog pojasa. Raste u zajednici sveze Onobrychi — Festucion Horvl 1960 (u ass. Helianthemo — Globularietum bellidifoliae Rexhepi et Randj. 1984.).

10. Saxifraga grisebachii Deg. et Dörfler

To je endemična vrsta Balkana (balkanaski florni element) koja je rasprostranjena na subalpinskom pojasu (ponekad se javlja i na niže nadmorske visine) u pukotinama krečnjačkih stena. Ta vegetacija je sastavljena od brojnih reliktnih vrsta tercijarne starosti koje imaju poreklo od tropske arktotercijarne staromediteranske vegetacije. Karakteristična je vrsta sveze Ramondion nathaliae Horv. 1935 (u ass. Saxifrageto — Potentilletum speciosae Horv. 1937.). Na području Kosova javlja se sa dve podvrste — S. g. subsp. grisebachii koja je rasprostranjena u Zborsko i S. g. subsp. montenegrina (Halacsy et Bald.) Mic. et Mayer na planini Ošljak.

11. Saxifraga heucherifolia Gris. et Sxhenk

Areal rasprostranjenja ove vrste su Karpati i Balkansko poluostrvo te pripada karpatsko-balkanskom flornom elementu. Na područje Kosova je rasprostranjena na Prokletijama na travnim površinama subalpinskog i alpinskog pojasa, i u vegetaciji oko snježnika te je karakteristična vrsta sveze Arabidion coeruleae.

12. Saxifraga marginata Sternb

To je evropska vrsta koja je rasprostranjena u južnoj Evropi (i nešto malo i u centralnoj Evropi). Pripada planinskom evropskom flornom elementu. Na područje Kosova je rasprostranjena u subalpinskim i alpinskim predelima Šar planine (Koritnika) i Prokletijama (Djeravica Derviš Kom, Kurvala). Javlja se na krečnjaku te ulazi u sastav vegetacije u pukotinama krečnjačkih stena i karakteristična je vrsta sveze Ramondion nathaliae Horv. 1935. Na planinama Kosova nalaze se dva varijeteta ove vrste S. m. var. coriophylla (Gris.) Engl. na Prokletijama i S. m. var. karadžicensis (Deg. et Koš.) Engl. balkanski endemit rasprostranjen na Koritniku.

13. Saxifraga moschata Wulf.

Rasprostranjena je u Evropi i Aziji. Pripada evroazijskom alpijskom flornom elementu. Česta je na visoko planinskim područjima Kosova naročito na krečnjaku ali se javlja i na drugim stenama. Javlja se na alpijskim pašnjacima reda Crepidetalia dinaricae Lak. 1966 i u vegetaciji oko snježnika (Salicetea herbaceae Br. Bl. 1947).

14. Saxifraga oppositifolia L.

Arktička kamenika je rasprostranjena u Evropi, Aziji i Severnoj Americi. Pripada evroazijsko-američko alpiskom flornom elementu. Javlja se na vlažnim stenama i u vegetaciji oko snježnika. Ulazi u sastav zajednica u okviru sveze Arabidion coeruleae Horv. 1960 i Salicion herbaceae Br. Bl. 1926. Na Kosovu javlja se na Prokletijama (Djeravica).

15. Saxifraga rotundifolia L.

Rasprostranjena je u Evropi i Aziji. Pripada evroazijskom flornom elementu. Na području Kosova široko je rasprostranjena. Ulazi u mnogobrojnim zajednicama od brdskog do subaplijskog pojasa. Česta je u šumskim i žbunastim zajednicama planinskog i subalpijskog predela. Na Kosovu nalazimo oblik S.r. var. rotundifolia koji je široko rasprostranjen i S.r. var. hirsuta Stern., ređi od predhodnog varijeteta.

16. Saxifraga scardica Gris.

Saxifraga scardica je endemična vrsta balkanske flore. Pripada balkanskom flornom elementu (južni deo Balkanskog poluostrva). Na visokim planinama Kosova javlja se u alpijskom pojasu (ređe i u subalpijskom pojasu) Koritnika, Koprinvika i Nedžinata. Ulazi u sastav vegetacije u pukotinama krečnjačkih stena te je karakteristična vrsta sveze Ramondion nathaliae Horv. 1935 odnosno reda Potentilletalia caulescentis Br. Bl. 1926.

17. Saxifraga sempervivum C. Koch.

Takođe i ova biljka je endemična vrsta balkanske flore i pripada balkanskom flornom elementu. Na području visokoplaninskih predela Kosova je retka. Javlja se u subalpijskom i alpiskom pojasu na karbonatnim stenama. Ulazi u vegetaciji na pukotinama krečnjačkih stena kao predhodna vrsta, na Šar planini i na Prokletijama.

18. Saxifraga stellaris L.

Rasprostranjena je na planinama Evrope. Pripada evropskom flornom elementu. Raste pored planinskih potoka na vlažnim mestima gde se sneg topi

i dr., u subalpijskom i alpijskom pojasu. Značajna je vrsta u vegetaciji acidofilnih niskih cvetova sveze Caricion canescentis fuscae Horv. 1960 odnosno reda Caricetalia fuscae W. Koch. 1926. Na području Kosova je rasprostranjena na visokoplaninskim predelima Šar planine i Prokletija.

19. Saxifraga taygetey Boiss. et Heldr.

Pripada balkanskom flornom elementu tj. endemit balkanske flore. Raste na kamenjarima i stenama alpijskog pojasa. Na području Kosova je konstatovana na Šar planini i na Prokletijama (Djeravica, Derviš Kom i dr.). Ulazi u sastav raznih fitocenoznoza alpijskih pašnjaka i vegetacije stena.

20. Saxifraga tridactylites L.

To je široko rasprostranjena vrsta u Evropi, Aziji i Severnoj Americi, te pripada evroazijsko-severoameričkom flornom elementu. Na podiučje Kosova je rasprostranjena na raznim fitocenozama naročito na toplim i suvim mestima.

ZAKLJUČAK

U ovom radu su obuhvaćene 20 vrsta i nekoliko nižih taksona iz roda Saxifraga L., koje su rasprostranjene na području Kosova. Te vrste su: Saxifraga adscendens, S, aizoides, S. aizoon, S. androsacea, S. bulbifera, S. carpatica, S. exarata, S. glabella, S. graeca, S. grisebachii, S. heucherifolia, S. marginata, S. moschata, S. oppositifolia, S. rotundifolia, S. scardica, S. sempervivum, S. stellaris, S. taygetea i Saxifraga tridactylites. Ovaj broj je relativno veliki ako se uzme u obzir da na čitavom području Evrope rastu oko 123 vrsta.

LITERATURA

Diklić, N., V. Nikolić, 1974, 1978, 1980: *Novi podaci o nalazištu biljnih vrsta u SR Srbiju (IV, VII, IX).* Glasnik Prir. muzeja, Beograd.

Hayek, A. 1927: *Prodromus Florae peninsulae Balcanicae.* Berlin-Dahlem.

Horvat, I. 1960: *Planinska vegetacija Makedonije u svjetlu suvremenih istraživanja.* Izdanija na prirodonaučniot muzej, Skopje.

Jordanov, D. (ed.) 1970: *Flora NR Bulgarije (IV),* BANU, Sofia.

Josifović, M. (ed.) 1972, 1977: *Flora SRS (IV, IX),* SANU, Beograd.

Nikolić, V., N. Diklić, 1975, 1979, 1981: *Novi podaci o nalazištu biljnih vrsta u SR Srbiji (V, VIII, X).* Glasnik Prir. muzeja, Beograd.

Rexhepi, F. 1982: *Vegjetacioni i Kosovës dikur dhe sot.* Përparimi, revistë shkencore, 2—3, Prishtinë.

Rexhepi, F. 1986: *Flora e Maleve të larta të Kosovës* 1986. Prishtinë.

Stojanov et Al. 1966: *Visokoplaninskite rastenija v Balgariea.* Nauka i Iskustvo, Sofia.

Tutin, TG., et al. *Flora Europaea.* Cambridge.

GJINIA SAXIFRAGA L. NË FLORËN E KOSOVËS

Ferat Rexhepi

Rezime

Hulumtimet floristike në kuadrin e gjinisë SAXIFRAGA L., në regjionin e Kosovës janë bërë sistematikisht prej vitit 1980 ose edhe më parë. Këto hulumtime vazhdojnë edhe tani. Gjatë këtyre hulumtimëve si edhe në bazë të literaturës nga gjinia SAXIFRAGA L. në regjionin e Kosovës janë verifikuar 20 lloje (species) me disa nenlloje (subspecies), varietete (varietas) të cilat janë të përhapura kryesisht në zonën e lartësive të larta mbidetare — zonën subalpike dhe alpike. Këto lloje janë: Saxifraga adscendens L., S. aizoides L., S. aizoon Jacq (S. paniculata Mill.), S. androsacea L., S. bulbifera L., S. carpatica Rchb. S. exarata Vill., S. glabella Bertol, S. graeca Boiss., S. grisebachii Deg. et Dörfler, S. heucherifolia Gris., et Schenk, S. marginata Sternb., S. moschata Wulf, S. oppositifolia L., S. rotundifolia L., S. scardica Gris., S. sempervivum C. Koch, S. stellaris L., S. taygetea Boiss. et Heldr., S. tridactylites L.

Për çdo lloj janë dhënë shenime të konsiderueshme si përhapja e përgjithëshme, zona e lartësisë mbidetare, elementi floristik, tipi i vegjetacionit ku është i përhapur lloji dhe rethina e përhapjes se llojit në territorin e Kosovës.

GENDER SAXIFRAGA L. IN THE FLORA OF KOSOVA

Ferat Rexhepi

Summary

Floristical researching on Gender of frame (Saxifraga) in territory of Kosova are made Systematical researching from 1980 and earlier. Researching is continued more and more. During this researching as on the base of literature of *Saxifraga L.* Gender in territory of Kosova till now are made twenty (20) sorts of conclusion with some subgroups (subsort) and varietes which are spreaded mainly on high-mountains territories. They are: Saxifraga adscendens L., S. aizoides L., S. aizoon Jacq., S. androsacea L., S. bulbifera L., S. carpatica Rchb., S. exarata Vill., S. glabella Bertol, S. graeca Boiss., S. grisebachii Deg. et Dörfl., S. heucherifolia Gris. et Schenk, S. marginata Sternb., S. moschata Wulf., S. oppositiofolia L., S. rotundifolia L., S. scardica Gris., S. sempervivum C. Koch, S. stellaris L., S. taygetea Boiss et Heldr., S. tridactylites L.

For every-sort is given a general difuzion, high belt floric element, type vegetation, where this sort is spreaded on region of Kosova's territory.

Rad je finansirala Pokrajinska zajednica za naučni rad SAP Kosova, u okviru projekta „Istraživanja u flori SAP Kosova".

KIMI—HEMIJA

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (263 — 266)

SHQYRTIMI I MUNDËSISË SË PASURIMIT TË HEDHURINËS SË XEHËS SË KROMIT PAS SEPARIMIT SELEKTIV

Skender Nushi

Abçtrakt

Është eksperimentuar me hedhurinën e xehës së Kromit pas separimit selektiv nga xehërorja e kromit Deva. Punimi kishte për qellim zvoglimin e humbjeve të kromit dhe ngritjen e shkallës se koncentrimit te Cr_2O_3 ne koncentrat.

HYRJE

Pas separimit selektiv nga xehja e kromit nxirren dy lloj koncentrate Koncentrati metalurgjik me 48% Cr_2O_3 dhe Koncentrati refraktar me 57%, Cr_2O_3. Një pjesë tëxehës me kokerrzin të vogël, uji e bartë në hedhurina. Xehja e hedhur permban sasi 9—12% Cr_2O_3. Kur dëshirojmë me nxjerr koncentrat të cilsisë së mirë, sasia e kromit në hedhurina rritet deri 15% Hedhurina kryesisht përbëhët nga materialet e ndryshme me kokërrzim 0—1 mm.

EKSPERIMENTI DHE DISKUTIMI REZULTATEVE

Është punuar në kushte laboratorike. Flotacioni është mbajt në mesin bazik pH=9,5 më ndihmën e karbonatit të natriumit 0,3 g/l. Si mjet flotimi është përdor preparati CMC — 0,5 g/l dhe kolektori Fa-2 me sasi 1,6 g/l.

Materiali i mostruar është seleksionuar sipas kokërrzimit (tabela 1) me sitat vibruese. Materiali seleksionuar është analizuar në ellulat e flotacionit të tipit Penwer. Temperatura e procesit ka qenë 25° C dhe është mbajtë konstant me termometrin kontakt. Janë berë prova në rritje të kolektorit të flotimit dhe zvoglim të njejtit flotues. Si preparat i stabilizimit të silikateve është perdor silikati i natriumit.

Tabela 1. Permbajtëja e kokerrzimit në %

MOSTRA	−0,1	0,1−05	0,5−0,75	0,75−1	1−2 mm
I	20,15	75,61	2,70	0,65	0,47
II	19,53	72,65	5,32	1,29	1,01
III	21,23	71,99	4,87	1,06	0,85
IV	19,70	72,98	6,10	0,85	0,37
V	20,62	73,28	3,92	1,42	0,76
VI	20,18	73,52	4,20	0,96	1,14

Tabela 2. Përberja kimike e hedhurinës

MOSTRA	I	II	III	IV	V
Cr_2O_3	9,8	11,6	13,4	10,2	14,7
FeO	15,5	12,4	14,3	13,2	11,6
SiO_2	19,7	21,2	23,0	24,4	20,7
CrO	1,3	2,0	1,8	2,6	1,5
Al_2O_3	16,5	13,7	14,2	12,9	15,4
MgO	33,6	33,3	31,5	32,1	33,1
Humb. ne djeg.	3,6	2,9	1,8	4,6	3,0

Tabela 3. Ndikimi perqendrimit të flotuesit anionik CMC ne flotim

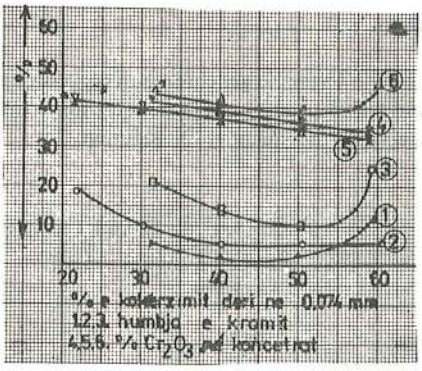
	Përqëndrimi në g/l						
	0,075	0,100	0,150	0,200	0,250	0,300	0,350
% Cr_2O_3	52	50	47	46	49	45	46
% humbjes së kromit	7	13	17	14	3	7	25

Përqëndrimi optimal i mjetit flotues CMC është 0,250 g/l, me këtë përqendrim fitojm koncentrat të Kromit me përmbajteje të Cr_2O_3 49%, dhe humbja e kromit në hedhurinë është vetëm 3%. Ketë sasi të mjetit flotues mund ta quejm kritike sepse çdo rritje ose zvoglim te qonë në humbje të kromit.

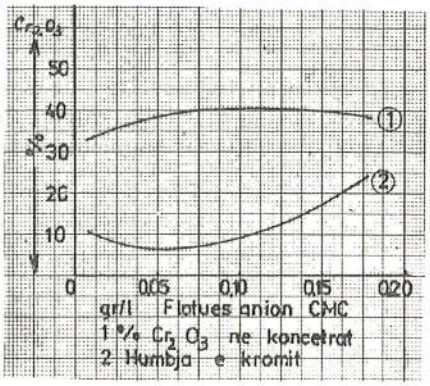
Mjeti disperzues me sasi 0,3 g/l jep rezultat shumë te mirë, fitohet koncentrat me 51% Cr_2O_3 dhe humbja e Kromit në hedhurinë është vetëm 7,5%. Me rritjen e sasisë së mjetit disperzues, cilsia e koncentratit zvoglohet dukshëm.

Kokërrzimi ka ndikim të rëndësishem në cilsin e koncentratit. Kur sasia e kokërrz'mit 0,074 mm) është e madhe, cilsija e kromit zvoglohet, ndërsa humbja e kromit në hedhurinë mbetet përafersisht e barabartë deri kur sasia e kokërzimit 0,074 mm, bie në 54% diagrami 1, 2, 3.

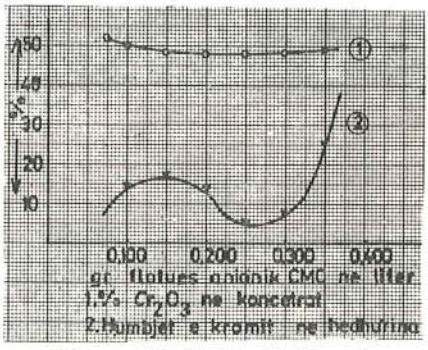
Hedhurina që përmban 9—12% Cr_2O_3 mund të përdorët përsëri për të fitu koncentrat të kromit me 42% Cr_2O_3. Rrol të rëndësishëm në përpunimin e xehës luan zgjedhja e kolektorit, mjetit flotues dhe veçanërisht sasia e tyre në tretësirë.



Diagrami 1. Flotimi i kokërzimeve te ndryshme



Diagrami 2. Flotimi me flotuesin anionik CMC



Diagrami 3. Ndikimi i fiotuesit CMC në flotim

LITERATURA

[1]. H. Schorn E. Willing Jahrbuch *für Mineralöl und Chemie Verlag Glückanf, Essen* 1974.

[2]. K. Ejri J. Amar Growth *and relative orientation of Grains Amer.* soc. 57 (1974) N=9

[3]. F. Trischler und K. Doering *Silikattechnik* 25 (1974) Nr. 8 faqe 265—266.

[4]. A. Sugarman and R. Blachere *Amer. Ceram.* Soc. 57 (1974) nr. 9 Moskva

[5]. D. M. Schachtin, *Chromoxidmaterialen Ogneupory* 50 (1982) Nr. 5.

[6]. L. B. Romanovskij *Ungebrante periklas-Chromit-Materijalien.* Ogneupory 51 (1983) Nr. 1. Moskva.

CONTEMPLATION OF POSSIBILITY ABUAT ENRICHMENT OF CHROMIUM MINERAL REMAINS, AFTER SELEKTED SEPARATION

Skender Nushi

Summary

The remain that consist 9—12% Cr_2O_3 can be use 4 again to get chromium concentrate with concentration of 42% Cr_2O_3. An important role in producing the mineral plays the selektion of colectorflotant instrument and especially the quantity in solution.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (267 — 269)

BRIKOTIMI I KONCENTRATIT TË KROMIT 0—1mm ME MJETET LIDHËSE; ARGJILLË, SILIKAT NATRIUMI DHE UJË QELQOR

Skender Nushi

Abstrakt

Koncentrati metalurgjik i kromit për shkak te kokërrzimit të vogël, nuk përdorët në tërsi për prodhimin e aliazheve të ferro-kromit sepse i mbyll kanalet e furrës. Për këtë qëllim industria kërkon xehe në formë copash. Për ta ba koncentratin të perdorshëm në industrin e aliazheve duhët të gjejmë mënyrën se si me e shëndru koncentratin në copa.

HYRJE

Për prodhimin e aliazheve të ferro-kromit nevoiten 70—80% xehe në formë copash. Për ketë qëllim koncentrati i kromit duhet të shëndrohet në copa duke u briketuar: Briketi i fituar duhët të jetë i fortë si qymyri kok, mos te i shtohet sulfuri dhe fosfori, madhsia e copave duhet me qenë 60 mm dhe mos të ndryshoj shumë permbajteja e Cr_2O_2.

EKSPERIMENTI DHE DISKUTIMI REZULTATEVE

Eksperimentet janë kryer me koncentratin metalurgjik te xeherorës së kromit Deva në Gjakovë. Puna është kryer në kushte laboratorike. Është eksperimentuar me mjetet lidhse argjillë nga lokaliteti. Radoste pranë bregut të Drinit të bardhë dhe silikatit të natriumit dhe ujin qelqor nga Kombinati xehtaro-kimik në Tuzëll. Si mjete pune janë perdorë: Perzisja elektrike, tharsja elektrike, mullirin laboratorik, sita vibruese, presa hidraulike për briketim etj.

Koncentrati metalurgjik (tabela 1,2) është përzi me argjillë dhe silikatin e natriumit. Argjilla ma parë është bluar në mullirin laboratorik, është

tha në tharse laboratorike dhe është sitë. Sitja është berë në kokërrzim të ngjajshëm me koncentratin e kromit. Materiali është homogjenizu në një masë të trashë. Janë pergaditur mostra me perqindje të ndryshme të koncentratit të Kromit, silikatit të natriumit, argjillës dhe ujit qelqor (tabela 3).

Masa e fituar është briketuar dhe tharë në tharse. Tharja është bërë në temperatura dhe kohëzgjatje të ndryshme.

Tabela 1. Permbajteja e kokerzimit të koncentratit

Vrimat e sites % (mm)	I	II	III	IV
+1,650	10,85	9,10	13,09	0,98
+1,170	16,10	14,10	16,93	5,00
+0,833	8,04	10,45	9,45	11,22
+0,589	7,94	10,90	8,30	13,88
+0,417	7,84	8,90	7,45	15,79
+0,295	8,45	9,00	7,40	15,49
+0,208	7,28	7,20	6,58	10,59
+0,147	6,71	6,53	7,10	7,36
+0,104	11,84	10,35	10,57	6,40
+0,074	2,72	2,67	2,20	3,50
−0,074	12,03	9,10	10,27	11,00

Tabela 2. Perberia kimike e koncentratit

Mostrat %	I	II	III	IV
Cr_2O_3	48,0	47,6	48,2	47,9
FeO	17,2	16,5	17,7	18,4
SiO_2	7,5	6,8	8,1	7,7
Al_2O_3	10,3	11,2	10,4	9,6
CaO	0,8	1,4	1,2	0,9
MgO	17,1	16,2	14,1	15,3
Humbj. ne djeg.	0,27	0,28	0,24	0,20

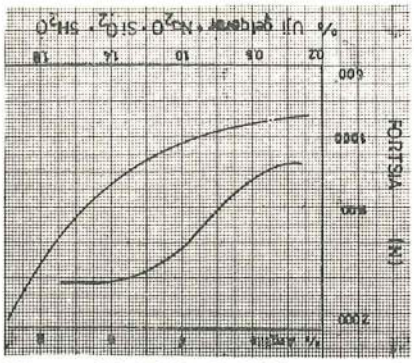
Tabela 4. Përberja e masës për briket

Mostra	Konc. kromi %	Argjillë %	Ujë gelqor %	$NaO_2.SiO_2.5HO_2$ pluhur
I	90	5	2	3
II	94	4	1	1
III	95	3	1	1
IV	97	—	2	1
V	95,5	1	3	1,5

Mostrat I, II, III janë tha në temperatura 80°C 24 orë kurse mostrat IV, V janë tha 20 orë në ajr dhe 4 orë në tharse në temperaturë 80°C.

Matjet e bëra mbas tharjës kanë tregua veti të mira fortësie (diagramit Nr. 1).

Me rritjen e sasisë së ujit qelqor dhe të silikatit të natriumit, rritet fortesia e briketit, por rritja e sasisë së mjetit lidhës argjillës deri në 8% ndikon pozitivisht, rritja e mët ejshme nuk e rritë fortesin e briketit.



Diagrami 1. Briketimi i koncentratit të kromit me mjete lidhëse

Briketi fituar mund të zavendeson xehen copa të kromit. Ai ka porazitet te pergjithshëm 23,3% ka masë vëllimore 3,04 g (cm³) dhe masë specifike 3,95 g/cm³: Janë bërë prova se si sillet kybriket në ndryshime te temperaturës. Briketi me fortësi 1.500 N është nxe në furrë elektrike 900—1000 °C për kohë zgjateje 50 minuta. Mandej është nxjerrë në temperaturë të dhomës 15 minuta, është vertetuar se qendron pa e humb fortësin 4 cikluse.

LITERATURA

[1]. I. Modronic, *Use of Chromium ore briquettes in manufacture of Ferrochrom-silicon*, Beverly, Chaja USA 1978.
[2]. S. Murti and V. Seschadri, *Transactions of the Indian Institutes of Metals*, Vol 30, nr. 3 164—167, June 1977.
[3]. V. P. Eljutin, *Ferrosplavi — osnovi metalurgii*, libri 5, faqe 408—422 Izdatelstvo Metalurgii, Moskva 1968.
[4]. M. Mitrovic, *Izveštaj o ispitivanju mogučnosti briketiranja kocnentrata hroma iz rudnika Raduša* — Beograd 1977.
[5]. Eucyelopedi of Chemical Technology Vol. 7, 3 ed. 1979.

THE BRICKWORK OF CHROMIUM CONCENTRATE 0,1 mm WITH CONNECTEDS INSTRUMENTS (SUBSTANCES), MUD SILICAT NATRIUM AND GLASSY WATER

Skender Nushi

Summary

The purpose of this work is to utilize the concentrate of metalurgic chromium for producing the pieces of chromium bricks for ferrochromium industry. The tests done with such connectid subiects (instruments). As mud silicate natrium and glassy water, show to us thet the product we have got has the factures of kok coal asa forcible.

GJEOGRAFI—GEOGRAFIJA

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (273 — 285)

EROZIONI NË PELLGUN E MIRUSHËS

Ibrahim Ahmetaj

HYRJE

Pellgu i Lumit Mirusha ka sipërfaqe 337 km² dhe shtrihet në Gropen e Mirushës, e cila ndodhet në pjesen lindore të Gropës së madhe të Dukagjinit. Pothuj se e gjith sipërfaqja e këtijë pellgu është përfshir nga erozion cili në të domton shum tokat prodhuese dhe krion forma relievore interesante, dhe në këtë menyrë zvoglon prodhimtarinë bujqësore e i shkakton dame të konsiderueshme ekonomisë të komunës së Malishevës, që shtrihet në këtë pellg dhe zhvillimin ekonomiko-shoqëror të vet e bazon në zhvillimin e bujqësisë. Për këtë arsye studimi i erozionit në këtë pellg ka rendësi të madhe shkencore dhe praktike.

Dihet se erozioni shkputë dhe bartë nga siperfaqja e tokës kryesisht shtresen produktive në të cilen rriten bimtë dhe kulturat e ndryshme bujqësore, nga të cilat varet jeta e njeriut në Tokë. Veprimi i tijë është gjithnjë i damshem, por degradimin e tokës ai e rrezikon vetem atëher kurë grryen dhe bartë tokë produktive më shumë se është e mundur të përtrihet me procese natyrore në kushtet e dhena. Ksi veprimi ai po ben në një pjesë të madhe të pellgut të Mirushës, i cili në vend se të ngushtohet po zgjerohet dhe kështu rrezikon prodhimtarin bujqësore në të.

Erozioni është proces natyror i cili shkaktohet nga shumë faktor, ndikimi i të cilëve kombinohet në mënyrë të ndryshme, por duhet të cekim se njeriu me veprimin e vet ka mundësi të zvoglon apo të rritë intensitetin dhe shtrirjen e tijë. *Erozioni pluvial* si quhet ky erozion në Tokë është rrit dhe po rritet, posaçerisht me prerjen e pyjeve të cilat janë pengues kryesor të veprimit të tijë. Pyjet priten për nevoja të rritjes së sipërfaqeve agreare, të kullosave, për djegëje, për nevoja të industrisë së drurit etj. Kështu në sipërfaqe të pjerrta (shpate malore dhe shpate të luginave) në të cilat priten pyjet formohen rrjedhje rrkenore. Këto rrjedhje presin në tokë të shkapërderdhur e në drejtim të shpatit numer të madh të lugjeve të thella paralele të cilat populli i quen *grrella*, hullira erozive dhe grryen e bartë sasi të madhe të materialit të eroduar.

Pjesen më të madhe të këtijë materiali rrjedhjet rrkenore e akumulojnë në rrezë të shpateve dhe me të mbulojnë toka pjellore, hekurudha, rrugë, vendbanime etj. dhe kështu shkaktojnë dame të mëdha ne ekonomi e shpesh edhe viktima në njerz, kurse pjesen tjeter ua dorzojnë lumenjve të mbdhenjë të cilin ato, gjat vershimave e akumulojnë në fund të luginave të tyre të gjera dhe gjithashtu shkaktojnë dame të mëdha

Veprimi stihik i njeriut i ndihmuar edhe nga kushtet e volitshme natyrore ka shkaktuar që erozioni në Tokë të rritet gjithnjë. Ai sot po domton sipas D. Petroviq (1, 152) rreth 500 miliona ha të tokës prodhuese në rruezullin tokësorë, kurse nga sipërfaqja e përgjithshme e Tokës bartë për çdo vit në Detë 79,9 miliard tona tokë pjel'ore. Erozioni pluvial është aktiv edhe në territorin e RSF të Jugosllavisë. Sipas R. Lazarević ai përfshinë rreth 8 milion ha apo 1/3 e sipërfaqes së përgjithshme të shtetit (2. 192). Erozioni po e domton shumë edhe KSA të Kosovës i cili sipas I. Ahmetaj (3,) përfshin 90% të sipërfaqës së përgjithshme të sajë, kurse në 75% të siperfaqës së Krahinës vepron erozioni i fuqishem.

Gjatë studimeve tona në pellgun e Lumit të Mirushës kemi bërë lokalizimin dhe përcaktimin e faktorve kryesor që ndikojnë në zhvillimin e erozionit pluvial, si dhe pasojat dhe përhapjen e erozionit në këtë pellg të cilat do i trajtojmë në punim.

FAKTORËT QË SHKAKTOJNË ZHVILLIMIN E EROZIONIT NË PELLG

Zhvillimin e erozinit, që përfshin tan sipërfaqen e pellgut të Lumit Miruasha e kan shkaktuar shumë faktorë të cilet kombinohen njeni me tjetrin, e ndihmojnë njeni tjetrin dhe shpesh e pengujnë njeni tjetrin, gjegjesisht eleminojnë njeni tjetrin. Ketu do të trajtojmë vetem faktoret primarë si jane: përbërja gjeologjike, relievi, klima dhe vegjetacioni apo menyra e çfrytëzimit të tokave.

Përberja gjeologjike e pellgut është e nderlikuar. Në të hyjnë shkembinjët me moshë palezoike, mezozoike dhe kenezoike. Mirpo për erozion më tepër kan rendësi kompaktsia dhe tretshmenia e shkembinjëve. Më erotabil janë shkembinjët jokompakt (të shkapërderdhur) si janë sendimentet e ndryshme e më pak eroziv shkembinjët kompakt, ku mund të rradhisim gelqerorët, serpentinët etj. Shkembinjët jokompakt të cilet i përballojnë më pak erozionit në pellg janë: rreshpet kristalore palezoike, flishorët e kretakut, sedimentet liqenore pliocene, materiali shpatorë dhe aluvionet të cilet përbejnë 58 te siperfaqës së përgjithshme të tijë, kurse shkembinjët pak eroziv janë: mermeret palezoik, serpentinët dhe shkembinjët tjer vullkanik me moshë jurisake dhe gelqerorët e kretakut.

Shtrirje më të madhe kan *gelqerorët* të cilet nxanë 35% të sipërfaqës së përgjithshme të pellgut. Janë të kocentruar në pjesën e poshtme të pellgut dhe ndertojnë hapsirën rreth kanjonit të Mirushës, një pjesë të Malit të Grebnikut, skajin lindor të Rrafshinës së Llapushës, Malin Shpat me rrethinë dhe Malin Gajrak. Në këta shkembinjë dhe në pjestë e pellgut që

përbëhen nga ta erozioni pluvial është i dobët për arsye se rrjedhja sipërfaqëore në ta është e dobët dhe dominon erozioni karstik. Pak erodues dhe ujëleshues janë edhe mermeret në të cilet erozioni pluvial është zavendësuar, gjithashtu nga erozioni karstik. Ata shtrihen në pjesët e larta të Maleve të Caralevës dhë përbjnë vetem 1,1% të sipërfaqes së pellgut.

Serpentinët dhe shkembinjët tjerë magmatik për shkak të kompaktesisë së tyre janë gjithashtu pak eroziv dhe përbëjnë pjesët e poshtme të pellgut, nga të cilët përbëhen 5,6% të siperfaqës së tijë. Këta shkembinjë përbejnë Malin e Koznikut e pjesërisht Malin e Zatriqit dhe të Grebniku .

Nder shkembinjët erotabil (që erodohen shum) më të përhapur janë *sedimentet liqenore* të cilat përbëhen kryesisht nga rera argjilore, rera dhe zalli. Këto sedimente përbejnë 30% të siperfaqes së pellgut, ku hyjnë pjesa më e madhe e Rrafshinës së Llapushës dhe pjesët tjera qendore të pellgt *Flishorët* kan gjithashtu shtrirje relativisht të madhe. Ndertojnë pjesët e larta periferike të pellgut si janë: në lindje pjesa më e madhe e Maleve të Caralevës dhe e Maleve të Drenicës, në VL Mali Badallë dhe në VP pjesa më e madhe e Malit të Grebnikut, të cilat paraqesin 20,8% të sipeffaqës së tijë të përgjithshme. *Rreshpet kristalore* kan përhapje më të vogle dhe nxanë vetem 1,2% të cipërfaqës së pellgut, nga të cilat përbehën pjesët më të larta të Maleve të Carlavës dhe të Maleve të Drenicës. Në shpatet veriore të Malit të Koznikut dhe Malit të Zatriqit shtrihet një brez i *materialit të alteruar*, i cili është krijue me alterimin intensiv në pleistocen dhe hynë, gjithashtu në grupin e shkembinjëve erotabil, ku rradhiten edhe *aluvionet* në fund të luginës së Mirushës dhe të luginave të disa degëve të sajë.

Relievi i pellgut është formue me veprimin e levizjeve tektonike dhe të proceseve erozive në kushtet e përberjës gjeologjike gjegjëse. Më qenë se është formue në Gropen e Mirushës në të dominojnë konturat e relievit tektonik shkarsë, d.m.th. malet me lartësi mesatare e shpate të pjerrta si janë: Mali i Koznikut (1006 m), Mali i Zatriqit (1039 m), Mali Shpat (892 m) dhe Mali Gajrak në pjesen jugore; Malet e Caralevës (1063 m) dhe Malët e Drenisëc (1024 m) në pjesën lindore edhe Mali Badallë (830 m) dhe Mali i Grebnikut (732 m) në pjesen veriore të pellgut, dhe gropa në mes të këtyre maleve. Me procese fluvio-denudive në pellg, pikrisht në Gropë të Mirushës janë formue edhe dy terski të medha dhe të rendësishme morgologjike: Rrafshina e Llapushës që nxen pjesen më të madhe të pellgut dhe Lugina kompozite e Mirushës. Vlen të përmendim edhe Kanjonin e bukur të Mirushës, të cilin ky lum e ka pre në pragun gelqerorë që ndodhet në rrjedhjen e poshtme të tijë.

Rendësi të madhe për erozionin pluvial në pellg kan, posaçerisht shpatet e pjerrta të maleve me origjinë shkarse, të cilat ngriten nga Rrafshina e Llapushës dhe fundi i luginës së Mirushës me lartësi 200—500 m e me renie mesatare 15—20%, si dhe shpatet e pjerrta të luginës se Mirushës dhe të degëve të saja. Në dobi të erozionit shkon edhe renia relativisht e madhe e profilave gjatësor të Mirushës dhe të degëve të sajë. Këta janë edhe shkaktar kryesor të erodimit dhe bartjës të shtresës së trashë pedologjike nga pjesët

e larta në pjestë e ulta të pellgut (Gropës së Mirushës), si dhe të largimit të një sasie të madhe të tokës produktive përgjithmonë nga ai.

Klima në intensitetin e erozionit shprehët nepërmes të temperaturës, e sidomos nepërmes të reshjeve. Amplitudat temperaturore vjetore, stinore dhe ditore në stinët kaluese (pranverë dhe vjeshtë) në sipërfaqet e maleve të ndertuara nga shkembinjët magmatik e më pak të atyre nga gelqerorët e për shkak të mongesës së vegjetacionit shkaktojnë alterim intensiv, i cili krion sasi të mëdha të matrialit për erozion pluvial (foto. 1.).

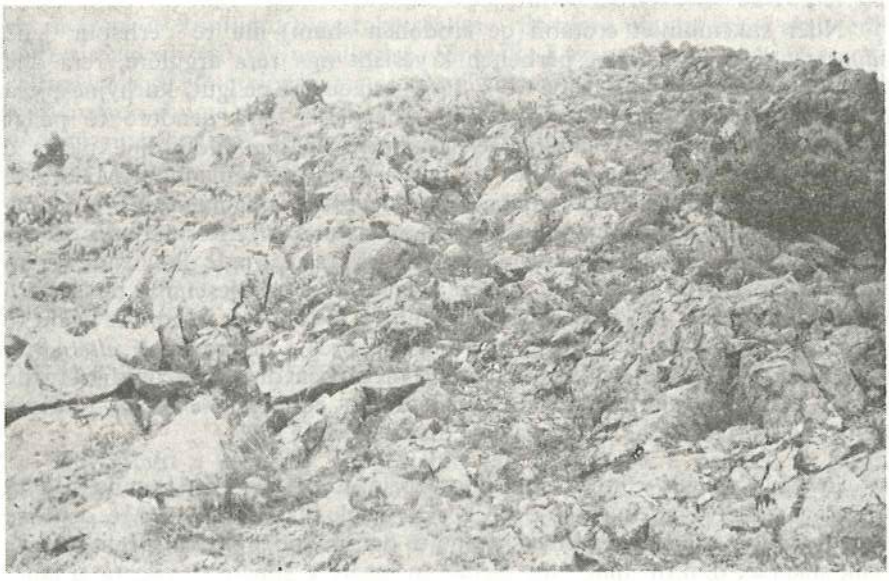


Foto. 1. Alterimi intensiv në shkembinjtë vullkanik në shpatin verior të Malit Koznik (Fotografoi I. Ahmetaj).

Reshjet shkojnë gjithashtu në dobi të erozionit pluvial, e sidomos reshjet e rrebta që në këtë terren janë mjaft prezente, sidomos në stinët kaluese, të cilat shpesh percjellen nga breshëri dhe shkaktojnë dame të mëdha në kultura bujqësore. Këto reshje formohen me levizjen inverse të ajrit në kushtët e volitshme të konfiguracionit të terrenit. Në pellg nuk është e madhe sasia mesatare vjetore e reshjeve. Ajo sjellet rreth 600 mm, por në dobi të erozionit shkon sidomas renia e pejsës më të madhe të tyre në muajtë e vjeshtës së vonshme dhe të pranverës së hershme, d.m.th atëher kurë siperfaqet e mëdha bujqësore janë maspakti të mbrojtura nga erozioni. Këtu është fjala për siperfaqet e medha që mbjellen me grur në vjeshtë, të cilat sikur të përgatiten për këtë erozion, e edhe për ato të cilat mbjellen me kultura pranverore.

Çfrytëzimi i tokave ndikon në intensitetin e erozionit. Më pyje të cilat janë penguës të erozionit është e mbuluar rreth 43% e sipërfaqës së pellgut, të cilat për shkak të prerjës pa plan ndodhen në degradim e sipër. Para hapjes

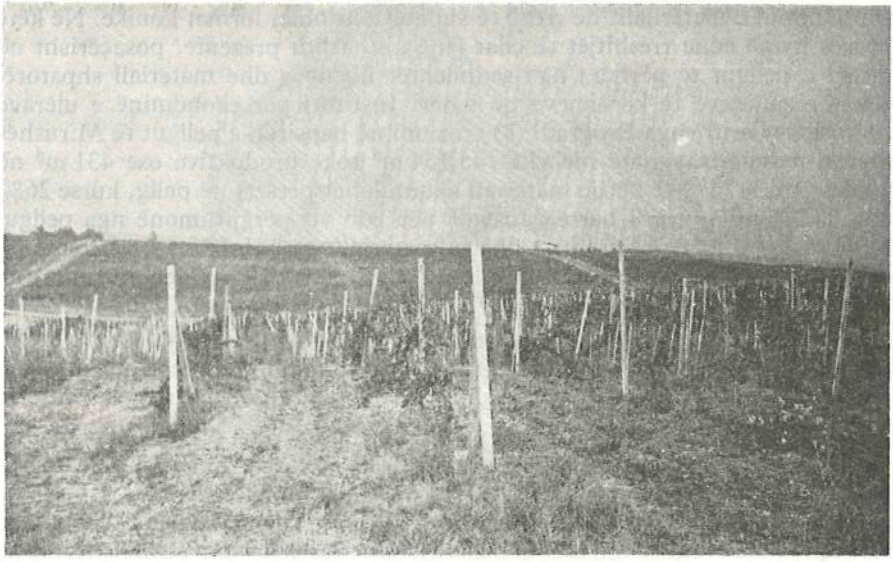


Foto. 2. Plantazhet e vreshtrave në pjesën e Rrafshinës së Llapushës të përbër nga sedimentët liqenore (fotografoi I. Ahmetaj)

së toekave të reja, e cila u bë pas lufte në dam të pyjeve në pjesën e Rrafshinës së Llapushës që përbëhet nga sedimentet liqenore, gjendja e pyjeve ishte më e volitshme. Ato atëher mbulonin afro 178 km² apo 53% të siperfaqes së pellgut. Çelja e tokave në Llapushë shkoi në dobi të erozinit, mu pse një pjesë e tyre është mbjellur me vreshtra (foto. 2.) e pjesa tjeter mbjellet me grurë, në të cilat shkaktuar edhe nga kushtet tjera të volitshme erozioni është i fuqishem. Prej afro 191 km² sipërfaqe të pellgut pa pyjee toka lavertare dhe me vreshtra janë rreth 63,6 km² apo 33%, që paraqesin 19% të siperfaqës së përgjithshme të pellgut, dhe shtrihen kryesisht në shpate të maleve, kodra, brigje dhë ujëndarsë. Livadhet, kullosat dhe bahçet nxanë 127,4 km² apo 38% të sipërfaqë së pellgut, në të cilat për shkak të shtrirjës në sipërfaqe të pjerrta dhe të përbëra nga shkembinjët erotabil erozioni është mjaft aktiv. Duhet të cekim së çfrtytëzimi i tokave shkon në dobi të erozionit, edhe nga se pyjet dhe kullosat janë mjaft të degraduara (foto. 3.) ndersa sipërfaqet rishtas të çelura të përbëra nga sedimentet liqenore janë lavertare dhe mbjellen vetem me grurë, apo janë të mbjellura me vreshtra.

EROZIONI DHE PASOJAT E TIJ NË PELLG

Erozioni pluvial është prezent në tan sipërfaqen e pe lgut të Mirushës, i cili grryen dhe bartë sasi të madhe të tokës prodhuese e ndikon në zvoglimin e prodhimtarisë bujqësore. Më këtë proces në shkembinjët erotabil krijohen edhe forma morfologjike të rendësishme si janë: hullirat erozive, lugjet dhe luginat rrkenore në shpate malore dhe shpate të luginave lumore, kurse me

akumulimin e materijalit në rrezë të shpateve kriohen format konike. Në këtë proces hyjnë edhe rreshitjët të cilat janë gjithashtu prezente, posaçerisht në pjesët e pellgut të përbëra nga sedimentët liqenore dhe materiali shpatorë. Sipas rezultateve të kerkimeve që i bëri Instituti për ekonominë e ujërave „Jerosllav Çerni" nga Beogradi (8) erozioni në hapsirën e pellgut të Mirushës grryen mesaterisht gjatë një viti 145.154 m^3 tokë produktive ose 431 m^3 në 1 km^2. Rreth 74% të këtijë materiali akumulohet përseri në pellg, kurse 26% apo 38.206 m^3 të tijë i bartë Mirusha për çdo vit përgjithmonë nga pellgu. Nese sasinë e tokës së eroduar dhe të materialit të bartur e shendrrojmë në shtresë pedologjike të trashë 20 cm del se erozioni në pellg grryen, lekundë dhe domton 74 ha e bart nga pellgu për çdo vit 26 ha tokë produkitve.

Shkaktuar nga ndikimi i ndryshem i faktorve që e mundësojnë erozioni në pellg nuk është gjithkund i njejtë. Në të dominojnë erozioni i mesem dhe i dobët, ndersa erozioni i fuqishme dhe shumë i dobët janë pak prezent.

Erozioni i mesem vepron në pjesët përiferike dhe pjesët e epërme të pellgut, pikrisht në shaptët përnidomore të Malëve të Caralevës dhe të Drenicës, në shpatët e Malit Badallë, në pjesën ma të madhet të malit të Grebnikut, në shpatët veriore dhe verilindore të Malit të Koznikut dhe të Malit të Zatriqit, pjesërisht në shpatët e malit Shpat, në Gajleshin e Malishevës, në pjsët periferike të Rrafshinës së Llapushës dhe në shapte të luginës së Mirushës e të luginave të degëve të sajë (Sk. 1.).

Erozioni aktiv në Malët e Caralevës, të Drenicës dhe në Malin Badallë është shkaktuar nga pjerrtësia e shpateve të tyre me origjinë shakrse dhe përberja nga shkembinjët flishorë erotabil. Në shpatët e këtyre maleve rrjedhjët rrkenore kan pre lugina dhe lugje të shumta, e në to nuk janë të rralla as

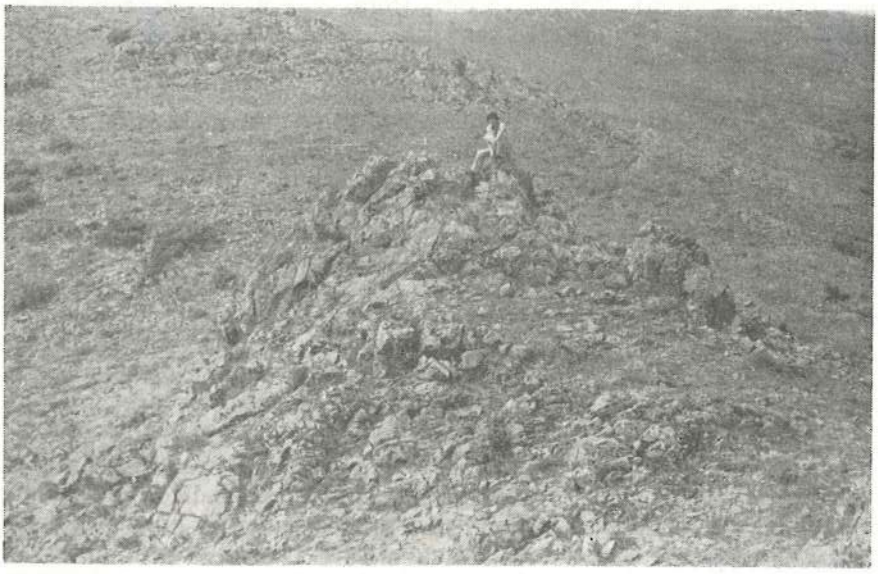
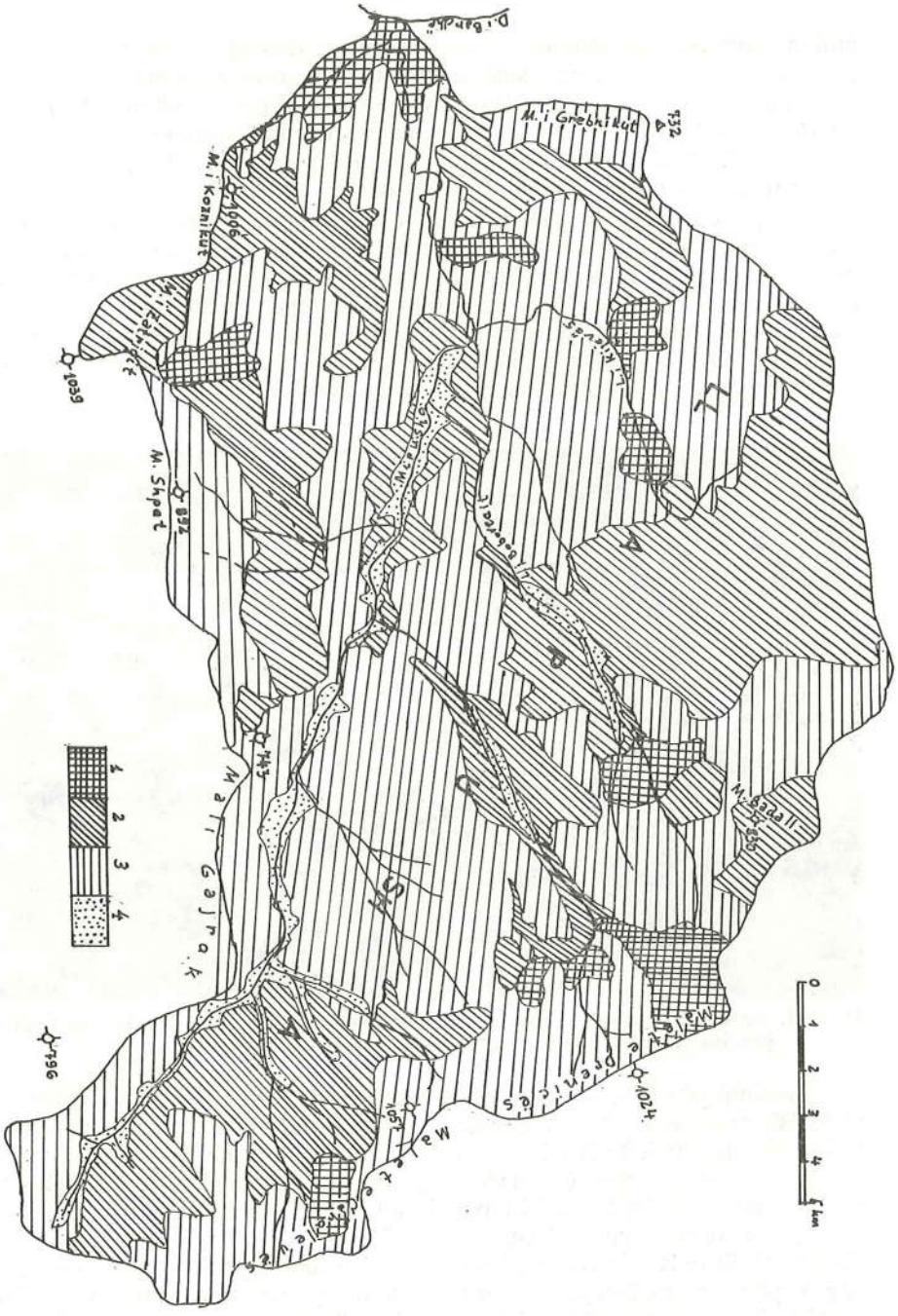


Foto. 3. Kullosat e degraduara në Malin e Koznikut (Fotografoi I. Ahmetaj).



Skica 1. Përhapja e erozionit pluvial në pellgune Mirushës: 1. erozoni i fugishem, 2. erozioni i mesëm, 3. erozioni i dobët, 4. erozioni më i dobët.

Erozioni i dobët është prezent në pjesët e pellgut që kan pjerrtësi më të vogël dhe në pjesët e përbëra nga shkembinjët gelqerorë ujëleshuës.

Në Rrafshinën e Maleve të Caralevës dhe të Drenicës e cila nderton pjesët më të larta të këtyre maleve, edhe pse e përbër nga shkembinjët erotabil (flishorët dhe rreshpët kristalore) erozioni është kryesisht i dobët. Pos pjerrtësisë së vogel të sipërfaqeve të sajë erozinin e dobët në këtë rrafshinë malore e kan mundësue edhe mbulimi i sajë me kullosa dhe livadhe kualitative e pjesërisht edhe me pyje.

Erozioni i dobët është prezent gjithashtu edhe në pjesët e Rrafshinës së Llapushës të ndertuara nga sedimentet liqenore pian luginës së cekët të Mirushës, i cili këtu është shkaktuar nga pjerrtësia dhe lartësa e vogël e këtyre pjesëve të rrafshinës në fajlë, si dhe mbulimi sidomos i pjesëve të pjerrta të sajë më pyje e më teper me livadhe, kurse me kultura lavertare mbjellen vetem sipërfaqët e vogla kryesisht të rrafshta.

Në hapsirën e pellgut rreth Kanjonit të Mirushës, në pjesët e Rrafshinës së Llapushës rreth rrjedhjeve të poshtme dhe të mesme të Lumit të Kijevës, të Bobovecit, Prronit të Përçevës dhe të Rigjevës e më gjerë, madje në Malin e Gajrakut, në pjesët e Malit të Grebnikut të përbëra nga shekembinjët gelqerorë erozioni pluvial është kryesisht i dobët. Ai ketu është zavendësuar nga erozioni karstik dhe fluvio-karstik, i cili është procës eroziv specifik ku rrjedhja sipërfaqësore e ujërave është zavendësuar më rrjedhje nentokësore.

Erozioni i fuqishem kombinohet me erozinin e mesem. d.m.th. paraqitet në dukje oazash në pjesët e pellgut ku është prezent erozioni me intensitet të mesem. Paraqitet vende-vende në Malin e Caralevës dhe të Drenicës, në Malin Badallë, në Malin e Zatriqit etj, kurse më i dalluar është në pellgun e prronit të Llabuçevës dhe të Skrkës, që ndodhen në pjesën e poshtme të pellgut të Mirushës. Zhvillohet në shpatin e pjerrtë të Malit të Koznikut dhe në shpatët e pjerrta të luginave të këtyre rrjedhjeve e të degve të tyre të përbëra nga serpentinët dhe sedimentët liqenore. Këto janë sipërfaqe pa pyje dhe me kullosa të degraduara, e të prera nga hullirat erozive dhe luginat rrkenore (Foto. 6.). Rrjedhjët rrkenore në rrezë të shpateve akumulojnë sasi të madhe të materialit të eroduar në forma konike.

Erozioni shum i dobët zhvillohet në fund të luginës së Mirushës, d.m.th. në zgjerimet e saja dhe në fund të disa luginave të degëve të Mirushës.

PERFUNDIM

Nga të gjitha këto që u than më sipër mund të konstatojmë se erozioni pluvial (recent) është przent në tan pellgun e Mirushës, kurse në pjesen më të madhe të tijë është mjaft aktiv. Ai në të erodon për çdo vit 145.154 m^3 tokë produktive, ndersa 26% të sajë e largon përgjithmonë nga pellgu.

Erozioni intensiv është i koncentruar kryesisht në shpatët e maleve me origjinë shkarse, që përbëjnë pjesen periferike të pellgut e janë të për-

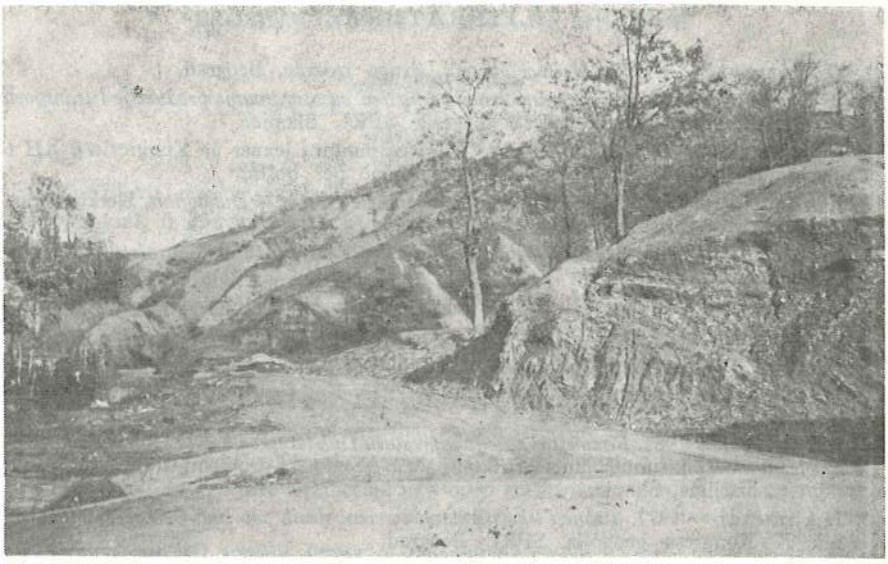


Foto. 6. Sipërfaqe të prera nga hullirat erozive dhe luginat Rrkenore në pellgun e Prronit të Llabuçevës (Fotografoi I. Ahmetaj).

bëra nga shkembinjët vullkanik dhe flishorë, në të cilat prerja e pyjeve dhe kullotja është e tepruar.

Erozioni pluvial është aktiv edhe në pjesët e gjera dhe të larta të Rrafshinës së Llapushës, që janë të ndertuara nga sedimentet liqenore, e në të cilat shtrihen tokat rishtas të çelura, ku mbjellet gruri si monokulturë apo rriten plantazha vreshtrash.

Ky erozion domton sidomos tokat e pjerrta produktive, pret në to hullira erozive, lugje dhe lugina rrkenore, kurse në rrezë të shpateve shkakton gjithashtu dame duke akumuluar në to sasi të madhe të materialit të erduar.

Me qenë se ky erozion i damton mjaft tokat produktive dhe në këtë menyrë zvoglon prodhimtarinë bujqësore, që është aktivitet i vetem ekonomik në këtë territor, në të cilin shtrihet komuna e Malishvës është e nevojshme të mirren masa për sanimin e tijë. Masat elemtare dhe më të nevojshme për eleminimin e erozionit të tepruar në këtë pellg janë:

1. Pengimi i prerjës së tepruar të pyjeve dhe pyllzimi i sipërfaqeve që janë përfshir nga erozioni damtuës,

2. Pengimi i kullotjës së tepruar të kullosave të degraduara dhe përmirsimi i kullosave,

3. Mbjellja e tokave me polikultura e jo me monokultura, si është duke u vepruar, sidomos në tokat rishtas të çeluara dhe.

4. ndermarrja e masave të ndryshme teknike në rrjedhjët rrkenore.

LITERATURA

1. D. Petrović — 1977. *Geomorfollogija*, drugo izdanje, Beograd,
2. R. Lazarević — 1968. *Recentna erozija i metodi za utvrđivanje produkcije i transporta nanosa*, Zbornik VIII kongresa geografa SFRJ, Skopje,
3. I. Ahmetaj — 1985. *Erozija u SAP Kosovo*, punim i lexuar në Kongresin e XII të gjeografëve të ASFJ në Novisad dhe i dhenë për botim,
4. I. Ahmetaj — 1983. *Nderthurja morfotektornike e Gropës së Dukagjinit*, Kerkime gjeografike, Nr. 4, Prishtinë,
5. I. Ahmetaj — 1984. *Geomorfologija porječja Miruše*, disertacioni i doktoratës i mbrojtur në Zagreb,
6. Hidrometeorološka služba SFRJ — 1969. Altas klime SFRJ, Beograd,
7. R. Lazarević — 1975. *Geomorfologija*, Beograd,
8. Grup i autoreve — 1975. Erozija i bujice u SAP Kosovu, Beograd,
9. Institut za šumarstvo i drvnu industriju — 1983. Karta erozije SR Srbije 1:500.000, Beograd,
10. I. Ahmetaj — 1981. *Razmeštaj naselja u prostoru Dukađinskog horsta i njihovi savremeni problemi*, Zbornik simpozijuma Prirodni i socio-geografski problemi u brdovito-planinskim područjima, Skopje,
11. I. Ahmetaj — 1977. *Stanje i iskorišćavanje novoosvojenih površina SAP Kosova*, Zbornik X Kongresa geografa SFRJ, Beograd,
12. I. Ahmetaj — 1970. Reshjet shumë të larta në KSA të Kosovës, „Perparimi" Nr. 2, Prishtinë,
13. Jugoslavensko društvo za proučavanje zemljišta — 1959. Pedološka karta FNRJ 1:1.000 000, Beograd.

EROZIJA U POREČJE MIRUŠE

Ibrahim Ahmetaj

Rezime

Pluvijalnom erozijom zahvaćena je celokupna površina Porečja Miruše (357 km^3). Ona erodira i premeštava 145.154 m^3/god. produktivnog sloja zemljišta, a odnosi zauvek od porečja 38.206 m^3/god, i tako nanosi veliku štetu privredi Mališevske opštine koja se prostire u ovo porečje.

U porečju dominira srednja i slaba erozija, dok su jaka i najslabija slabo zastupljene. Štetna erozija odvija se uglavnom na strmim padinama rasednog porekla Koznik i Zatrić planine, Badal planine, Caraljevskih i Dreničkih planina, a mestimično i grebničke planine koje su sastavljene od erotabilnih vulkanskih i fljišnih stena. Erozija je takođe štetna i u višim delovima Lapuške površi izgrađeni od erotabilnih jezerskih sedimenata, u kojima se nalaze novoosvojene površine i gaji pšenica kao monokultura ili su pod vinovom lozom.

Erozija je u pomenutim površinama urezala erozivne brazde, jaruge a prisutna su i klizišta, dok na obodu planinskih i dolinskih strana nataložene su plavine.

Oko 35% površine porečja izgrađeno je od krečnjaka u kojima je pluvijalna erozija uglavnom zamenjena kraškom.

EROSION IN THE VALLEY OF MIRUSHË

Ibrahim Ahmetaj

Summary

The pluvial erosion is present in all the area of Mirushë Valley that covers an area about 337 km;. It das an erosion and dislocation of about 145.154 m² during the year, of productive land. It takes for ever from valley about 38.206 m; of productive soilduring the year. Thus it brings a great damage to the economy of the commune of Miloshevë, that spreads in this area.

In valley dominates medium and low erosion, while strong one and very low one, are present in a very small amount. Hazardous erosion is developed mainly in steep terrains of fault origine in the mounthtins: Koznik, Zatriq, Badallë, Ceralevë and Deçan. Scarsly it can be met also in mountain chains that have a structure of vulkanic and flish rocks. The presance of erosion is hazardious also in the upper parts of Llapushë, that is built from limnic sedimets. There are located new open arable lands, that are cultivated mainly by weat or wine.

Erosion has left specific forms in landscape.

About 35% of the valley is built from limestone were pluvial erosion is predominantly changed by karstic one.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (287 — 305)

ZNAČAJ RAZVOJA MALE PRIVREDE U NERAZVIJENOM PODRUČJU SAP KOSOVA

Bojko Bojović

Sinopsis

Mala privreda na području SAP Kosova počela se razvijati od 1972. U osnovi ona predstavlja udruženi i lični rad sredstvima u svojini građana. To su uglavnom mali proizvodno-uslužni kapaciteti koji zapošljavaju do 200 radnika i imaju više komplementarnu ulogu u povezivanju i dopunjavanju male sa velikom privredom, koristeći pritome lokalne sirovine (prirodne resurse, industrijske i druge otpatke). Osnovu njenog poimanja čini domaća i zanatska radinost, mada se oslanja i na druge privredne grane i oblike infra-strkture U dosadašnjim periodu mala privreda ipak nije imala ubrzaniji trend razvoja, usled nedostatka investicija, kadrova i drugih okolnosti, kao poreske politike i nedostatka planova razvoja male privrede. Godine 1985. ovde je bilo 61 organizacija male privrede sa 3086 radnika i 6077 privatnih zanatskih radnji sa 8355 majstora. Dosada je ukupno realizovano u maloj privredi 30 programa, a utoku je ili čeka na odobrenje još 41 program. Njen značaj ogleda se u zadovoljavanju potreba privrede i stanovništva povećavanju zaposlenosti i pobolj. privredne strukture.

Mala privreda je delatnost koja se obavlja samostalnim ličnim radom sredstvima u svojini građana kao i svim oblicima udruživanja i organizovanja ličnog rada u udruženom radu, zanatskim i drugim zadrugama. Malom privredom smatraju se osnovne organizacije udruženog rada i radne organizacije koje zapošljavaju manji broj radnika (do 200), bave se maloserijskom proizvodnjom u kooperaciji ili po porudžbini, kao i orgnizacije udruženog rada koje obavljaju sve vrste zanatskih, ugostiteljskih, turističkih, prevoznih sredstava i drugih usluga.

Mala privreda udruženog i ličnog rada sredstvima u svojini gra+ana u osnovi ima komplementarnu ulogu u industrijskoj i drugoj proizvodnji, kao i pružanju usluga privredi i stanovništvu. Njen razvoj omogućuje da se obogati ponuda robe i usluga za domaće tržište, ostvaruje produkciono za-

pošljavanje, angažuju sredstva građana u proizvodne svrhe, jača odbranbena sposobnost zemlje i drugo. Ona ima zadatak da podstakne osnivanje i razvoj većeg broja malih proizvodnih i uslužnih kapaciteta koji će dati masu novih proizvoda. Sa usvojenom novom tehnologijom, sa tako malim proizvodnim jedinicama radnik može ostati i kod svoje kuće kao na svom radnom mestu (rad na „sicu") a ipak biti sa svojim mašinama i svojim radom uključen u proizvodni mehanizam.

U maloj privredi obavljaju se svi oni proizvodni i uslužni poslovi gde se oseća deficitarnost, da se razvijaju svi oblici male privrede-u udruženom radu, ugovornim OUR, na sredstvima u svojini građana, u zadružnim i raznim vidovima proizvodne kooperacije. Ubrzani razvoj male privrede je uslov da se povećanom ponudom onemogući monopol, špekulacija, bespravni rad, bogaćenje mimo rada i slično.

Osnovni interesi bržeg razvoja male privrede su: zadovoljavanje potreba građana i privrede određenim proizvodima i uslugama, postepeno otklanjanje strukturnih nesaglasnosti i deficitarnosti u pojedinim određenim delatnostima, porast izvoza i supstituisanje uvoza, porast zapošljavanja, ostvarivanje stabilnijeg razvoja samostalnog ličnog rada.

Mala privreda predstavlja proizvodnju sitne i dopuna velike serijske proizvodnje koja koristi razne otpatke, lokalnu sirovinu, nus industrijske proizvode, a sa takvim poslom štiti i čovekovu geografsku sredinu. Ona ima prednost nad ostalim što se može ogranizovati bez većih investicionih ulaganja i ima dobrim delom zanatsko-proizvodni, servisni ili uslužni karakter, uz veliko učešće ličnog rada i brže zadovoljavanje potreba tržišta.

RAZVOJ MALE PRIVREDE U SVETU I KOD NAS

Nastala iz društvenih potreba, tj. potreba kao dopuna industrijske proizvodnje i zadovoljavanja potreba stanovništva, prvi začeci i oblici male privrede javljaju se u Japanu (gde je i sada najviše razvijena), zatim u Nordijskim zemljama: Zapadnoj Evropi, još u periodu između dva svetska rata, a posebno u periodu posle velike svetske krize (1929—1932) kada mala privreda čini važnu podlogu u većini proizvodnih i uslužnih delatnosti i predpostavlja se da je mala privreda činila osnovu privrednog razvoja sadašnjim visoko razvijenim državama. Ona je i danas u pomenutim zemljama najviše razvijena, te se one ističu kako po obimu proizvodnje tako i u broju zapošljenih. Tako da u nekim razvijenim zemljama, učešće zapošljenih u maloj privredi, u odnosu na ukupnu zapošljenost, danas iznosi do 43%, kao naprimer u Japanu 43%, Norveškoj 42%, SR Nemačkoj 21%, Francuskoj 12% Belgiji 10% itd. Posle drugog svetsko rata eho razvoja male privrede ubrzano se širi i na druge mlado razvijene, socijalističke pa i zemlje u razvoju među kojima je i naša zemlja.

Prvi začeci razvoja male privrede kod nas javljaju se od 1970 ali je ona tek zaživela od 1974. godine, kada se kod nas javljaju prve kompletne dokumentacije o bržem razoju male privrede. Takav jedan kompletni dokument kod nas prvo donosi SR Slovenija 1974., SR Hrvatska i Srbija 1976., dok u ostalim republikama i u obe pokrajine to je učinjeno tek 1977. godine.

Za pojavu i razvoj male privrede u našoj zemlji i u tome ličnog rada i svojine građana, postoje jasna ekonomske i idejno-političke orjentacije sadržane u Ustavu SFRJ, ZUR, rezolucijama kongresa SKJ, serdnjoročnim planovima razvoja Jugoslavije (1976—1981. i 1981—1985. godina), u akcionom programu Socijalističkog saveza u borbi za ekonomsku i društvenu stabilizaciju i Društvenom dogovoru u njima je istaknut značaj, date su ocene i predložene mere u sprovođenju trajne kooperacije udruženog rada i politike razvoja male privrede u SFRJ.

U cilju skladnijeg i dinamičnijeg razvoja male privrede u celoj zemlji, oktobra 1980. godine donet je Društveni dogovor o osnovama zajedničkog delovanja u sprovođenju politike razvoja male privrede u Jugoslaviji, kojim su, između ostalog, utvrđeni kriterijumi koji određuju obuhvatnost male privrede. Na osnovu tih kriterijuma 1981. godine u Jugoslaviji je bilo 2526 organizacije udruženog rada male privrede, od toga 104 ugovorne organizacije udruženog rada i 256 zanatskih zadruga sa ukupno zaposlenih 400000 osoba (u ličnom radu 20% i u udruženom 40%) i ostvarenog prihoda od 338295 mil. dinara, ili da je od svih zapošljenih u Jugoslaviji na malu privredu dolazilo preko 10%, ili oko 6,5% ostvarenog prihoda. Od pomenutih organizcija male privrede najviše je iz oblasti zanatstva 965 sa 70166 zaposlenih, iz građevinarstva 713 sa 53635 zaposlenih i iz industrije 669 organizacija sa 65772 zaposlena radnika. Najviše ih je na području Srbije 870 (uže Srbije 556, Vojvodine 280 i Kosova svega 34). A ukupno u organizacijama male privrede radilo je 198501 radnika. Tako su po preporuci Savezne vlade sve socijalističke republike i autonomne pokrajine donele društvene dogovore o razvoju male privrede za period 1981—1985. godine.

Opšte je poznato da kod nas svake godine propada hiljade tona otpadaka, obilje neiskorišćenih resurasa, lokalnih sirovina koje bi naše fabrike, posebno mali kapaciteti mogli da iskoriste racionalno.

U savremenim uslovima, danas mala privreda pomaže ekonomskoj stabilizaciji, jer ona predstavlja komplementarni deo privrede i pruža ogromne mogućnosti za brži, ravnomerniji privredni i društveni razvoj naše zemlje. Ona u prvom redu podmiruje određene potrebe i usluge stanovništva, povećava zaposlenost stanovništva pa i povratnika iz inostranstva i postepeno otklanja neusklađenost i deficitarnost određenih delatnosti. Ona je veoma značajna i u ratnim uslovima, jer se manji kapaciteti mogu brže i lakše preorjentisati na proizvodnju koju ratna situacija nalaže.

Kao i svuda tako i ovde, mala privreda ima neke prednosti nad ostalim privrednim delatnostima, što se ogleda u prvom redu manjih investicionih ulaganja i kraćem roku povratka sredstava kroz amortizaciju.

Brži razvoj male privrede u novim uslovima ima veliki značaj za društveno-ekonomski napredak zemlje, posebno za njena nerazvijena područja kao što je SAP Kosovo, tj. tamo gde ima dosta kvalifikovane radne snage, te sa manjim investicionim ulaganjima po radniku uz postojanje dobro razvijenog proizvodnog i uslužnog zanatstva, poljoprivrede, hidro potencijala, mogućnost šireg korišćenja domaće radinosti i turističke atraktivnosti, što postoje dobre mogućnosti za veći stepen razvoja male privrede. Od svih grana privrede, mala privreda najbolje je zastupljena u proizvodnom i uslužnom zanastvu,

te se može reći da je najzastupljenija u zanatstvu i to kako u samostalnom tako i u društvenom. U 1981. godini, u Jugoslaviji od ukupno 199641 samostalne radnje bilo je zanatskih 132326 sa 182431 zaposlena radnika, saobraćajnih 46106 sa 96800 zaposlenih, trgovina 1290 sa 418 zaposlenih i ugostiteljskih sa 19315 radnika. A broj zaposlenih radnika na 1000 stanovnika u istoj godini iznosio je svega 60 i to dosta neravnomerno po republikama i pokrajinama (Slovenija 113, Hrvatska 63, Makedonija 60, Bosna i Hercegovina 46, Srbija 58-uža Vojvodina 63 i Kosovo 32, Crna Gora 27). Domaća radinost je zastupljena sa 62 organizacije udruženog rada koje izrađuju ili dorađuju razne proizvode od domaćih sirovina, kod kojih preovlađuje ručni rad, a obavlja se po kućama kao osnovno i sporedno zanimanje. One sa svojim i zanatskim proizvodima snabdevaju tržište umetničkim i drugim artiklima, smanjuju migfraciju stanovništva iz sela u grad i ublažuju nezapošljenost, posebno ženske radne snage.

Mala privreda ima značajnu ulogu i za razvoj turizma, posebno za širenje kompletnijih turističkih ponuda. U ovom sklopu treba posmatrati razvoj svih delatnosti koji se uključuju u turistički promet prema zahtevima turističkog tržišta, a u interesu pribavljanja što većih finansiskih i deviznih efekata.

Već je u jeku značajni razvoj prerađivačkih kapaciteta na privredno nedovoljno razvijenim područjima sa osnivanjem novih proizvodnih kapaciteta u maloj privredi udruženog i ličnog rada uz veće angažovanje sredstava povratnika.

Na žalost, dosadašnja ulaganja, svatanja o potrebi, poreska politika i neangažovanost odgovarajućih organa, dovelo je do toga da u našoj zemlji postojeći uslovi za razvoj male privrede nisu ni izdaleka iskorišćeni, te su i rezultati bili više simbolični. Mala privreda je sve do 1981. godine imala više stihijni karakter. Ako se zna da su finansiska sredstva jedan od bitnih činilaca ubrzanog razvoja male privrede, sredstva banaka nisu bila pristupačna i stimulativna ovoj privredi, niti su sve opštine imale usvojene programe razvoja male privrede, kao ni organe za njihovo sprovođenje u delo. Mala privreda u sadašnjim uslovima koristi kredite osnovnih banaka, sredstva fonda Federacije i sredstva Međunarodne banke za obnovu i razvoj, kao i lična sredstva građana, a posebno građana povratnika iz inosranstva, što podupire trend njenog sadašnjeg ubrzanijeg razvoja. Godine 1981. iz Međunarodnog fonda Korporacije iz Vašingtona odobren je iznos od 32 mil. dolara, te je podeljeno svakoj republici i pokrajini po 4 mil. dolara, za kreditiranje projekata male privrede udruženog i ličnog rada. Ovaj kredit neke republike i pokrajine nisu u potpunosti iskoristile, usled povećane inflacije i obaveze povratka kredita u primljenoj valuti. U buduće, kreditna politika banaka mora biti usko povezana sa ekonomskom politikom opština, zavodima za plan, zavodima za zapošljavanje i privrednim komorama. Sve pomenute institucije treba prethodno da obezbede svoje planove i programe za delatnost male privrede i to ne samo za zanastvo i domaću radinost kao osnovne nosioce, već i za urbanizam, turizam, poljoprivredu, komunalnu izgradnju i drugo.

Prema Društvenom planu razvoja Jugoslavije za period 1981—1985. godine, razvoj male privrede zasnivao se na dugoročnoj kooperaciji i poslovno-

-tehničkoj saradnji sa većinom industrijskih i trgovačkih organizacija. One izdvajaju proizvode koji su za njih nerentabilni, a koji su interesantni i rentabilni za proivodnju u programima male privrede. Ovakva saradnja se razvija sa Zavodima „Crvena Zastava", „Gorenje", „Meblo", „Iskra", „Simpo", „Unis", „Energoinvest", „PKB", „Rade Končar" i još nekim organizacijama u zemlji. Ovim se hoće prevazići svatanje da se razvoj jedne zemlje može postići samo podizanjem krupnih kapaciteta (mada je to u krajnjoj liniji neophodno), jer praksa ukazuje na to da su i najrazvijenije zemlje sa najmodernijom privredom (kao što je slučaj Japana i Nordijskih zemalja), gde mala privreda učestvuje u celokupnom društvenom proizvodu sa 50%), one su svoj privredni razvoj započinjali sa razvojem male privrede pa nju i dalje raz vijaju i unapređuju.

Sadašnji uslovi privređivanja nameću potrebu da se ne ide po svaku cenu na podizanje velikih privrednih objekata, već naprotiv-na podizanje više manjih proizvodnih kapaciteta, koji bi koristili domaće sirovine i otpatke, povećali zaposlenost, iziskivali manja ulaganja, stim pre što bi se koristila sredstva u svojini građana i zadovoljile potrebe privrede i stanovništva. Angažovanje svih struktura u zemlji u tom pravcu bitan su uslov za unapređenje male privrede i sastavni deo celokupne borbe za razvoj dugoročne ekonomske stabilizacije danas u Jugoslaviji.

STANJE I RAZVOJ MALE PRIVREDE U NERAZVIJENOM PODRUČJU SAP KOSOVA

Dosadašnji razvoj male privrede u SAP Kosovo imao je vrlo usporeni hod i više stihijski karakter, bez mera za uporedno razvijanje sa ostalim privrednim granama. Međutim, poznato je da mala privreda vidno doprinosi razvoju prvenstveno manjih mesta, nedovoljno razvijenih regiona pa i pokrajine kao celine.

Može se sa sigurnošću konstatovati da je u minulom razvoju SAP Kosova prednost data velikim kapacitetima te je mala privreda u strukturi celokupne privrede (iako je tek od 1976. zaživela) nije ni do danas dovoljno zastupljena (do 10%). U dugoročnom programu ekonomske stabilizacije tek je potenciran opšti razvoj male privrede i njena povezanost sa ostalim privrednim granama. Ona se upravo razvija kroz manje kapacitete, postići zapošljavanje tržišta i zvoz, koristeći lokalne i ostale mogućnosti.

Na Kosovu, za pojavu i razvoj male privrede prethodio je razvoj zanastva koji i danas čini osnovu ovog privređivanja, jer se počelo sa udruživanjem rada i sredstava samostalnih zanatlija. Njeni prvi začeci razvoja na Kosovu datiraju od 1972. godine, ali je upravo tek zaživela od 1976. godine.

Još u srednjoročnom planu razvoja SAP Kosova od 1976—1981. godine precizirana je mogućnost za udruživanje ličnih sredstava sa udruženim radom, ličnog rada i drugo. A društveni dogovor u istom periodu obuhvatio je, između ostalog, i razvoj manjih kapaciteta čija se proizvodnja bazira na sekundarnim sirovinama iz prirodnih resurasa, na brojno nezapošljenoj radnoj snazi i korišćenjem brojnih otpadaka sa kojim u obilju Kosovo raspo-

laže. Tu se misli i na proizvodnju tekstila, kože, obuće, na eksploataciju uglja, cinka, nikla, olova i hroma; na fabrike papira; racionalno korišćenje zemljišta, sađenje rentabilnih kultura, mogućnost podizanja nekoliko prerađivačkih objekata voća i povrća (posebno u plodnoj Metohiji), iskoristiti brzake i vodopade reka u ovim brdsko-planinskim predelima, koristiti povoljne uslove za dalji razvoj domaće radinosti, zanatstva, turizma i ugostiteljstva, kao i mnogih drugih neiskorišćenih lokalnih resurasa. Tako bi se oslobodili uvoza nekih sirovina i blagovremeno bi obezbeđivali objekte male privrede sopstvenim sirovinama. A to bi se pozitivno odrazilo na uštedu deviza i zaštitu čovekove životne sredine za ostvarenje tog poduhvata potrebno je pokreniti širu akciju svih progresivnih snaga i građana Kosova. Ovo stim pre kad se zna da je Kosovo najnerazvijenije područje u našoj zemlji polazeći na osnovu nacionalnog dohotka po glavi stanovnika Pokrajine od svega 77398 dinara i društvenog proizvoda od 81184 dinara (1984), stim što je on nešto veći od Pokrajinskog u opštinama gde su veći gradski centri i u manjim opštinama Suvoj Reci i Leposaviću, jer su one nešto jače razvijenije od ostalih, dok ostale imaju status posebno nerazvijenih područja. Među sadašnjih 23 opštine SAP Kosova najrazvijenija je Priština, a najmanje opština u Dragašu.

Do 1983. godine struktura male privrede bila je predstavljena sa 50 organizacionih oblika, od čega 12 iz oblasti uslužnog zanatstva, 10 proizvodnih zanatstva, 2 zaštitne organizacije, 4 građevinske organizacije udruženog rada, 3 zanatske zadruge i 19 ugovornih organizacija udruženog rada, a od ukupnog broja bilo je 26 OUR, 10 OOUR i 14 organizacija udruženog rada su radne organizacije koje u svom sastavu nemaju OOUR. Na kraju 1984

Broj OOUR-a i zaposlenost u maloj privredi (druš. sektor) po opštinama u Pokrajini 1984.

Red. broj	Opštine	Broj OUR-a		Broj zaposlenih	
		1981.	1984.	1981.	1984.
1.	Uroševac	4	5	367	384
2.	Peć	7	11	452	534
3.	Priština	6	8	429	492
4.	Đakovica	1	4	162	222
5.	Prizren	6	7	280	290
6.	T. Mitrovica	4	4	197	208
7.	Gnjilane	2	3	48	69
8.	Kačanik	4	6	62	133
9.	Istok	1	—	15	—
10.	Lipljan	1	1	1	1
11.	K. Kamenica	—	1	—	25
12.	Srbica	—	1	—	7
13.	Vitina	—	1	—	20
14.	Glogovac	—	1	—	10
UKUPNO		36	53	2013	2388

godine bilo je ukupno 53 OUR i to iz proizvodnog zanatstva 14, uslužnog 14, završnih radova 19, zaštitnih radova 2 i zanatske zadruge 4.

U toku 1981. godini najveće učešće u maloj privredi (društveni sektor) imala je uslužna delatnost i to 33,3%, a u 1984. godini završni radovi u građevinarstvu učestvovali su sa 35,8%, dok je najniže učešće kod zaštitne delatnosti sa svega 3,9 .

Učešće male privrede u privredi SAP Kosova u celini može se videti iz sledećih pokazatelja za 1983. godinu (društveni sektor):

Privreda	Br. OUR	Br. zaposlenih	Ukupan prihod	Dohodak
Učešće privrede	771	135201	118228575	34104979
Učešće male priv.	44	2311	1384000	480000
U %	0,58	1,6	1,0	1,4

Iz prednjeg se vidi da je mala privreda u odnosu na celokupnu privredu Kosova zastupljena sa jako malim procentom.

Ovo stanje je već sledeće godine (1984.) znatno popravljeno u broju organizacija (53) i zapošljenosti (2388), dok se u 1985. godini broj organizacija popeo na 61, a zaposlenost na 3086. Međutim, u svim organizacionim oblicima male privrede (društvenog i samostalnog) ukupno je bilo zaposleno 14 371 radnik, od kojih u društvenom sektoru 2700 radnika, a u individualnom 11 671 radnik (na kraju 1984. godine). U istom periodu društveni proizvod u maloj privredi rastao je po stopi od 4,7% (društveni sektor 5,3 a individualni 3,7%). Ili uzeto u celini društveni proizvod u maloj privredi svake godine povećavao se za 1,2% za period 1981-1984. god. Uzeto u celini u maloj privredi od 1981. pa zaključno sa 1984. godinom zaposleno je 3737 radnika (u društvenom sektoru 686 i 3220 u individualnom), odnosno broj zaposlenih je povećan za 35%, tj. u individualnom sektoru bilo je većeg zapošljavanja od društvenog sektora. Zapošljavanje u pomenutom periodu teklo je puno brže u maloj privredi nego u druge grane privrede. No i pored toga, u 1984. godini mala privreda učestvuje samo sa 6,1% u ukupnom broju zaposlenih u SAP Kosovo, ili sa 9,3% u ukupnom broju zaposlenih u privredi. Zaposlenost se povećavala po prosečnoj stopi od 3%, što je manja u odnosu na planiranu od 4,2%.

Stopa akumulativne vrednosti OUR male privrede povećana je sa 5% u 1983. godini na 5,8% u 1984. godini, dok je stopa reproduktivne sposobnosti povećana sa 9,5% u 1983. godine na 10,5% u 1984. godini, a te stope su veće od privrednih gde iznosi 3,2% u 1983. godini odnosno 7,7% u 1984. godini.

Poslednjih godina došlo je do znatnog povećanja broja organizacija koje se bave završnim radovima, odnosno ugovornih organizacija udruženog rada

čiji su osnivači samostalne zanatlije i naši radnici koji su se vratili sa privremenog rada u inostranstvu.

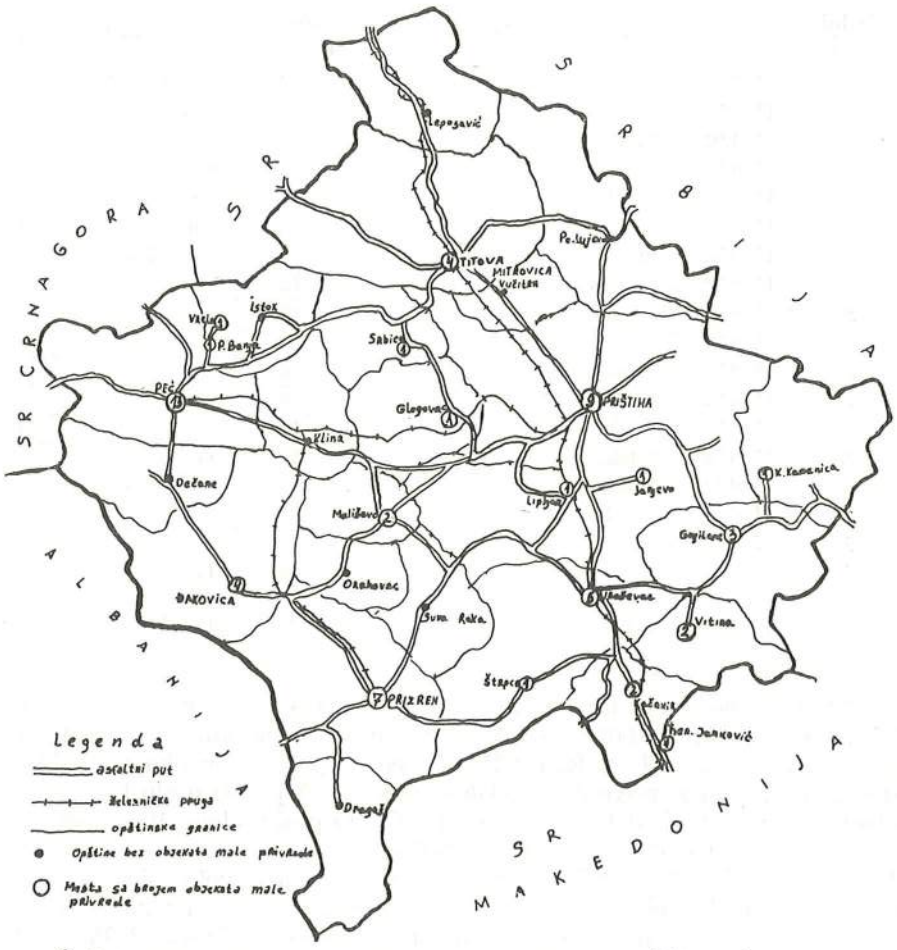
Spisak organizacija male privrede u SAP Kosovo u 1985. godini

Redni broj	Naziv organizacije	Broj zapos. radnika	Sedište
1.	OOUR „Autoremont“	218	Uroševac
2.	OOUR „Metohijaremont“	84	Peć
3.	OOUR „Autoservisi“	116	Priština
4.	OOUR „Kompresor“	162	Đakovica
5.	OOUR „Remontservis“	85	Prizren
6.	OOUR „Servisi“	31	Prizren
7.	OOUR „Plastika“	70	Priština
8.	OOUR „Zdrukthtarija“	56	Prizren
9.	OOUR „Mifast“„	115	Peć
10.	OOUR „Elektroinstalateri“	108	Peć
11.	OOUR „Vodoinstalateri“	42	Peć
12.	OOUR „Staklopan“	76	Priština
13.	OUR „Urgens“	177	Priština
14.	OUR Zanat. usluge „M. Nikolić“	85	Štrpce
15.	OUR „Filigran“	108	Prizren
16.	OUR „Domaća radinost“	57	Prizren
17.	OUR „Kosovarija“	36	Priština
18.	OUR Štamparija „Planinka“	50	Peć
19.	RO Ortoped. rad „Rudo“	38	Priština
20.	RO Hem. čišćenje „Sitnica“	7	T. Mitrovica
21.	RO Za HTZ „Sloga“	48	T. Mitrovica
22.	RO „Metalografika“	46	Uroševac
23.	KTRO „Jedinstvo“	60	Gnjilane
24.	KTRO „Kosovka“	25	K. Kamenica
25.	Zaštitna organizacija „Des“	150	Peć
26.	Zaštitna organizacija „Des“	24	T. Mitrovica
27.	Berberska organizacija	6	Gnjilane
28.	Berberska organizacija „Budućnost“	4	Peć
29.	Berberska organizacija „Proleter“	23	Priština
30.	Zanatska zadruga „Livac“	1	Janjevo
31.	Zanatska zadruga „Baškimi“	17	Priština
32.	Zanatska zadruga „7 juli“	12	Uroševac
33.	Zanatska zadruga „Kosova“	1	Mališevo
34.	OUR „Vrelo“	50	Vrelo
35.	OOUR „Univerzal“	56	Uroševac
36.	OOUR „Enterier“	22	Kačanik
37.	OOUR „16 novembar“	40	Gen. Janković
38.	OOUR „Ideali“	40	Kačanik
39.	OOUR „Izo-Kosova“	17	Gen. Janković
40.	OOUR „Metohijamont“	56	Pećka Banja
41.	UOUR „Župa“	22	Prizren

Redni broj	Naziv organizacije	Broj zaposlenih	Sedište
42.	UOUR „Muratori“	25	T. Mitrovica
43.	UOUR „Kosovouniverzum“	107	Peć
44.	UOUR „1 Maj“	7	Srbica
45.	UOUR „Čeliku“	6	Prizren
46.	UOUR „Termoklima“	42	Uroševac
47.	UOUR „Radijator“	20	Vitina
48.	UOUR „Dekor“	7	Đakovica
49.	UOUR „Betonjerka“	12	Peć
50.	UOUR „Radijatori“	13	Lipljan
51.	UOUR „Šari“	10	Mališevo
52.	UOUR „Baškimi“	10	Vitina
53.	UOUR „Tapiserija“	8	Peć
54.	UOUR „Zejtari“	10	Priština
55.	UOUR „Arkitekti“	20	Gnjilane
56.	UOUR „Perparimi“	14	Đakovica
57.	UOUR „Braća Karić“	42	Peć
58.	UOUR „Sloga“	12	Peć
59.	UOUR „Metaloplast“	20	Peć
60.	UOUR „Izolator“	10	Glogovac
61.	UOUR „Solid“	50	Đakovica

Iz ovog spiska organizacija male privrede na Kosovu, vidi se da je u 1985. godini bilo: OOUR, 7 OUR, 7 zaštitnih i zanatskih organizacija, 4 zanatske zadruge, 27 UOUR. i 4 RO. U pomenutoj godini ukupno je bilo 61 organizacija male privrede sa 3086 zaposlenih. A prema poslu koga obavljaju ove organizacije dele se na: 20 uslužnih, 17 proizvodnih, 10 za završne radove u građevinarstvu, 3 za domaću radinost, 2 za zaštitu na radu, 5 zanatskih organizacija i 4 zanatske zadruge. Ove organizacije pokrivaju područja 15 opština ove Pokrajine, dok ih u ostalih 8 opština nema. Pretežno su locirane u 7 većih gradskih centara Pokrajine i to: u Peći 13, Prištini 9, Prizrenu 7, Uroševcu 5, Titovoj Mitrovici 4, Đakovici 4 i Gnjilanu 3, što ukupno iznosi 44 organizacije, dok je preostali manji deo od 17 organizacija male privrede razmešten u više manjih mesta i uglavnom u jako nerazvijenim opštinama u Pokrajini.

Za razvoj male privrede na području SAP Kosova zanatstvo i domaća radinost predstavljaju glavni oslonac. Zanatstvo u ovom kraju ima dugu tradiciju, još iz ranog srednjeg veka kada su se pojavili prvo stari — klasični zanati i činili za dugo osnovu rada i izvora sticanja sredstava za život većine ovdašnjeg življa. U kasnijim etapama a posebno danas oni su se znatno modernizovali, dopunili i osavremenili, shodno kulturi, modi i ukusu ovog kraja. Tako se posebno u socijalističkoj epohi zanastvo naglo počelo transformisati u savremeno i društveno zanatstvo, te je na Kosovu 1985. godine bilo registrovano 6077 privatnih zanatskih radnji sa 8535 zaposlenih i u društvenom sektoru 72 zanatske organizacije sa 3447 zaposlenih. Svo zanatstvo u osnovi



Sl. 1. RASPORED OBJEKATA MALE PRIVREDE NA KOSOVU U 1985. godini

deli se na proizvodno, uslužno i građevinarsko. U novim uslovima, kulturne emancipacije, porasta životnog standarda, veće urbanizacije, šire upotrebe aparata u domaćinstvu i povećanju broja motornih vozila, nameće potrebu otvaranju brojnih servisnih radionica društvenog i udruženog zanatstva u okviru male privrede. A za sve to na ovom području postoji dovoljno stručno radne snage i obilje sirovina i neiskorišćenih mogućnosti, što bi dobro došle za podmirivanje potreba radnih organizacija i građana. Nekadašnje zanastvo je zamenjivalo industriju, a danas služi kao njena dopuna. Stoga sadašnji uslovi sve više diktiraju potrebu formiranja zanatskih malih proizvodnih i uslužnih kapaciteta, te se javlja potreba za formiranje većeg broja ugovornih organizacija udruženog rada kao prelazni oblici samostalnog ličnog rada sa sredstvima u svojini građana u udruženom radu.

Fot. 1. Kujundžijski zanat — majstor Franjo Čiflak iz Peći

Domaća radinost kao sastavni deo male privrede predstavlja delatnost za izradu i preradu predmeta gde uglavnom dominira ručni rad koji se obavlja po kućama kao sekundarna delatnost i pomaže domaćem budžetu. To su delatnosti proizvodnog i uslužnog karaktera i obavlja se kao stalno ili dopunsko zanimanje u porodičnom krugu. Ovde se ubrajaju i usluge kao što su: turistički promet, seoski turizam, izrada suvenira, narodnih nošnji, čipki, vezova i pletiva, kao i različiti predmeti koji služe širokoj potrošnji, a za sve to koristeći lokalne sirovine i neapošljeno stanovništvo — porodice, sela ili područja. Ovde se može iskoristiti deča, stara i invalidizirana radna snaga. Posebna odlika domaće radinosti je ta što se posao obavlja kući za svojim mašinama i alatima radeći na „sic". U stalnom radnom odnosu ili kao spo jni saradnik. Zasada postoje 4 registrovane organizacije na Kosovu koje se bave domaćom radinosti a to su: OUR „Domaća radinost iz Prizrena koja zapošljava 100 radnika i 7000 saradnika, OUR „Kosovarija" Priština sa 23 radnika i 800 saradnika, OUR „Vrelo u Vrel sa 130 radnika 500 saradnika i OUR „Dečani" u Dečanima sa 38 radnika i 2000 saradnika. Svoje proizvode sem lokalnih potreba uglavnom plasiraju preko poslovnih organizacija i prodavnica kao što su „Rukotvorina" iz Zagreba, „Dalma" iz Splita, Aerodrom iz Zagreba, „Zvezda" iz Beograda, „Trgotekstil" iz Skoplja i slino. Pomenute organizacije imaju i svoje prodavnice ne samo na Kosovu nego i u drugim, posebno većim centrima i Primorju. Ove organizacje organizuju rad u sopstvenim prostorijama i po kućama u gradu i selu kod svojih saradnka, vrše otkup i prodaju gotovih proizvoda.

Glavno obezbeđenje finansiskih sredstava za finansiranje programa male privrede vrši Udružena banka Kosova, Osnovne banke, sredstva Fonda

Federacije za posticaj razvoja nedovoljno razvijenih regija, republika i pokrajina, udružena sredstva građana, sredstva radnika povratnika iz inostranstva i sredstva Međunarodne finansiske Korporacije iz Vašinktona. Sredstva se dobivaju iz banaka po odobrenju programa Privredne komore Kosova, tj. njenog Koordinacionog odbora za razvoj i unapređenje male privrede. Za razvoj male privrede na Kosovu (proširenje,rekonstrukciju i modernizaciju postojećih objekata kao i izgradnju novih) do 1980. godine uloženo je 669. 000.000 dinara i zapošljeno je preko 2000 radnika. Od perioda 1981—1985. godina iz Fonda Federacije uloženo je 173.050.293 dinara i iz Međunarodnog fonda Korporacije iz Vašinktona 641.638 dolara i 272.627 nemačkih maraka. Ostalo je neiskorišćeno još 183.810 dolara i 1.226378 nemačkih maraka, jer građani i organizacije male privrede usled nepovoljnih kursnih razlika (opadanje vrednosti dinara a sredstva se imaju vratiti u istoj valuti) ne usuđuju se koristiti preostala sredstva. Dosada je pomoću ovih i drugih sredstava odobreno i finansiranje na Kosovu 30 programa. U toku je odobravanja još 9 programa sa sumom od 410 mil. din. iz sredstava Federacije i Fonda sopstvenog učešća, dok na odobrenje čeka još 32 programa sa sumom od 1.5 milijarde dinara. U srednjoročnom planu 1981—1985. godine u maloj privredi stopa rasta investicija iznosi 11,1%.

Kao i u ostalim krajevima naše zemlje tako i na Kosovu od 1976. godine počeli su da se donose, društveni dogovori i planovi o razvoju male privrede po opštinama. U većini opština formirani su stalni odbori i komisije koje treba da se angažuju na primeni, donošenju i sprovođenju planova razvoja male privrede. Skupštine, Izvršna veća i organi uprave u pokrajini treba da stvaraju povoljne uslove za brži razvoj male privrede, kroz mere i aktivnosti za uskla-

Fot. 2. Domaća radinost u Metohiji

đivanje, dogradnju i sprovođenje propisa o obavljanju delatnosti ličnim radom sredstvima u svojini građana, o zadružnim organizacijama male privrede, propisima o poreskoj politici, programima o usmerenom obrazovanju i drugim merama predviđeni Društvenim dogovorom o osnovama zajedničkog delovanja u SAP Kosovo. Odgovarajućim merama treba podsticati radne ljude, a posebno povratnike da prema konkretnim uslovima ulažu lična sredstva u otvaranju proizvodnih i uslužnih kapaciteta koji zadovoljavaju potrebe privrede i stanovništva. Takođe treba nastaviti sa širenjem mreže ugostiteljskih, trgovinskih i turističkih kapaciteta tamo god za to postoje potrebe. Posebno treba stimulisati pitanje proizvodnje deficitarnih proizvoda i obavljanje usluga koje nemogu da se podmire iz postojećih kapaciteta.

Kao odraz solidarnosti svih naših republika i SAP Vojvodine, stoji društvena obaveza koja se već od 1981. godine za brži razvoj SAP Kosova sprovodi da svaka ovde izradi najmanje po jedan privredni objekat, što nudi velike mogućnosti za ostvarenje programa male privrede i dugorone ekonomske stabilizacije.

Poseban značaj i ulogu mala privreda u sistemu opštenarodne odbrane i društvene zaštite, sagledano kroz proizvodnju i usluge za potrebe oružanih snaga i stanovništva u normalnim a posebno u kriznim periodima (ishranu, odevanje, održavanje mehanizacije i komunalnih objekata).

Društvenim dogovorom o usmeravanju sredstava Federacije za kreditiranje bržeg razvoja privredno nedovoljno razvijenih republika autonomnih republika u periodu od 1986—1990. godine u SAP Kosovo utvrđeni su kriterijumi, uslovi i način usmeravanja sredstava Fonda Federacije namenjeni za brži razvoj SAP Kosova. Cilj ovih sredstva je da obezbede dinamičan i brži razvoj male privrede, veći stepen zaposlenosti, poboljšanje privredne struktuer i veći efekat u izvozu. Iz ovih sredstava za ukupnu privredu predviđeno je finansiranje od 404.080,0 miliona dinara, a samo za zanatstvo i malu privredu 14.240,0 mil. dinara. Predviđeno je da se sredstva Fonda Federacije usmere u prvom redu u programima koji obezbeđuju veću zaposlednost i manje angažovanje ulaganja za jedno radno mesto i od svih privrednih grana na području SAP Kosova zanatstvo i mala privreda za jedne radno mesto najmanje zahtevaju ulaganja, tj. svega 6.900.000 dinara (po cenama iz 1985. godine), dok je prosek ulaganja za celu privredu do 11 mil. dinara, a najviše za Industriju 13.500.000 dinara, stim što u učešću finansiranja po pojedinim granama privrede, učešće zanatstva i male priverde ima najveću prednost, te je zastupljena sa 86%.

Sredstva Fonda Federacije formiraju se u visini od 1,56% iz društvenog proizvoda Jugoslavije-društvenog sektora. Učešće Kosova u ovim sredstvima iznosi 48,1% udruživanjem sredstava ostvariće se 50% rada i sredstava između organizacija udruženog rada socijalističkih republika sa organizacijama udruženog rada iz SAP Kosova i 50% u vidu obaveznog zajma.

U odnosu na ostale grane privrede, razvoj male privrede karakteriše se nizom prednosti i mogućnosti za dalji i brži razvoj Kosova koji nisu dovoljno korišćeni. Pre svega investiciona ulaganja na programima male privrede su znatno manja po obimu, što daje mogućnost da se brže i lakše obezbede potrebna finansiska sredstva. Ulaganja za radna mesta su znatno manja u

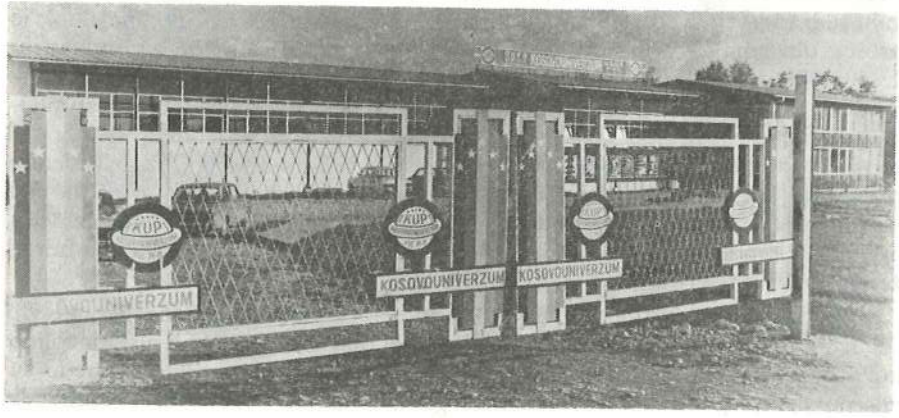
odnosu na druge grane privrede. U njoj uložena sredstva se na najbrži način vraćaju. Da se ona može razvijati uspešno u brdsko-planinskim krajevima i selima, što nije slučaj sa ostalim granama privrede. Ona stvara mogućnost većeg zapošljavanja. Iskorišćavanje lokalnih sirovina i otpadaka i posebno treba imati u vidu fleksibilnost male privrede i njene mogućnosti na prilagođavanje potrebama tržišta i preorjentacija u proizvodnji novih artikala. Dalje ona doprinosi većoj afirmaciji rada, stvaralaštva, produktivnosti rada i stvaranju većeg opšteg pa i ličnog dohotka zaposlenih.

Međutim, kako je razvoj male privrede uslovljen nizom faktora i okolnosti (dugoročnih i kratkoročnih) to oni usporavaju njen ubrzani razvoj:

- Neke opštine noš nisu donele društvene planove razvoja male privrede, niti izabrale određene organe za njihovo donošenje i sprovo-+enje.
- Prilično komplikovan i dug proces za dobijanje dozvole za osnivanje UOUR i drugih oblika i vidova organizovanja.
- Sporo usvajanje programa kod Privredne komore Kosova kao i dobijanje investicionih sredstava kod banaka.
- Nedostatak poslovnog prostora i potrebnog stručnog kadra.
- Za veći broj delatnosti male privrede, a posebno samostalnog i ličnog rada, naročito problem predstavlja snabdevanje sirovinama i repro materijalom.
- Osloboditi malu privredu mnogih poreza i doprinosa.

Zahvaljujući mnogim preuzetim merama i realizacijom programa obogaćuju se privredna struktura i stvaraju uslovi za brži razvoj male privrede koju sve više treba razvijati kao kooperanta industriji i drugim delatnostima, stim pre što se bavi sakupljanjem i korišćenjem sekundarnih sirovina za proizvodnju u u lovima nestašice primarnih sirovina, za koju se često daju devizna sredstva, pa do zaštite čovekove okoline.

Kakve rezultate u praksi postiže mala privreda na području SAP Kosova vidi se iz uspeha sledeće ugovorne organizacije



Fot. 3. OOUR „Kosovouniverzum" Peć

UZOR UGOVORNE ORGANIZACIJE (UOUR) „KOSOVOUNIVERZUM" u PEĆI

Na području SAP Kosova u 1985. godini radi 27 OUUR, tj. organizacija u kojoj su građani udružili svoj rad i sredstva i zaposlili 698 radnika. One predstavljaju zasada najmasovniji oblik udruživanja male privrede. Među njima je najstarija, masovnija po broju zaposlenih i pokazanim rezultatima UOUR „Kosovouniverzum" u Peći. Nju su formirala 4 brata i sestra Karić januara 1979. godine, žleći da zaposle see i mnoge nezaposlene grđane. Osnivači su sem svoga rada uložili i sopstvena sredstva (mašine, alat i novac) u vrednosti od 2.000.000 dinara. Počelo je da rade njih osmoro a posle 6 godina uspešnog rada, radi 107 radnika. Oni svake godine posluju rentabilno i znatno promašuju plan proizvodnje (oko 30%). Od ukupnog radnog osoblja svega 12 radi u administraciji, ostalo u neposrednoj proizvodnji raspoređeni po grupama i stručnim branžama, gde je poso u većini normiran. Od svih najviše imaju kovača i bravara. Zbog specifičnosti posla žena ima svega 8. Po narodnosti su: Srbi 35, Crnogorci 36, Albanci 9, Romi 23. i 4 Muslimana i Turci. Po starosti to je izrazito mladi kolektiv, svega 3 radnika imaju iznad 50 godina, svi ostali su od 18 do 35 godina. Primaju se oglasom i uputom iz zavoda za zapošljavanje, naravno u početku po ugovoru na određeno vreme (3—6 meseci), a zatim valjani ostaju u stalnom radnom odnosu. Ovde radnici na svaki sat i dvadeset minuta imaju pravo na cigaret-pauzu od 10 minuta i 30 minuta odmora za topli obrok koga primaju besplatno. Zakašnjenja nema izostanaka sa posla skoro da nema, bolovanja su retka sa izuzetkom trudnica i bolničkog lečenja, što kontroliše isciplinska komisija koja obilazi bolesnike. U slučaju da neko nešto otuđi iz fabrike, zabušava, simulira i zagovara na poslu, može biti automatski otpušten sa posla, a za lakše prestupe postoje disciplinske mere.

Zaposleni u ovoj organizaciji sem zarađenog ličnog dohotka-koga primaju najdalje do 15-tog u sledećem mesecu, dobivaju i još 30% naime stimulativnog dela. U interesu stimulisanja za rad i povećanu proizvodnju, uredno dolaženje i radne discipline, ova organizacja je od 1982. godine uvela i specijalne nagrade koje daju na kraju godine (po jedan kolor TV, zlatnik sa likom druga Tita i zlatni časovnik) najboljim radnicima za redovno dolaženje i pokazane rezultate u radu. Takođe postoji još dva puta u godini nagrađivanje dobrih radnika (za 1. Maj i 29. Novembar) savremenim, stučnim knjigama i marksističkom literaturom. Dobre radnike i nežnog zdravlja šalju o trošku organizacije zajedno sa svojom užom porodicom po banjama i primorju. Najmanje dva puta godišnje redovno povećavaju lične dohotke od 10—30%, stim da od toga rukovodeće osoblje i administracija dobija najviše do 10%, a neposredni proizvođači maksimum do 30%. Svi zaposleni primaju uvećani lični dohodak bilo zbog prebačenih normi, stimulativnog dela, prekovremenog rada ili podele viška po obračunu. Njihov lični dohodak je iznad jugoslovenskog proseka (prosečni LD je 35)000 dinara u 1985.). Pored toga u toku godine radnici primaju 50 kg šećera i 100 kg brašna besplatno i participacijom od 50% po 5—10 m. drva i to kredit za šest meseci.

Sve do 1982. godine radilo se u kućama osnivača i bavili se više sitnim servisnim radovima: opravke raznih preciznih mašina, pisanjem firmi, izra-

dom značaka, saobraćajnih znakova, pečata i drugih sitnica, tj. sve ono što je donosilo novac. Potpunija proizvodnja počela je tek od 1982. godine u podignute nove hale za koje je bio odobren kredit od 12.750.000 dinara. Tada je povećan mehanizacioni fond, zapošljenost i asortiman proizvoda. Ali se postepeno proizvodnja specijalizovala i zaokruživala, uglavnom su proizvodili poljoprivredni i građevinski alat, a sada od 1985. godine najviše proizvodi kompletne plugove, sečke i livene sekire. U početku svojim proizvodima uglavnom su snabdevali područje Kosova i uže Srbije, a sada sve republike u našoj zemlji.

U „Kosovouniverzumu" radi se u dve smene i svake subote. Posao primaju po porudžbini. Robe nemaju na lager. Ovde se u prvom redu poštuje rad, radna disciplina i maksimalna ušteda materijala. Sirovine nabavljaju tamo gde je najjeftinije: u železarama, trgovinama, a ponajviše po otpadima, dok u novije vreme sirovinu im nude i poručioci robe. Robu distribuiraju preko svojih trgovačkih putnika i 11 stalnih prestavništava: u Valjevu, Požegi, Titogradu, Nišu, Skoplju, Beogradu, Zagrebu, Subotici, Prištini, Tuzli i Tivtu. Organizacija ima dobro razvijenu mrežu kupaca širom zemlje i to pretežno sa većim i poznatim firmama, kao Šabačka „Zorka", „Robna kuća" Beograd, „Metaloservis", „Agrooprema", Agrovojvodina, Fabrika alatnih mašina „ILR" u Železniku, „Opremotehna", „Jugobiciklo" iz Beograda, preduzeće „Mehanizacija" i „Grmija" iz Prištine.

U cilju unapređenja proizvodnje, uvođenje nove tehnologije i daljeg uspeha ova organizacija prati sva savremena dostignuća i noviju literaturu, a prvenstveno časopis „Mala privreda", „Ekonomika" i bilten "Metalobiro" i sarađuje sa profesorima univerziteta koji se bave tom problematikom. Izlaže svoje proizvode na sajmoima i izložbama. Šalje svoje radnike na stručna usavršavanja po određenim centrima, ili poziva stručnjake određenih profila za obučavanje i kvalifikaciju svojih radnika. Od 1984. godine ova organizacija posluje i sa inostranstvom i to uglavnom Austrijom i SR Nemačkom prreko „Kugles" iz Beograda i „Jeklotehna" iz Maribora.

Organizacija „Kosovouniverzum" u 1985. godini uložila je u investicije 74.511.690 dinara, ostvarila bruto-produkt 445.363.703 dinara dohodak 116.653.346 dinara, zaposlila u stalni radni odnos 107 i na određeno vreme 60 radnika, kao i ostvareni prosečni lični dohodak 35.000 din.

UOUR „Kosovouniverzum" funkcioniše na zakonskoj osnovi, tj. osnovama Zakona Udruženog Rada, te ima sve što imaju ostale radne organizacije-počev od potrebnih normativnih akata, organa upravljanja (radnu zajednicu, radnički savet), potrebne komisije i sve društveno-političke organizacije (OO SK, organizaciju Sindikata i Omladine). To je zasada najveća i jedna od najstarijih ugovornih organizacija u Jugoslaviji, koja svakim danom sve više razvija proizvodnju, proširuje i povećava zapošljenost, te po svojim rezultatima služi kao uzor svim udruženim i radnim organizacijama Kosovu, Srbiji i Jugoslaviji, što svedoče već dobivena priznanja i pohvale počev od lokalnih do Saveznih organa i organizacija.

ZAKLJUČAK

Pojava i razvoj male privrede na Kosovu je novijeg datuma, tj. datira od 1972. godine. Ona predstavlja udruženi i lični rad i finansiska sredstva u svojini građana. To su manji proizvodno-uslužni industrijski kapaciteti koji služe kao dopuna industriji i zadovoljavanje tekućih potreba stanovništava. Za svoj rad koriste lokale sirovine, prirodne resurse, industrijske i druge otpatke. Osnovu njenog poimanja čini zanatstvo i domaća radinost, mada direktno i indirektno na njen razvoj utiču i druge privredne grane: turizam i ugostiteljstvo, saobraćaj, trgovina, urbanizam i komunalne delatnosti kao i mnogi drugi oblici infra strukture, a sve to dalje zavisi od stepena kulturnog i sveukupnog društveno ekonomskog razvoja. Polazeći od još nedovoljno iskorišćenih prirodnih i drugih mogućnosti, a stim i od povećanih potreba stanovništva i privrede, može se reći da razvijenost male privrede još nije na zavidnoj visini. Zbog toga ona mora ubuduće da bude u funkciji celokupnog razvoja i dugoročnog programa ekonomske stabilizacije. Sa dosadašnjim razvojem male privrede ne možemo biti zadovoljni, jer je učešće male privrede u društvenom proizvodu privrede SAP Kosova oko 5%. U nekim optšinama i danas nema konkretnih planova za razvoj male privrede, niti oformljenih tela koja bi se starala o njenom razvoju, što je rezultat da i danas na teiritoriji 8 opština nema ni jedne organizacije male privrede pa i da se broj samostalnih zanatlija u nekim opštinama Kosova od 1984. godine postepeno smanjuje.

Pitanje razvoja i organizovanja male privrede treba da bude u funkciji ostvarivanja zadataka, koji proizilaze iz društvenog plana razvoja SAP Kosova i opština, koji se odnose na poboljšanje privredne strukture, povećanje zaposlenosti, razvoj komplementarne proizvodnje u funkciji velikih privrednih sistema brže i efikasnije aktiviranje investicija i ravnopravnije razvoj područja i opština, što zahteva aktiviranje svih subjektivnih snaga.

U 1985. godini na području SAP Kosova bilo je 61 organizacija male privrede sa 3086 zaposlenih u čijoj strukturi su dominirale po masovnosti ugovorne organizacije udruženog rada (27). Tada je ukupno registrovanih privatnih zanatskih radnji bilo na Kosovu 6077 sa 8355 zaposlenih i u društvenom sektoru 72 zanatske organizacije sa 3447 radnika.

Od osnivanja organizacija male privrede pa zaključno sa 1985. god. na Kosovu za njihov razvoj odobreno je i realizovano 30 programa sa 842. 000.000 dinara i deviznih sredstava 641638 dolara i 272.627 nemačkih maraka. I sada je na odobrenju 9 programa sa 441.000.000 dinara i još čeka na odobrenje u Privrednu Komoru Kosova i po osnovnim bankama 32 programa sa sumom od 1.500.000.000 dinara.

Značaj male privrede i njena prednost u odnosu na druge privredne grane ogleda se u tome što iziskuje manja investiciona ulaganja, što se brže može transformisati na usluge i proizvodnju drugih proizvoda, što brže može reagovati na tržište, što vrši brži povraćaj uloženih finansijskih sredstava, što može zaposliti više radnika, jer je to pretežno ručna izrada. No, za sada na njen još usporen trend razvoja utiču mala investiciona ulaganja, stoga je za poslednjih 4 godine srednjoročni plan ostvaren samo za svega 22,3%. Tome doprinose komplikovani proces dobijanja dozvola, sporo odobravanje pro-

grama od nadležnih organa, nedostatak kadrova i poreska politika sa mnogim dažbinama. Stoga je za efikasniji razvoj male privrede u postojećim uslovima potrebno puno angažovanje svih subjektivnih snaga vlasti, društveno-političkih organizacija i građana počev od Pokrajine pa do najzabačenijeg mesta u opštini.

LITERATURA

1. N. Stanković: *Mala privreda i udruženi rad*, Beograd, 1977. str. 1—249.
2. Dr Bojko Bojović: *Metohija (Monografija)*, Jedinstvo, 1979. Priština str. 184—197.
3. Dr Bojko Bojović: *Doprinos male privrede bržem razvoju nerazvijenih područja sa posebnim osvrtom na SAP Kosovo*, Časopis „Ekonomika" 3/1982, Beograd, str. 36—40.
4. Dr Bojko Bojović: *Mala privreda — uslovi i mogućnosti razvoja male privrede u Jugoslaviji*, Časopis „Ekonomija" 6/1983. Izdavač Ekonomski institut Priština, str. 409—420.
5. Lj. Janičijević: *Mala privreda*, Časopis „Obeležja" 2/1976. Jedinstvo, Priština, str. 73—79.
6. Savezna konferencija SSRNJ: *Društveno-ekonomski položaj i dalji razvoj male privrede*, Beograd 1983, str. 1—5.
7. Privredna komora Kosova: *Izveštaj o razvoju male privrede sa posebnim osvrtom na finansiranje razvojnih programa iz ove oblasti*, Priština, 1983. str. 1—15.
8. SAP Kosovo Pokrajinski zavod za statistiku: Statistički godišnjak SAP Kosova, Priština 1985. str. 166—167 i 492.
9. Izvršno Veće SAP Kosova — Privredna komora Kosova: Izveštaj o realizaciji društvenog dogovora o razvoju male privrede za period 1981—1985. Priština 1985. str. 2—32.
10. Izvršno Veće Skupštine SAP Kosova: Društveni dogovor o usmeravanju sredstava Fonda Federacije za kreditiranje bržeg razvoja privredno nedovoljno razvijenih republika i autonomnih pokrajina u periodu od 1986. do 1990. godine u SAP Kosova, Priština 1986. godine, str. 1—15.
11. Razna saopštenja i podaci dobiveni od odgovornih za malu privredu u Privrednoj komori Kosova u Prištini, UOUR „Kosovouniverzum" u Peći i korišćena je dnevna i revijalna štampa Priština i Beograda.

THE IMPORTANCE OF DEVELOPMENT OF SMALL ECONOMY IN SAP OF KOSOVA

Bojko Bojović

Summary

Samll economy in SAP of Kosova began to be developed since the year 1972. In fact, it represents a united and personal work financed by citizens. These are mainly small production units that can employ to 200 people. They have complematary functions in regard of general production among smaller and larger economic units. They use mainly local row materials (natural resources, etc.). It's function also is based on handicrafts and in the economic branches and forms of infrastructure. Since it's beagining, it' didn't have a fast trend of development, because of the lack of investments, skilled workes, destimulating tax policies, and the lack of plans for development of communes.

There were 61 organizations of small economy with 3086 workes and 6077 individual craftshops with 8355 skilled workers in the year 1985. Until now there are accomplished 30 programms, with an amount of 1.066.000 dinars, in the year 1985.

RËNDËSIA E ZHVILLIMIT TË EKONOMISË SË VOGËL NË KRAHINËN JO TË ZHVILLUAR TË KOSOVËS

Dr *Bojko Bojoviq*

Rezime

Ekonomia e vogël në KSA të Kosovës filloi të zhvillohet që nga viti 1972. Këto kryesisht janë kapacitete të vogla prodhuese-sherbyese të cilat punësojnë deri më 200 puntorë dhe kanë më teper karakter koplimentar në lidhjen e dhe plotësimin e ekonomisë së vogël më ate të madhen, duke sfrytzuar kështu lënden e parë lokale (resurset natyrore, hedhurinat industriale e të tjera). Në periudhen e deritanishme, ajo nuk kishte trend të shpejt të zhvillimit, në mungesë t'investimeve, kuadrit, të politikes jo të përshtatshme tatimore, dhe mungeses së planeve të zhvillimit në komuna.

Në vitin 1985. në Kosovë kishte 61 organizata të ekonomisë së vogël më 3086 punëtorë dhe 6077 punëtori zejtare individuale. Deri më tani, në ekonominë e vogel janë realizuar 30 programe më 1.066.000.000 dinarë, janë në rrjedhë, ose priten të lejohen edhe 41 programe më 2.000.000.000 dinarë.

Qëllimi dhe rendësia e ekonomisë së vogël është që, përveç shtimit të prodhimit dhe shërbimeve, të ndikoj edhe në shtimin e punësimit, përmirësimit të strukturës ekonomike, racionalizimit dhe shfrytëzimit të potencialit ekonomik dhe shtimit të eksportit. Megjithatë, kushtet, mundësiti, rrethanat në zhvillimin e ekonomisë së vogël në Kosovë assesi nuk mund të thuhet se janë të shfryfëzuara.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbofnik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (—)

PREDODŽBA OSNOVE FIZIČKOGEOGRAFSKE REGIONALIZACIJE SAP KOSOVA*

Muharrem Cërabregu

Abstrakt

Kosovo je smješteno na jugozapadnom prostoru jugoistočne Evrope. Ovaj prostor predstavlja složenu tektonsku podolinu koju gotovo sa svih strana omeđuju visoke planine. U središnjem dijelu izdvojena je sa uzvišenjima neznatnih visina u kosovsku i dukagjinsku ravnice. Kosovska i Dukagjinska ravnice su primarno tektonski oblici, preinačeni riječnom erozijom Sitnice i protoka, te Bjelog Drima i pritoka. Na rubu obih ravnica ističe se raznoversni reljef: paleoabrazioni, glacijalni i kraški reljef po obodu Dulagjinske ravnice, te vulkanski reljef sa istočne strane Kosova. U Dukagjinskoj ravnici kod Ura e Shënjt (Švanjski most) imamo grupu epigenija, a po obodu Prokletije ledničke valove i klisure. Sa dna ravnice uzdižu se niske planine, a u nekada visoko dno ravnice uzdižu se niske planine, a u nekada visoko dno ravnice usječena je impozantna dolina Miruše, a na Prokletijama i Šar-planini nailazimo na mala lednička jezera.

Ako se teritorij SAP Kosova gleda sa aspekta osnovne reljefne strukture, zatim klime, vegetacije, pedologije i homogenog razvoja historijsko-geografskih kretanja, i pridržavamo se formulacije „princip homogenosti shvaćene uglavnom kao određene jedinstvenosti jednoobraznosti, cjeline geografskih pojava, karakterističnih za neku određenu prostornu cjelinu„[1] onda se može zaključiti da Kosovo predstavlja jednu realnu homogenu regiju.

Dakle, SAP Kosova sama po sebi izdvaja kao posebna regija, ako gledamo kompleksno prirodne elemente i društvene faktore koje čine jednu realnu jedinstveno homogenu cijelinu, a princip unutrašnje regionalizacije je različit s obzirom na različitu prirodnu predispoziciju reljefa, zatim stupnja ekonomskog razvoja, transformacije pejsaža itd.

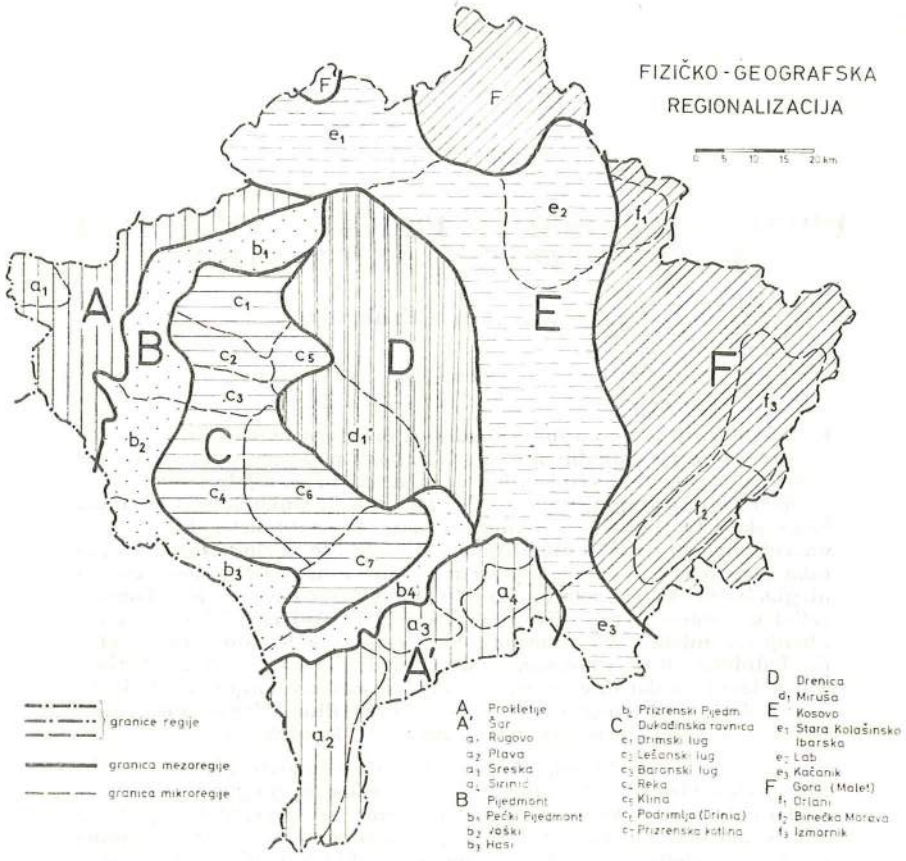
---

* Ekstrakt iz magistarskog rada: M. Cerabregu, *Populacijske osobine Kosova i njihova grafička obrada*, Prirodno-Matematički Fakultet Sveučilišta u Zagrebu, Geografski Zavod, Zagreb, sept. 1971.

[1] V. Rogić, *Geografski koncept regije*, Geografski glasnik, Zagreb, 1963, str. 114.

Mezoregija od kojih ima 6 (A, B, C, D, E i F) izdvojene su na osnovi hipsometrije reljefa, klimatskih uvjeta i vegetacije.

Mikroregija ima 22 koje se uglavnom pružaju u donjim tokovima rijeka, zauzimaju najpogodnija središta u mezoregijama.



PODJELA KOSOVSKE REGIJE NA MEZO I MIKROREGIJE

Teritorij SAP Kosova koji pretstavlja primjer realne homogene cjeline, podjeljen je na 6 mezoregija:

A. Mezoregija Prokletija i Šara

Fizionomiju mezoregije određuje visine sa tipičnom planinskom pejsažom. Ona nije kontinuirano povezana, međutim, nju karakteriziraju iste planinske osobine.

Masiv Prokletija (Bjeshkët e Nëmuna) koji pripada alpskoj orogenezi ima suprotan pravac pružanja dinarskog sistema. Masiv je izgrađen od mezozojskih krečnjaka gdje na svim visinama iznad 1500 m. nalazimo ostatke glacijalnog doba. Istočna strana Prokletija nije kontinuirano povezana, jer se poprečno ispreseca rijekama. Vertikalna izmjena bilnih zajednica je veoma izražena. Na rubu nailazimo na biljne kulture, zatim kestenje, listopadne šume, četinjače, pojas pašnjaka i golih vrhova. Naselja na Prokletijama su koncentrisana na Rugovo — osojnim stranama Haile.

Šar je formiran u isto geološko doba kao i Prokletije, njegova fizionomija je slična Prokletijama.

Ova mezoregija ima 4 mikroregije, u Prokletijama samo jednu dok su ostale u Šaru:

1. Rugovo
1. Gora
2. Sredska
3. Sirinić

B. Pijedmontska mezoregija

Pijedmont se pruža u obliku pojasa od sela Rudnika (sjeveroistok Dukađinske ravnice) polukružno do sela Dula (razvođa sliva Bjelog Drima i Sitnice). U ovom pojasu preovladavaju fluvio-glacialni nanosi koji pod utjecajem povolnih topografskih i drugih faktora uslovljavaju kultivisanje žitarica i voćnjaka.

Pijedmont ima 4 mikroregije: Pećki Podgor (Rrënza e Pejës), Vokš, Has i Prizrenski Podgor (Rrënza e Prizrenit).

C. Mezoregija Dukađinske ravnice

Dukađinskom ravnicom dominiraju aluvijalne ravni koje obiluju velikom količinom površinskih i podzemnih voda i blagom klimom, što je uvjetovalo bujnu i raznoliku vegetaciju. U najjužnijem dijelu ove mezoregije sa najnižom nadmorskom visinom — u dolini Bijelog Drima osjeća se mediteranski klimatski utjecaj, što omogućuje uzgoj raznih kultura i vinogradarstva.

Ova mezoregija ima 7 mikroregija koje su uglavnom pružaju po riječnim dolinama. To su: Drinski lug, Lešački lug, Baranski lug, Reka, Klina, Podrima i Prizrenska kotlina.

D. Drenička mezoregija

Ova mezoregija se rasprostire na centralnom dijelu teritorija Kosova. Njezina istočna strana je ograničena vijencima Ćićavice i Goleša, dok zapadna strana vodorazdelom Drenice i Drima. Fizionomiju ove mezoregije određuje uzvišena drenička ravnica na istoku i valovita zapadna strana. Planine su

obrasle listopadnim šumama, dok obodni pojas i ravničarski središnji dio je sparcelisan pšeničnim poljima načičkanim usamljenim drvećima krušaka. Ova mezoregija ima samo jednu mikroregiju i to u atraktivnoj dolini rijeke Miruše.

E. Mezoregija Kosovske ravnice

Ova mezoregija zahvaća najveći prostor na teritoriji SAP Kosova. Ova ravnica se pruža u pravcu sjeverjug od Ibarske doline do Kačaničke klisure i u pogledu hipsometrije, klime i pejsaža formira jednu jedinstvenu mezoregiju. Od tipova zemljišta preovladavaju ganjača i smonica pogodna za uzgoj žitarica i suncokreta.

Mezoregija Kosovske ravnice ima 3 mikroregije: Ibarsku mikroregiju — koja obuhvaća gorsko-planinski dio bogatom rudama olova i cinka. Lapsku mikroregiju — koja se nalazi na sjeveroistoku Kosovske ravnice. Kačaničku mikroregiju — koja se od Kosovske ravnice izdvaja neizraženom vodorazidelom sliva Nerodimke. Na pejsau preovladavaju ogranci Šara sa listopadnim šumama.

F. Istočna mezoregija

Istočna mezoregija se pruža sa desne strane Kosovske ravnice, od Kopaonika na sjeveru do Karadaga na jugu. Fizionomiju ovog terena određuju mnogobrojna uzvišenja koja ne prelaze visinu od 1050 m, koje su u većem djelu obrasle listopadnim šumama i manje pašnjacima.

Ova mezoregija ima tri mikroregije:

Orlansku mikroregiju — na sjeveroistočnom djelu, zatim Izmorničku na istočnom djelu i Binačku na jugoistoku mikroregije.

U svakom slučaju ovaj rad se mora smatrati kao prilog fiziko-geografskoj regionalizaciji Kosova, koji u mnogim dalim prostornim pogledima može da služi kao orientaciona osnova.

LITERATURA

1. M. Cërabregu; *Populacijske osobine Kosova i njihova grafička obrada*, (Magistarski rad), Zagreb, 1971
2. V. Rogić: *Geografski koncept regije*, Geografski Glasnik, Zagreb, 1963.
3. Q. LLeshi: *Regjionalizimi fizikogjeografik i Kosove -Metohise*, Përparimi, 1–2, Prishtinë, 1963
4. Q. LLeshi: *Funkcionalna regionalizacija i određivanje centralnih naselja SAP Kosova*, Zbornik Radova br. 1. PMF-a Prishtina

PARAQITJA E BAZES FIZIKO-GJEOGRAFIKE PER REGJIONALIZMIN E KSA TE KOSOVES

Muharem Cërabregu

Rezime

Krahina e Kosovës shtrihet në hapsiren qendrore të Evropës Jug-Lindore. Territori i saj paraqet nje zhvillim kompleks tektonik, i cili është i rrethuar në të gjitha anët kryesisht me male të larta. Përgjatë pjesës qendrore të saj shtrihen malet që e ndajnë në dy fusha: në lindje me Kosoven dhe në përendim me Dukagjinin.

Nese territori kosovar shiqohet në pikepamje të strukurës bazike relievore, pastaj të klimës, vegjetacionit, trollit dhe të zhvillimit homogjen të drejtimeve historike dhe gjeografike, dhe posaçerisht nese i përmbahemi formulimit se „parimi i homogjenitetit të nënkuptuar kryesisht si përbashkësi të krijimit të njëjët, si tërësi të dukurive gjeografike, që është veçori e ndonjë tërësie hapsinore të caktuar, atëherë mund të thuhet se Kosova paraqet një regjion real homogjen.

THE REPRESENTATION OF BASIC PHEASIOGRAPHIC REGIONALIZATION OF SAP OF KOSOVA

Muharem Cërabregu

Summary

The Province of Kosova is situated in the central part os South-Eastern Europe. The territory of this province represents a complex techtonic lowered area that is encircled around all compass directions with high mounatins. Along it's central part in longitudinal direction are leveled mounatins that divide it in the plains: in the East of Kosova and in the West of Dukagjin.

If the territory of SAP Kosova is regarded in the point of view of basic relief sturcture, then of klimat, vegetation, soils and of the homogen development of historic and geographical trends, and if we follow the formaulation that „Principe of hegemonity understood predmoninently as sertain unique characteristics, as a hoolness of geographical phenomens that are inherent for any sheduled space", it can be said that the Kosova territory represents a unique real homogen region.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (313 — 332)

KLIMA E ULQINIT

Nail Draga

Abstrakt

Ne këtë punim jemi perpjekur qe të japim veçoritë klimatike te Ulqinit dhe te rrethines se tij. Pasi ne hapesiren territorialë te komunes se Ulqinit gjindet vetem një stacion meteorologjik-Ulqini, te dhenat për këtë punim janë nga ai. Për te pasur me te qarta veçoritë klimatike te ketij rajoni, kemi përaqit ne mënyrë te veçanë të dhënat per çdo element klimatik. Pasi Ulqini si qender nodale-funksionale e komunes gjendet ne periferi te rajonit te tij komunal, te dhenat nga stacioni i tij meteorologjik nuk japin pasqyrë të saktë per gjendjen e elementeve klimatik sidomos per zonen e mbrendshme te rajonit. Kjo ne veçanti ka te bëjë per ditet me borë, mjegull, erë etj. Sidoqotë te dhenat qe po i japim në këtë punim deshmojnë per klimen e butë mesdhetare te ketij rajoni. Keto kushte jashtezakonisht te mira klimatike perveç ne aktivitetin turistik, ende nuk e kane gjetur aplikimin e tyre sidomos ne veprimtarinë bujqesore. Andaj ne këtë aspekt ka mbetur shumë per t'u punuar.

*
* *

Te dhënat e gjertanishme që janë dhënë ne lidhje mbi klimen e Ulqinit dhe te rrethines se tij janë jopraktike. Ne klimatologji jane praktike të dhënat e elementeve klimatik per periudhen mbi tridhjet vjeçare, ne te kunderten nuk paraqesin gjendjen faktike. Tek vrojtimet klimatike është e nevojshme qe te kemi te dhena per nje periudh sa më të gjatë vrojtuese, sepse ateher fitojmë pasqyren më të perafert per një vend te caktuar. Të dhënat e gjertanishme per Ulqinin jane per periudhen 25 vjeçare (1926—1940 dhe 1948—1957), ku gjer tani jane publikuar disa herë.[1]

[1] Për të parën herë të dhënat klimatike për Ulqinin i ka dhëne dr Pavle Mijović, *Podneblje Crne Gore*, Zbornik V kongresa geografa Jugoslavije, Cetinje 1959, f. 93—105, Pavle Mijović, *Ulcinj*, Beograd 1966, Jovan Đ. Marković, *Geografske oblasti SFRJ* Beograd 1972, *Crna Gora* (monografija), Književne novine, Beograd 1976 etj.

Ne ketu nuk do te marrim ne shqyrtim ato te dhëna, por do te analizojme te dhenat me të reja per periudhen 30 vjeçare (1949—1978). Kur flasim per klimen e një vendi apo rajoni para se gjithash duhet te dimë se çfare ndikimesh kanë faktoret klimatik, e pastaj elementet klimatik, sepse këta ne menyrë te drejtperdrejt janë te mvarur nga ata. Kjo mvarshmeri është e potencuar edhe me teper kur dihet se elementet klimatik jane labil, ndersa faktoret kli matik janë te pandryshueshem. Perveç faktoreve te pergjithshem qe ndikojne ne klimen e një hapësire poashtu edhe ne ate te rajonit te Ulqinit, rëndësi të veçant ka pozita gjeografike dhe veçorite e relefit.

Pasi rajoni i Ulqinit është i vendosur ne pjesen jugore te bregdetit te Adriatikut, është e qartë se kjo hapesirë është nen ndikimin e rrymave te ngrohta detare. Ndikimi i tyre rrymave detare është me i madh ne zonen e ngushtë bregdetare, ndersa ne mbrendesi te territorit te komunes vjen duke u zvogluar, sepse edhe relefi vjen duke ndryshuar. Pasi zona fushore e rajonit te Ulqinit është e çelur, pra nuk ka male te larta (bariera), keto rryma depertojne nepermes luginave dhe qafave malore pjesërisht edhe ne mbrëndësi, deri te zona malore e Anes së Malit (V—L). Ne pergjithesi rajoni i Ulqinit ka klimë mesdhetare (zona bregdetare deri te antiklinali Mozhur-Mali i Brisë (lumi Buna) dhe klimë te ndryshueshme mesdhetare (Ana e Malit).

Ne thellesi te zones malore të Anes se Malit gjindet Megjyreçi (oikonim) ne lartesinë mbidetare 722 m, ku është i vetmi vendbanim me klimë tipike malore. Ne këtë rast kushtet topografike kanë qënë ata te cilat ketij vendbnimi i kanë kushtëzuar një klimë të tillë. Duke i falenderuar lumit Buna ndikimi i klimes se butë mesdhetare deperton ne mbrendesi (pjesa lindore) deri te Liqeni i Shkodres.[2] Ne këtë rajon tani me nuk kemi klimë mesdhetare por klime te ndryshueshme mesdhetare. Rajoni i Ulqinit ka kushte jashtezakonisht te mira klimatike, ku ne te vertet bioklima e tij është njohur në tërë Evropen. Duke i falenderuar asaj ky rajon është bërë i njohur ne aspektin turistik, ndersa nese i shtojmë edhe plazhat e bukura me rërë te imet te cilat jane begati dhe raritete te rralla natyrore ateher është e qartë se pse disa bregdetin e Ulqinit e quajnë „banjë klimatike". Duke i falenderuar kushteve te mira klimatike ne këtë rajon ekzistojnë dy stinë te vitit; dimri i butë dhe me reshje nga tetori deri ne mars dhe vera e nxehtë dhe e thatë nga prilli deri ne shtator. Të dhënat per elementet klimatike qe po i japim këtu janë nga stacioni i vjeter meteorologjik ne Pinjesh (l. md. 97 m), i cili është shkaterruar nga termeti i 15. IV. 1979. Ne nderkohë është ndrequr objekti i ri pranë hotelit „Albatros". Stacioni meteorologjik i vendosur ne periferi te territorit komunal me teper ka karakter lokal se sa rajonal. Pasi zona e mbrendshme e ketij rajoni ka lartësi më të madhe mbidetare, morfologji tjeter te relefit, depertojnë me teper ernat veriore, bie me teper borë etj. është më së e domodoshme qe ne Anë të Malit te vendoset ndonjë stacion meteorologjik. Kjo është kerkesë e kohes sepse zona malore e ketij rajoni dallohet me shumë veçori nga zona fushore dhe ajo bregdetare. Ne këtë rast si vend me te pershtatshem per tu vendosur stacionet do te ishin psh. Shtegvasha, Kravari Naltë, Rashtisha

[2] Ne lidhje me këtë më gjërësisht lexo punimin tonë; *Lumi Buna-veçoritë hidrografike*, SHGJK, Kërkime gjeografike, nr: 6, Prishtinë 1985, f. 101—109.

Naltë apo Bojku, ndersa ne zonen fushore vend me i pershtatshem do te ishte Katërkolla. Per hulumtime te veçanta, më rëndësi do te ishte vendosja e një tjetri ne Megjyreç. Nese edhe me tutje ne Anë të Malit nuk do te këtë ndonjë stacion meteorologjik, ateher te dhënat nga stacioni meteorologjik i Ulqinit per këtë rajon janë vetem te përafërta. Eshtë e qartë se nga këto të dhëna, studimet e ndryshme klimatike te rajonit te Ulqinit, e ne veçanti per Anen e Malit janë vetem te pjesërishme.

TEMPERATURA

Nje nder elementet me të rëndësishem klimatik është edhe temperatura e ajrit, sepse gjendja e nxehtësisë dhe regjimi i temperatures se nje vendi percakton tipin klimatik. Eshtë më rëndësi te cekim se temperatura ndryshon me ndryshimin e gjërësisë gjeografike, nga ndryshimi i bilancit te ndriçimit, pastaj me ndryshimin e gjatesisë gjeografike, nga ndryshimi i ndikimit te rrymave detare dhe atyre kontinentale dhe lartesisë se relefit. Ne mvarshmeri me kushtet solare temperatura e ajrit ne vendin tonë kah gjëresitë më të larta zvoglohet ne të gjithë muajt, dhe ne mesataren e vleres vjetore. Nga ky faktor temperatura mesatare vjetore ne veri te vendit është me e ultë se sa e atyre vendeve te cilet kanë lartesi mbidetare te njëjt qe janë në jug te vendit per 1—2°C. Nga kjo del se temperatura e janarit shpejt zbret duke shkuar nga veriu se sa ajo e korrikut. Prandaj nga kjo arsy, ndryshimi vjetor i temperatures rritet ne te njejtin drejtim.[3]

Ndryshimi i temperatures me gjatesinë gjeografike është i lidhur me ndryshimet e nxehtesisë specifike te siperfaqes se Tokës dhe mundesinë e bartjes se masave ajrore nga drejtimet e ndryshme. Nga keto faktor temperatura e ajrit ndryshon nga deti ne drejtim te mbrendesisë se vendit. Ky ndryshim është i tillë ku temperatura normalisht dimrit menjeher zbret nga bregdeti drejt mbrendesisë se sa qe veres rritet. Nga kjo del se zona bregdetare është si vend ku fillon ndryshimi i temperaturave, ne veçanti duke shkuar kah mbëndësia e territorit. Një gjë të ngjajshme kemi edhe me rajonin e Ulqinit.

Ne rajonet bregdetare zbritja e temperatures duke shkuar kah lartësitë më të medha, ne ato vise dimrit rritet nga nxemja e shtreses prane bregore te ajrit nga deti, ndersa veres është diçka me i lartë së sa ne viset kontinentale. Nga një rezultat i tillë ndryshimet vjetore te temperatures se ajrit rriten deri të një lartësi e caktuar, ndersa pastaj zbresin.[3]

Ulqini dhe rrethina e tij bënë pjesë ne regjionin bregdetar, me temperaturen mesatare vjetore 15,6°C, që është nder vendet me te ngrohta ne vend. Temperaturat mesatare maksimale Ulqini i ka ne korrik (24,4° C), ndersa ato minimale ne janar (7°C). Amplituda mesatare vjetore është 16,8°C (tabela nr: 1).

---

[3] Dr Đuro Radinović, *Vreme i klima Jugoslavije*, Građevinska knjiga, Beograd 1981, f. 291.

Tabela nr. 1. Temperatura mesatare mujore dhe apsolute per Ulqinin (1949–1978)

Muajt	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Vjetore
Mesatare	7,0	8,5	10,1	13,8	18,0	21,8	24,4	24,3	21,0	16,8	12,5	9,0	15,6
Mes. maks.	10,4	10,7	12,6	16,3	20,7	23,5	27,2	26,7	23,0	19,3	15,5	11,2	16,8
Mes. mini.	4,1	3,0	7,4	11,7	16,0	20,1	22,6	20,9	18,3	13,0	10,7	6,3	14,7
Aps. maks.	18,2	20,6	25,4	26,8	32,7	34,9	38,5	38,1	34,0	29,3	24,1	18,1	38,5
Aps. mini.	−8,4	−8,3	−5,0	3,0	5,2	10,0	12,3	12,8	8,6	1,1	−2,0	−5,6	−8,4

Nga tabela shihet se temperaturat më të larta te ajrit ne këtë rajon janë gjatë stines se veres ku temperatura mesatare mujore është 23,5°C. Pastaj vjene stina e vjeshtes (16,7°C), pranvera (13,9°C) dhe dimri (8,1°C). Edhe pse dimri është stina më e ftohet e vitit temperatura mesatare mujore nuk është nen 8°C, ku shumë vise dhe vende kane temperaturat mesatare vjetore) Andaj dimri i butë dhe me reshje, ndersa vera e thatë dhe e gjatë janë veçoritë kryesore klimatike te Ulqinit dhe rrethines se tij. Në këtë rajon praqiten shumë pak ditë më ngrica gjithsej 9,7 ne vite ($T \leq 0$ C). Ngricat me se tepermi paraqiten gjatë stines se dimrit (4 ditë ne janar, 3 ditë ne shkurt) ndersa shumë rrallë ne vjeshtë apo pranverë. Nga ana tjeter numri i diteve tropike ($T \geq 30$°C), gjatë vitit janë 31,4 kuptohet gjate stines se veres. Me se tepermi ditë tropike ka ne gusht 12,5, ne korrik 12,2 dhe ne shtator 3,1 qe tregojnë kushte jashtezakonisht te mira per aktivitetet e ndryshme jetësore. Pjesa tjeter e diteve tropik (2,6) janë ne muajt tjere çka do te thot se rrallë gjendet ndonje vend tjeter si Ulqini dhe rajoni i tij ne vend me shperndarje optimale te tyre. Temperatura mesatare ditore e ajrit (per periudhen 1964–1978) e matur ne 7^h është 13,7°C (vlera vjetore), ndersa per janar 5,5°C, korrik 22,6°C. Ndersa temperatura mesatare ditore e ajrit e matur ne ora 13h është 18,5°C, ne janar 9,7°C e ne gusht 28,2°C, dhe në ora 21^h temperatura mesatare ditore e ajrit është 15,6 C,°ne janar 6,7°C dhe gusht 23,0°C. Temperatura apsolute maksimale është 38,5°C (korrik) ndersa temperatura apsolute minimale është −8,4°C (janar), ndersa amplituda vjetore eshte 46,9°C. Ndryshimi ne mes maksimumit dhe minimumit mesatar veror ne rajonin e Ulqinit është 7,1°C, ndersa ne mes ekstremeve apsolute është 28,5°C. (tabela nr: 2). Keto ndryshime te temperatures tregojnë së gjatë veres mund te paraqiten edhe temperatura te ulta (minimumi apsolut 10°C ne qershor, 12,3°C ne korrik dhe 26,7°C ne gusht tregon se numri i diteve tropike ne gusht janë 30 ndersa ne korrrik 23 dhe ne shtator 12 dite. Ditet tropike ne kete rajon paraqiten edhe ne qershor (11 dite), maj (2) dhe ne prill (1). Nga ana tjeter me temperatur mesatare apsolute minimale ne muajt e veres numri i diteve tropike është shumë i vogel e ato vetem tre ditë ne korrik. Ditet me temperatur te larte janë te demshem per organizem dhe vegjetacion me ç'rast paraqiten thatësirat.

Tabela nr. 2. Temperatura mesatare dhe apsolute verore ne Ulqini (1949–1978)

	VI	VII	VIII	Mes. verore
Mesatare mujore	21,8	24,4	24,3	23,5
Mesatare maksimale	23,5	27,2	26,7	25,8
Mesatare minimale	20,1	22,6	20,9	21,2
Maksimale apsolute	34,9	38,5	38,1	37,1
Minimale apsolute	10,0	12,3	12,8	11,7

Qe te kemi një pasqyrë sa më të qartë te raporteve te temperaturave ne rajonin e Ulqinit po japim te njëjtat elemente edhe per stinet tjera (dimrin, pranveren dhe vjeshten).

Maksimumi mesatar gjatë stines se dimrit është 11,2 °C (janar), ndersa minimumi mesatar është 3 °C (shkurt), ndersa ndryshimi ne mes tyre është 14,2 °C. Temperatura apsolute maksimale eshte 20,6 °C (shkurt), ndersa ajo apsolute minimale −8,4 °C (janar) me ndryshim shumë të lartë 29 °C. Numri i diteve me ngrica është 9,7, ndersa maksimumi mesatar i tyre është 52 ditë. Nga to 17 ditë janë në janar dhe ne shkurt, 9 ne mars 6 ne dhjetor dhe 3 ne nëntor. Temperaturat e ulta dhe ngricat gjatë stines se dimrit janë si pasojë e depertimit te masave te ftohta te ajrit në këtë rajon nga veriu dhe veri-lindja (tabela nr: 3).

Tabela nr. 3. Temperatura mesatare dhe apsolute dimërore ne Ulqin (1949–1978)

	XII	I	II	Mes. dimrore
Mesatare mujore	9,0	7,0	8,5	8,1
Mesatare maksimale	11,2	10,4	10,7	10,7
Mesatare minimale	6,3	4,1	3,0	4,4
Maksimale apsolute	18,1	18,2	20,6	18,9
Minimale apsolute	−5,6	−8,4	−8,3	−7,4

Maksimumi mesatar ne pranverë nga 12,6 °C ne mars vjenë duke u rritur deri ne 20,7 °C ne maj, ndersa mesatarja është 16,5 °C. Ndryshimi ne mes maksimumit dhe minimumit mesatar eshte 13,3 °C. Temperaturat mesatare apsolute minimale ne pranverë janë shumë të larta 11,7 °C. Ata nga 7,4 °C ne mars vijnë duke u rritur deri 16 °C ne maj. Temperaturat apsolute maksimale ne pravcerë më të larta janë në maj (32,7 °C) ndersa me te ulta ne mars (25,4 °C), më një mesatare shumë të lartë 28,3 °C. Nga

ana tjeter minimumi apsolut, temperaturat më të ulta i ka në mars (−5,0 °C), e ato me te lartat ne maj (5,2 °C), më një mesatare shume te ulet prej 1,06 °C. (tabela nr: 4). Ngricat ne pranverë janë dukuri shumë e rrallë. Edhe nese paraqiten ata, ateher ai muaj është marsi (1,2 ditë). Nga ana tjeter maksimumi i ngricave ne pranvere është 9 ditë, por zgjasin shumë pak dhe kanë ndikim shumë të vogel ne kulturat bujqësore.

Tabela nr. 4. Temperatura mesatare dhe apsolute pranverore ne Ulqin (1949−1978)

	III	IV	V	Mes. pranverore
Mesatare mujore	10,1	13,8	18,0	13,9
Mesatare maksimale	12,6	16,3	20,7	16,5
Mesatare minimale	7,4	11,7	16,0	11,7
Maksimale apsolute	25,4	26,8	32,7	28,3
Minimale apsolute	−5,0	3,0	5,2	1,06

Temperaturat e larta ne pranverë pozitivisht ndikojnë ne veprimtatitë bujqësore dhe ne organizmin e njeriut. Temperaturat mesatare maksimale kan ndikim te kundert ne bujqesi nga ato mesatare minimale, prandaj janë shumë të rëndësishme nga aspekti bujqësor.

Temperatura mesatare minimale ne muajt e vjeshtes jane 14 °C. Ato nga shtatori (18,3 °C) vijnë duke u zvogluar dhe në nëntor janë me te ulta (10,7 °C). Nga ana tjeter temperaturat apsolute minimale me te ulta janë në nëntor (−2,0 °C), ndersa me te larta ne shtator (8,6 °C) me një mesatare 2,56 °C (tabela nr: 5). Nga ana tjeter temperaturat apsolute maksimale nga shtatori (34 °C) zvoglohen duke shkuar kah nëntori (24,1 °C) çka është edhe dukuri normale. Numri i diteve me ngrica ne vjeshte është shumë i vogël (0,3), bile me i vogël se ne pranverë çka është si rezultat i ndikimit termik te Detit Adriatik. Vlera mesatare maksimale e diteve me ngrica është tre dite dhe ate ne nëntor.

Tabela nr. 5. Temperatura mesatare dhe apsolute gjate vjeshtes ne Ulqin (1949−1978)

	IX	X	XI	Mes. vjeshtore
Mesatare mujore	21,0	16,8	12,5	16,7
Mesatare maksimale	23,0	19,3	15,5	19,2
Mesatare minimale	18,3	13,0	10,7	14,0
Maksimale apsolute	34,0	29,3	24,1	29,1
Minimale apsolute	8,6	1,1	−2,0	2,5

Per ta pasur të qartë ndryshimin e temperaturave ne rajonin e Ulqinit po i japim ato sipas stineve (tabela nr: 6). Stina më e nxehtë është vera ku temperatura mesatare është 23,5 °C, ndersa më e ftohtë është dimri 8,1 °C. Vjeshta me 16,7 °C është me e nxehtë se pranvera me 13,9 °C per 2,8 °C, ku shihet ndikimi i regjimit maritim ne elementet klimatike.

Tabela nr. 6. Temperaturat mesatare mujore dhe vjetore sipas stineve te vitit per ulqinin dhe rajonin e tij (1949–1978)

Dimri				Pranvera				
	Muajt		Mesatare		Muajt			Mesatare
XII	I	II		III	IV	V		
9,0	7,0	8,5	8,1	10,1	13,8	18,0		13,9
Vera				Vjeshta				
	Muajt		Mesatare		Muajt	Mesatare	Mes. vjetore	
VI	VII	VIII		IX	X	XI		
21,8	24,4	24,3	23,5	21,0	16,8	12,5	16,7	15,6

Sipas të dhënave te lartëshenuara te temperaturave mesatare mujore sipas stineve te vitit mund te themi se rajoni i Ulqinit ka klime të butë mesdhetare ku dominon vera e nxehtë dhe e thatë dhe dimri i butë me reshje. Keto temperatura te larta perveç ne veprimtarin turistike (gjatë veres) ende nuk janë shfrytezuar per prodhimet e kulturave te ndryshme bujqësore. Shikuar ne pergjithësi ky rajon ka temperatura te larta duke i falenderuar se pari pozites gjeografike, gjegjesisht ndikimit te Detit Adriatik sepse „ndikimi termik i çdo deti mepadyshim me i madh është dimrit se sa verës.[4]

RESHJET

Pas temperaturave te larta vjetore, reshjet janë elementi klimatik qe me se tepermi e veçon rajonin e Ulqinit. Nga sasia dhe shperndarja e tyre gjate tërë vitit mvaren shumë veprimtari njërzore. Ne tërësi ky rajon te reshura ka mjaftë, por shperndarja vjetore e tyre nuk është e rregullt· Një gjë të tillë mepadyshim e kushtëzon nderlikueshmeria e relefit. Edhe pse relefi është vetem modifikator i hapesirës, rëndësia e tij per shperndarjen e reshjeve është shumë e madhe. Shperndarja gjeografike e reshjeve është si pasojë e shkaqeve komplekse.[5] Së është relefi modifikator me rëndësi

[4] Tomislav Šegota, Klimatologija za geografe, Školska knjiga, Zagreb, 1976 f. 412.

[5] *Po aty* f. 460.

shihet edhe ne diferencimin hapesinor te reshjeve edhe ne rajonin e Ulqinit. Me se t'permi reshje biejne ne pjesen veriore (zona malore) ndersa më pakë ne zonen fushore dhe bregdetare, (shih harten nr: 1).

Rajoni i Ulqinit i perket regjimit pluviometrik mediteran (maritim) te reshjeve, i cili veçohet me sasinë maksimale te reshjeve ne pjesen e dytë të vjeshtes, ndersa ato minimale gjatë stines se verës. Sasia vjetore e reshjeve ne Ulqin është 1321 mm. Nga Ulqini duke shkuar ne veri te bregdetit te Adriatikut sasia e reshjeve vjenë duke u rritur dukshem, ku ne Bokë te Kotorrit ne vendin e quajtur Krivoshje ajo sasi arrin mbi 5000 mm. Njeherit ky është vendi me reshje më të medha jo vetem ne Jugosllavi por edhe në Evropë.

Pas sasisë se reshjeve regjimi i tyre është veçoria me e rëndësishme e ketij elementi klimatik. Me regjimin e reshjeve kuptohet shperndarja kohore e tyre gjate tërë vitit. Një nder menyrat qe te tregohet regjimi i reshjeve është ndryshimi relativ vjetor i tyre. Kjo llogaritet nga formula $r\frac{Rx-Rn}{R}$ 100; ku Rx është sasia me e madhe mesatare mujore e reshjeve, Rn me e vogla, ndersa R është sasia e pergjithshme vjetore e reshjeve në një vend të caktuar.[6] Ndryshimi i fituar paraqitet ne perqindje. Nga llogaritjet qe kemi bërë, ndryshimi vjetor i reshjeve per rajonin e Ulqinit është 11,6%, ku deshmohet se ndryshimi i tillë vjetor, është si rezultat i ndikimit te regjimit maritim. Tek vendet qe kane regjim kontinental te reshjeve ndryshimi vjetor i reshjeve (ne %) është më i vogel. Andaj edhe nga kjo mënyrë shumë lehtë percaktohet regjimi i reshjeve ne nje vend te caktuar. Sasia e reshjeve ne rajonin e Ulqinit nga njeri muaj ne tjetrin ndryshon shumë, andaj ato edhe nuk kanë shperndarje te rregullt (tabela nr: 7).

Tabela nr. 7. Sasia mesatare mujore dhe vjetore e reshjeve ne Ulqin (1949–1978)

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Vjetore
163	140	121	108	72	56	28	42	108	140	181	162	1321
12,3	10,5	9,2	8,2	5,5	4,2	2,1	3,1	8,1	10,5	13,7	12,2	100,0%

Sasia maksimale e reshjeve është në nëntor (181 mm) dhe ne janar (163 mm) e dhjetor (162 mm). Reshje me pak biejne gjatë veres ku ne mënyrë negativë ndikojne ne boten bimorë dhe ne kulturat bujqësore Muaji me sasi me te vogel te reshjeve eshte korriku me 42 mm apo 2,1%. Ne ciklin vjetor te reshjeve qartë shihet së është i theksuar maksimum vjetor gjatë vjeshtes dhe dimrit. Ne keto dy stinë te vitit biejnë 894 mm reshje apo 69,7% (tabela nr: 8). Gjatë stines se veres biejnë më pak reshje gjithsej 126 mm apo 9,5% te tyre. Ne këtë stinë organizmit te njeriut dhe bimesisë i janë të nevojshme reshjet por mu ne at kohë ata i mungojne. Pasi shperndarja e reshjeve është jo e rregullt krijohen dy stinë me veçori te kundërta; vera e nxehtë dhe e thatë dhe dimri i butë dhe më të reshura.

[6] Dr Đuro Radinović, v. c. f. 313.

Tabela nr. 8. Shperndarja vjetroe e reshjeve sipas stineve ne Ulqin (1949–1978)

Sasia e reshjeve	Pranvera	Vera	Vjeshta	Dimri	Vjetore
ne mm	301	126	429	465	1321
ne %	22,7	9,5	32,4	35,2	100,0

Sasia mujore dhe vjetore e reshjeve nuk mundet në tërësi te percaktojë karakterin klimatik te ketij elementi. Per zhvillimin e vegjetacionit dhe te shumë çeshtjeve te tjera praktike është e nevojshme qe te dihet sasia mujore dhe vjetore e reshjeve, gjegjesisht numri i diteve me reshje dhe intenziteti i tyre. Njohja e levizjes se numrit te diteve me reshje gjatë vitit ka rëndësi të madhe sepse, nga këto të dhëna më lehtë mund te percaktojmë aktivitetin jetësor. Me se tepermi ditë me reshje ka në ato muaj qe kanë më së tepermi reshje dhe e kunderta. Me teper reshje biejnë ne pjesen veriore te rajonit apo me mirë te themi ne zonen malore (shih harten nr: 1).

Sa i perket numrit te diteve me reshje po japim të dhënat per dy periudha te ndryshme kohore; e para 1966–1975 per 1 mm dhe e dyta 1931–1980 per lomm (tabela nr: 9). Gjatë tërë vitit deri ne 1 mm reshje kemi 96 ditë. Me teper biejne ne dimër (32 ditë), vjeshtë (24 ditë) ne pranverë (26 ditë) ndersa me pakë ne verë (13 ditë). Nga ana tjeter dite më reshje deri ne lomm në vitë per këtë rajon janë 42,5, pra me pak se ato te parat çka është edhe e arsyeshme, që më teper biejnë zakonisht gjate stinës së dimrit (15,6 ditë). Me pak reshje me intenzitet te tillë ka gjatë veres (4,2 ditë).

Tabela nr. 9. Numri mesatar i diteve me reshje sipas muajve gjatë vitit në Ulqin

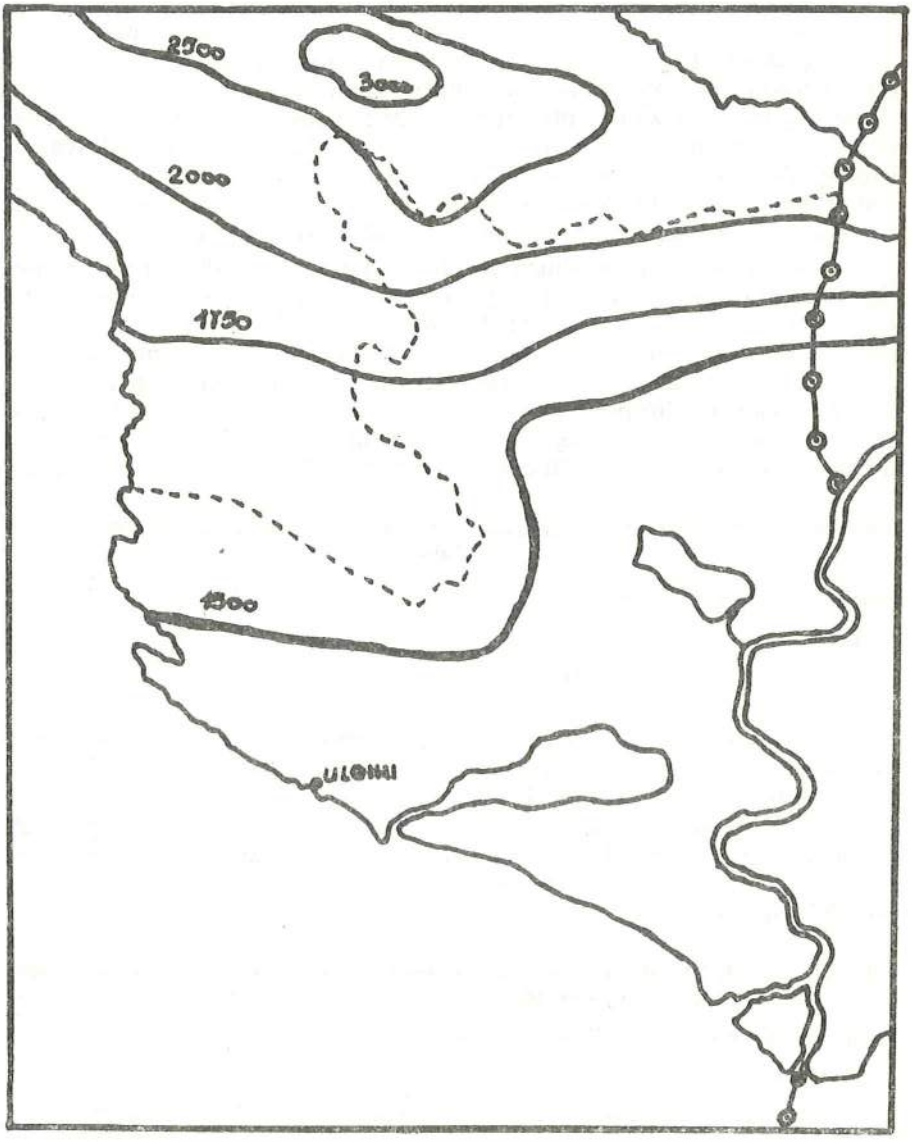
Muajt	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Vjetore
1 mm	12	10	9	12	5	6	4	3	6	9	9	10	96
10 mm	5,4	4,6	4,4	4,0	2,3	1,8	1,0	1,4	2,0	4,0	5,1	5,6	42,5

Per bimet dhe kulturat bujqësore më rëndësi shumë të madhe është numri diteve me reshje prej lomm sidomos gjatë periudhes vegjetative. Ne periudhen vegjetative kur bimet bulojnë dhe zhvillohen gjithsejt biejnë 414 mm reshje apo 31,3% te tyre (tabela nr: 10), ndersa në këtë periudh temperatura mesatare është shume e lartë (20,5 °C), ndersa jashtë kesaj ajo është më e vogël (10,6 °C). Në këtë periudh sasia e reshjeve është me e madhe 907 mm apo 68,6% të tyre.

Tabela nr. 9. Vlerat mesatare të reshjeve dhe temperaturave në periudhen vegjetative dhe jashtë saj në Ulqin (1949–1978)

Periudha vegjetative			Periudha jashtëvegjitative			Vjetore	
IV–IX			X–III–				
në mm	%	Tem. mes.	në mm	%	Tem. mes.	mm	%
414	31,3	20,5	907	68,6	10,6	1321	100,0

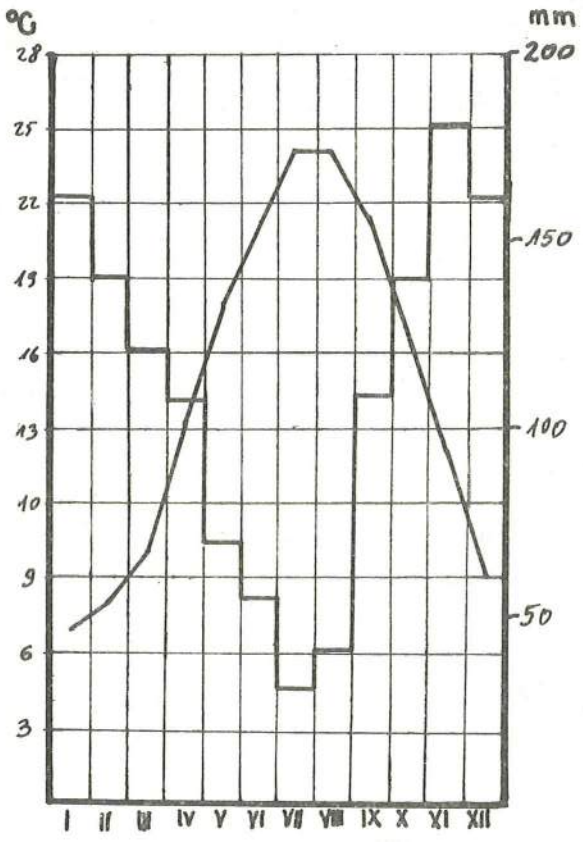
Nga këto të dhëna del se periudha vegjetative nuk ka te reshura te mjaftueshme, andaj shpeshherë ne rajonin e Ulqinit gjatë veres paraqiten edhe thatësirat qe negativisht ndikojnë në bujqësi. Perveç numrit te diteve me reshje rëndësi te madhe ka edhe levizja vjetore e tyre sidomos nga aspekti praktik. Maksimumi i reshjeve ne ato vende, ku dominon regjimi maritim



Harta nr: 1. Shperndarja hapësinore e reshjeve në rajonin e Ulqinit

i tyre është gjate natës (pas mesnates) ndersa ne vendet tjera me regjim kontinental është e kunderta.

Per nevojat e ndryshme ekonomike sidomos ne mjediset urbane rëndësi të madhe ka ëdhë intenziteti i reshjeve. Ali llogaritet më anë te pluviografit qe regjistrojnë sasinë e reshjeve. Intenziteti i reshjeve matet ne njesinë kohore (1-minutshe, 5-minutshe, 10-minutshe, 1-oreshe etj.), por të rrallë janë ato stacione shimatese qe janë të paisura me pluviograf, prandaj njësi kohore e reshjeve merret „njëditeshi".[7] Intenziteti i reshjeve shkon krahas shperndarjes se tyre gjatë tërë vitit. Keshtu per rajonin e Ulqinit intenziteti me i madh i reshjeve është gjatë dimrit dhe vjeshtes, ndersa me i vogël gjatë veres. Më një fjalë kur janë temperaturat më të ulta reshje ka më shumë ndersa kur temperaturat janë më të larta reshje ka më pak (shih grafikonin nr: 1).



Grafikoni nr: 1. Paraqitja grafike e reshjeve dhe e temperaturave (mesarare) per stacionin e Ulqinit (1949–1978)

[7] *Po aty*, f. 319.

BORA

Kur shikohet ne dimenzionet globale del se sasia me e madhe e reshjeve ne rruzullin toksore i perket shiut. Sipas rëndësisë qe ka reshje e dyte është bora. Te reshurat e borës zakonisht paraqiten gjatë stines se dimrit. Numri i diteve me borë rritet nga vendet e ulta kah ato më të larta. Me se paku ditë me borë ka brezi i ngusht i bregdetar. Me rritjen e lartësisë mbidetare pjesmarrja e bores ne sasinë e pergjithshme te reshjeve vjen duke u rritur e gjithashtu edhe numri diteve më borë. Perveç lartesisë mbidetare dhe gjerësisë gjeografike qendrimi i bores mvaret edhe prej kushteve topografike, ekspozimit te terrenit, ndikimit te regjimit maritim dhe kontinental etj. Pasi Ulqini është vendi me jugor ne bregdetin e Adriatikut, ketu numri i diteve me borë është shumë i vogël, gjithsej 1,72 ditë ne vit. Bora në këtë rajon edhe pse paraqitet rrallë ajo bjenë gjatë stines se dimrit e rrallë herë ne fund te vjeshtes (tabela nr: 10). Ne Ulqin, bora është si dukuri e rrallë dhe kur bjenë qendron shumë pak. Ndersa ne rrethinen e tij situata ndryshon shumë sepse ne pjesen veriore te territorit te komunes (Ana e Malit) bora gjatë vitit qendron nga 10—15 ditë ne vit. Pasi në këtë zonë nuk ekziston asnjë stacion meteorologjik nuk disponojmë të dhëna të tilla.

Tabela nr. 10. Numri i diteve me borë sipas muajve në Ulqin (1961—1980)

Muaji	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Vjetore
Nr. diteve	0,7	0,7	0,2	—	—	—	—	—	—	—	0,2	0,1	1,72

Sikurse bora që është dukuri e rrallë ne këtë rajon një gjë e tillë ndodh edhe me ngricat. Ato ketu paraqiten ne gjysmen e dytë te vjeshtes (në nëntor 0,3 ditë) dhe zgjasin deri ne fund te dimrit (ne mars 1,2 ditë). Ne Ulqin mesatirisht janë gjatë vitit 9,7 ditë me ngrica (tabela nr: 11). Me se tepermi ditë me ngrica ka në janar (4), shkurt (3), ndersa me pak ne mars dhe ne dhjetor.

Tabela nr. 11. Numri i diteve me ngrica sipas muajve ne Ulqin (1949—1978)

Muajt	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Vjetore
Mesatare	4,0	3,0	1,2	—	—	—	—	—	—	—	0,3	1,2	9,7
Maksimale	17	17	9	—	—	—	—	—	—	—	3	6	52
Minimale	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Numri mesatar maksimal i diteve me ngrica gjatë vitit ne Ulqin është 52 ditë. Me se tepermi ditë paraqiten ne janar dhe ne shkurt (17), ndersa me pak ne mars (9), dhjetor (6) dhe ne nëntor (3 ditë). Nga këto të dhëna del se Ulqini dhe rajoni i tij ka shumë pak ditë me ngrica, dhe se ato paraqiten ne fund te vjeshtës, gjatë dimrit dhe ne fillim te pranverës.

RREZATIMI DIELLOR

Rrezatimi diellor si element klimatik ka rëndësi te madhe per këtë rajon sepse ai ketu zgjaten shumë, duke i falenderuar vranesisë se pakët edhe pse gjatë vitit këtu biejnë shumë reshje. Rrezatimi diellor ka rëndësi te madhe sepse ndikon pozitivisht ne lloj-llojshmerinë e bimesisë. Ne menyrë stimulative ndikon edhe te njeriu dhe te aktiviteti i pergjithshem i tij.[8] Vranësia nuk është faktori i vetem qe mvaret gjatesia e rrezatimit diellor, sepse ai mvaret edhe nga konfiguracioni i terrenit dhe stinet e vitit. Zgjatja e rrezatimit shprehet me numrin e oreve te ndriçimit te Diellit gjatë vitit apo me mesataren e oreve në ditë.[9] Nga kushtet astronomike është percaktuar se rrezatimi diellor është më i gjatë ne stinet e nxehta se sa ne ato te ftohta. Zgjatja e ndriçimit te Diellit apo rrezatimit te tij është element i rëndësishem klimatik, sidomos per zhvillimin e turizmit dhe te prodhimtarisë bujqësore. Më së tepermi rrezatim ne bregdetin e Malit te Zi ka Ulqini (2563 orë ne vit) ndersa pas tij vjenë Tivari etj. Mesatarisht ne Ulqin ka çdo ditë 7,02 orë me diell. Me se tepermi ka korriku (11,4) dhe gushti (10,5), ndersa me pak dhjetori (3,6), janari (4) dhe shkurti (4,2). Sasia e rrezatimit diellor vjenë duke u rritur prej marsit deri ne korrik nders pastaj gradualisht zvoglohet (tabela nr: 12). Sa i perket shperndarjes se rrezatimit sipas stineve me se tepermi ka ne verë (38,3%), pastaj në pranverë (25,2%), vjeshtë (22,4%) dhe dimer (13,9%).

Tabela nr. 12. Rrezatimi mujor dhe vjetor sipas oreve ne ulqin (1949–1978)

Muajt	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Vjetore
Mesatare	124	120	172	202	272	303	354	327	249	201	126	113	2563
Maksimale	198	238	263	269	326	354	403	372	296	269	215	173	2717
Minimale	65	57	93	143	214	242	288	277	205	103	71	73	2372

Sipas muajve në përqindje pjesmarrje më të madhe kanë korriku (13,8%), gushti (12,7%), qershori (11,8%) ndersa me pak dhjetori (4,4%), shkurti (4,6%, janari (4,8%) dhe nëntori (4,9%).

Me siguri mund te konstatojmë se te paket janë ato regjione ne Mesdhe me perjashtim te pjeses veriore te Egjiptit dhe disa rajoneve te Spanjes qe kanë rrezatim me teper se sa pjesa jugore e bregdetit te Malit të Zi.[10] Si rezultat i temperaturave te larta verore dhe intenzitetit te lartë të ndriçimit te diellit bregdeti i Ulqinit është një nder zonat me teheqese turistike ne bregdetin e Adriatikut.

---

[8] Grup autoresh: *Potencijali priuspona priobalnog područja Crne Gore*, IDEI, Titograd, 1970, f. 16.

[9] Dr Duro Radinović, *v.c.* f. 309.

[10] Grup autoresh, *Potencijali* . . . f. 17.

VRANËSIA

Madhesia e kupes se qiellit, e cila është e mbuluar me re, quhet vranësi. Ne te vertet kjo është një element meteorologijik qe percaktohet në mënyrë vizuele me shikim të lirë. Vlersohet me shikim se cila pjesë e qiellit është e mbuluar me re dhe kjo shprehet në të dhjeta te tërë qiellit qe shihet me sy. Kjo do te thot se i tërë qielli ndahet ne lo pjesë të njëjta, dhe pastaj vlersohet se sa pjesë të tilla jane te mbuluara më re. Kur qielli është i mbuluar me re thuhet se vranesia është 10. Kur nuk ka re fare, dmth. kur moti është plotesisht i kthjellet, vranësia shenohet me 0, e nese gjysma është e mbuluar me re ateher shenohet se vranësia është 5 etj.[11]

Vranësia ka rëndësi te madhe sepse ajo ndikon ne mënyrë te drejteperdrejtë ne rrezatimin diellor, ne temperatur dhe nepermes te saj ne te gjithë elementet tjerë klimatik. Sa më teper që të këtë vranësi ne pjesen e ftohët te vitit ajo e mbron token nga ftohja e saj, ndersa veres ndodh e kundërta. Vranësia para se gjithash është e lidhur në menyrë gjenetike me ciklonet e me pak me paraqitjet lokale te motit te lig.[12] Vrojtimet shumëvjeçare tregojnë se kjo anë ka shumë vranësi. Keshtu gjate vitit në këtë rajon ka gjithsej 88 ditë. Ajo me se tepermi paraqitet kah fundi i vjeshtes (nëntor 12 ditë) dhe gjatë dimrit (per çdo muaj te stines nga 12 ditë), ndersa me pak ka në pranvere dhe verë. Pjesmarrja e vranësisë sipas stineve është me e madhe ne dimër 40,9%, pranverë 28,4%, vjeshtë 26,1% dhe ne verë 5,6%. (tabela nr: 13). Nga këto të dhena del se gjatë verës vranësia është shumë e vogël, sidomos ne korrik dhe gusht, andaj ne këtë kohë temperaturat janë më të larta, ku një gjë ndodh edhe me rrezatimin diellor, ku vera merr veçorit e veta si stinë e nxehtë dhe e thatë me temperatura të larta.

Sa i perket levizjes ditore të vranësisë ne vendet bregdetare ajo maksimumin e vetë e ka ne mengjes, ndersa minimumi i saj paraqitet ne mbremje apo gjatë nates.

Tabela nr. 13. Numri mesatar i diteve të kthielita dhe me vranësi në Ulqin (1949–1978)

Muajt	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Vjetore
Kthiellësi	7	6	7	6	9	11	19	19	14	11	5	6	119
Vranesi	12	12	10	9	6	12	1	1	4	7	12	12	88

Nga të dhënat e lartëshenuara del se aty ku me se tepermi ka ditë më vranësi ka me pak ditë të kthiellta dhe anasjelltas. Kuptohet me se tepermi ditë të kthiellta ka gjatë veres (39), pastaj gjatë vjeshtes (30), ndersa me pak ne pranverë (22) dhe ne dimër (19). Shikuar ne pergjithesi veres janë 32,7% ditë te kthiellta, pastaj ne vjeshtë 25,2%, pranverë 18,4% dhe ne dimër

[11] Dr Marko Milosavleviq, *Meteorologjia*, ETMM i KSAK, Prishtinë, 1983. f. 139.

[12] Dr Tomislav Šegota, *v. c.* f. 459

më së paku 15,9%. Zvoglimi i numrit te diteve te kthiellta nga vera kah vjeshta e dimri është ne lidhje me rritjen mesatare mujore te lagështisë së ajrit, vranësirave dhe reshjeve.

Rajoni i Ulqinit nuk është i pasur me mjegull. Edhe pse paraqitet rrallë ajo është e pranishme me se tepermi ne muajt e vjeshtes dhe te pranveres pranë lumit të Bunës, liqenit te Zogajve dhe ati te Shasit si edhe ne Anë te Malit. Gjatë veres ajo paraqitet me se tepermi ne mengjes. Pasi stacioni meteorologjik ne Ulqin nuk bënë matjen e mjegulles ne nuk jemi në gjendje te japim saktësisht të dhënat ne lidhje me te. Llogaritet se numri mesatar i vjetar i diteve me mjegull ne Ulqin është i vogël (11).[13] Pas bores edhe mjegullat jane dukuri e rrallë per rajonin e Ulqinit.

LAGËSHTIA E AJRIT

Lagështia e ajrit është njera nder veçoritë me të rëndësishme te motit dhe të klimës. Ajo percakton sasinë e reshjeve, zvoglon kthiellteSinë, mban ndriçimin diellor etj. Paralelisht me te, lagshtia e ajrit paraqet ndikim te madh ne njeriun, boten bimore dhe shtazore.[14] Lagështinë ajri e fiton nga avullimi i ujit, tokes së laget dhe mbuleses bimore. Ky proces i avullimit është i perhershem prandaj edhe lagështia është e perhershme ne ajër. Temperatura është faktor kryesor qe te zhvillohet tërësisht ky proces, andaj me ndryshimin e temperatures ndryshon edhe lagështia e ajrit. Kjo mvarshmeri është ne menyrë reciproke. Per te percaktuar sasinë e lagështisë së ajrit shfrytezohen madhësi te ndryshme; lagështia specifike, lagështia apsolute etj. Nga aspekti biologjik rëndësi me të madhe ka lagështia relative. Lagështia relative paraqet shkallen e sasisë se avullit së ujit ne ajër. Kjo do te thot se perqindja është me e madhe kur ajri është me i dendur me avull uji dhe anasjelltas. Nga ana tjeter kjo madhësi mvaret shumë nga temperatura, keshtu më zvoglimin e temperatures lagështia relative rritet, ndersa me rritjen e temperatures ajo zvoglohet. Nga raporti invers me temperaturen është normale qe lagështia relative te jetë më e madhe ne muajin më të ftohet, ndersa me e vogël ne muajin me të nxehtë te vitit.[15]

Lagështia relative e ajrit ne te vertet paraqet shkallen e ngimjes së ajrit me avull uji. Nese lagështia relative e ajrit është 0%, kjo do te thot se ajri është i ngim me avull uji. Prandaj nese lagështia relative është 75% kjo do të thot se ajri ne vete ka pranuar tri te tretat e asaj sasie te avullit te ujit, te cilen temperatura perkatese është në gjëndje te pranojë ne vete dhe te jetë i ngimë.[16]

Ne tërë bregdetin vlerat vjetore te lagështisë relative te ajrit janë më të vogla së sa ne pjesen kontinentale te vendit. Lagështia relative është më e madhe kur fryejne erërat nga kuadranti jugor, ndersa me rastin e deperti-

---

[13] Dr Đuro Radinović, *v. c.* f. 330

[14] Radmilo Milosavljević, *Prikaz analiza pritisaka vodene pare (apsolutne vlažnosti) iznad Bosne i Hercegovine*, Geografski pregled, GDBiH, Scrajevo, 1970, f. 3.

[15] Dr Đuro Radinović, *v. c.* f. 300–301.

[16] Dr Marko Milosavleviq, *v. c.* f. 114.

mit te masave te ajrit të ftohet dhe te thatë nga kuadranti i veriut ajo zvoglohet.[17] Sa i perket ndryshimit te lagështisë së ajrit sipas lartesisë mbidetare nuk ekziston ndonjë rregull unike. Keshtu veres gjatë ngritjes ajri adiabatikisht ftohet kurse lagështia relative arrin vleren 100%. Prej kesaj lageshtie e metej lageshtia relative rendom ngel 100% deri te maja e maleve. Nese ajri leshohet prej se larti kah toka ai adiabatikisht ngrohet dhe lagështia relative e ajrit zvoglohet. Nga ana tjeter dimrit rendom lagështia relative e ajrit zvoglohet me rritjen e lartësisë mbidetare, gjë që është ne lidhje me shtresat inverzive te temperatures ne rajonet malore.[18]

Sipas të dhënave per periudhen vrojtuese 30 vjeçare vlera mesatare vjetore e lagështisë relative te ajrit per Ulqinin është 68% tabela nr: 14).

Tabela nr. 14. Lagështia relative mesatare mujore dhe vjetore në Ulqin (1949—1978)

Muajt	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Mes. vjetore
%	67	68	67	70	72	69	63	63	67	68	71	69	68

Lagështinë më të madhe relative rajoni i Ulqinit e ka ne muajin maj (72%), ndersa me te vogël ne gusht (63%). Kjo njeherit është si pasoj e temperaturave te larta gjate verës. Nga muajt e veres (korrik, gusht) lagështia relative e ajrit vjenë duke u rritur gradualisht kah muajt e vjeshtes dhe te dimrit, ndersa me e madhe është ne pranverë si rezultat i temperaturave te ulta dhe te faktoreve te tjerë. Rajoni i Ulqinit i perket tipit maritim te lagështisë se ajrit. Lagështia e madhe relative e ajrit ne muajt e verës zbut deridiku thatesinë e cila gjatë korrikut dhe gushtit është e pranishme në këtë rajon.

Nga sa u tha më lartë del se ky rajon ka raport te drejtë ne mes te lageshtisë dhe te temperaturave të ajrit ku jeta e njerzëve ne këtë rajon është shumë e pershtateshme dhe e këndëshme ne çdo aspekt.

SHTYPJA E AJRIT DHE ERËRAT

Karakteristikat themelore te shtypjes se ajrit dhe te erërave ne Ulqin janë per periudhen 1958—1976 per shtypje te ajrit, ndersa nga viti 1949—1978 per erërat. Këto elemente klimatike janë në mvarshmeri reciproke sepse fusha e presionit te ajrit percakton edhe rrymat ajrore.

Levizja ditore dhe mujore e shtypjes se ajrit është ne mvarshmeri prej ndryshimit te temperatures, rrymave te ajrit dhe stineve te vitit. Gjate tërë vitit ne Ulqin shtypja e ajrit pothuaj është stabile dhe nuk ka ndryshime te medha. (tabela nr: 15). Minimumi paraqitet ne korrik si rezultat i nxemjes

[17] Dr Tomislav Šegota, *v. c.* f. 457.
[18] Dr Marko Milosavleviq, *v. c.* f. 115.

se bazes, ndersa maksimumi ne janar. Shtypja mestare e ajrit ne Ulqin eshte 752,9 mm Hg.

Tabela nr. 15. Shtypja mujore dhe vjetore e ajrit në Ulqin (1958–1976)

Muajt	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	vjetore
mmHg	755,4	753,1	751,9	751,1	752,3	752,4	751,7	752,1	753,2	754,4	754,2	753,0	752,9

ERËRAT

Era si element klimatik është funksion i qarkulimit te atmosferes dhe formes së topografisë se terrenit. Nga ndryshimi i vetive termike te erërave, te cilat periodikisht paraqiten ne rajonin e Ulqinit, paraqesin element me rëndësi klimatike dhe japin kontribut per formimin e karakterit te klimes se rajonit te Ulqinit. Si pasojë e kushteve topografike te terrenit në rajonin e Ulqinit dominojnë erërat veri-lindore (45%), ndersa me pak ato lindore (14%), perendimore (13%), ndersa ditë te qeta ka pak (11%). Ne lidhje me to shih tabelen nr: 16.

Tabela nr. 16. Trandofilja e ererave ne Ulqin (1949–1978)

Drejtimi	N	NE	E	SE	S	SW	W	NW	C
Pjesmarrja %	1	45	14	3	5	2	13	6	11
Forca mesat. në bofora	1,8	2,0	1,8	1,8	4,0	2,0	2,0	2,0	–

Erërat me te rëndësishme ne këtë rajon janë murlani (nga VL), shiroku (nga ana jugore) dhe maestrali (P). Secila nga keto erëra është bartese e tipit te caktuar te motit.

Murlani – është erë shumë e rëndësishme në tërë bregdetin ku është e pranishme gjate stines se dimrit, kur është shtypja e lartë ne Evropen e Mesme ndersa e ulet ne Mesdhe apo ne Adriatik. Ne pergjithesi murlani është erë e ftohet qe fryen nga kuadranti veri-lindor. Pasi është erë e ftohet ndikon ne zvoglimin e lageshtisë relative te ajrit. Ajo e zbret temperaturen dhe e ftohen motin por ne aspektin psiqik ndikon mirë te njeriu. Kjo me se miri verehet kur murlani fryen pas një kohe te gjatë te shirokut. Ateher ai perveç freskimit te motit nderpret reshjet dhe shton numrin e diteve te kthiellta.

Shiroku-ka veçori te kundërta me murlanin. Bën pjesë ne grupin e erërave nga kuadranti jugor dhe juglindor. Është erë e nxehtë dhe me lagështi Fryen perkohsisht gjatë tërë vitit e veçanerisht nga tetori e deri ne mars. Ne këtë pjesë te bregdetit arrin shpejtesinë më të madhe sepse ky është i çelur andaj nuk ka kurrfarë pengesash, ku ajo ne disa raste e kalon shpejte-

sinë mbi 80 km/orë.[19] Fryen mesatarisht katër ditë, ndersa me nderprerje mund te zgjase deri ne 14 ditë. Kjo ere sjell shi dhe eshte shumë e fortë. Ne Ulqin merr pjese shume pak (5%). Ne rajonin e Ulqinit ndikimi i shirokut ndikon negativisht ne lundrim sepse valet qe kriohen me kete rast pengojnelundrimin ne det, Bunë dhe ne liqenin e Shasit. Pasi kjo erë sjell reshje dhe është e butë ka ndikim pozitiv ne organizmin e njeriut.

Maestrali-ne rajonin e Ulqinit vjen nga kuadranti perendimor dhe ai jug--perendimor. Kjo është erë e nxehtë. Veçori kryesore e saj është shpejtesia konstante e saj qe fryen ne nje drejtim prandaj është shume e pershtatshme per lundrim (velanije). Ne pergjithesi është erë e dobët, ndersa rrallë herë arrin shpejtesinë 3—5 bofora. Maestrali është si pasojë e ndryshimeve te ajrit ne mes perendimit (maksimumit te anticikloneve ne zonen e azoreve) dhe te lindjes (fusha e ulet e shtypjes se ajrit); ku deri sa zgjasin keto ndryshime ne ajer do te jetë edhe ky rrymim.

Ne bregdetin e Ulqinit maestrali fillon te fryej paradreke rreth ores 10 dhe zgjat deri ne mbrëmje deri ka ora 19. Është erë shumë e këndëshme, sjellë freski, ku gjatë muajve të veres ka veti shumë te mira bioklimatike. Intenzitetin më të lartë e ka deri ne lom/sec nga ora 14—15. Ne mbremje (ka ora 19) kjo nderpritet dhe fillon te fryeje era lindore (nga toka) me ndryshim nga maestrali qe vjen nga deti. Pasi Ulqini ka 107 ditë te nxehta do te thot se vera është stinë e gjatë dhe e thatë ku ne këtë rast maestrali luan nje rol te rendesishem ne freskimin e saj gjë që e bën më të pershtatshme ne aspektin e aktiviteteve turistike. Maestrali merr pjese me 13% qe per nga sasia është ne kategorinë e tretë te erërave në këtë rajon. Në këtë tip të eres duhet llogaritur edhe eren JP (2%) dhe ate VP(6%). Sa i perket shpejtesisë se eres deri në 6 bofora me teper ditë të tilla ka ne dhjetor (5,2), nëntor (4,8) dhe shkurt (4,7) ndersa me pak ne korrik dhe gusht (2,1 ditë). Me shpejtesinë me 6 bofora ne vite janë gjithsej 40,2 ditë. Nga ana tjeter numri i diteve me shpejtesi te eres prej 8 boforash ne vite është shumë i vogël (8,7). Me teper ka në dhjetor (1,7 ditë), nëntor (1,2), tetor (1,1) ndersa me pak ne janar, shkurt e mars (0,9 ditë) etj.[20]

Perveç erërave te cekura te cilat janë dominuese në këtë rajon poashtu janë të pranishme edhe erërat lokale. Keshtu ata gjatë dites fryejnë ne drejtimin det-tokë, ndersa naten anasjelltas. Edhepse janë erëra me intenzitet te vogël dhe kanë karakter lokal ndikojnë ne regjimin termik te motit ne këtë rajon.

PËRFUNDIM

Punimi paraqet nje ndër tentimet e para te kërkimeve komplekse klimatike per rajonin e Ulqinit. Analiza e elementeve klimatike, në punim paraqet lidhshmerinë ne mes tyre si dhe ndikimin e tyre ne elementet tjera

[19] Grup autoresh, *Potencijali* ... f. 19.

[20] Studija prirodno geografske karakteristike opštine Ulcinj, ZUKD, Beograd, 1983, f. 20. Poashtu të dhënat statistikore për këtë punim janë marrë nga ky publikim, ndersa tabelat janë punuar nga autori.

te bazes natyrore dhe ne jeten ekonomike e shoqërore. Duke u bazuar ne faktoret klimatikë dhe ne veçoritë morfologjike te relefit ne këtë rajon kemi tipin e klimes mesdhetare dhe nen tipin e saj ate te ndryshueshme mesdhetare. Ne pjesen e brendeshme te ketij rajoni (ne thellësi te zones malore) paraqitet edhe varianti i klimes malore.

Rajoni i Ulqinit bën pjesë ne rajonin klimatik mesdhetar qe është nen ndikimin e drejteperdrejtë te Detit Adriatik. Vererat janë të nxehta dhe te thata ndersa dimrat te butë dhe me reshje. Periudha vegjetative ka me pak reshje se sa ajo jashtë sajë. Andaj gjatë veres praqiten edhe thatësirat që negativisht ndikojnë ne bimësi.

Klima e rajonit te Ulqinit sipas klasifikimit të Kepenit të klimateve ne Jugosllavi, ne pergjithesi bën pjesë ne varianten Csa. Duke analizuar elementet klimatike dhe proceset natyrore ne raport me veprimtarit njërëzore, është si kerkesë e kohes që të behen analiza ne këtë aspekt. Më një fjalë per caktimi i mvarshmerisë dhe i diferencimit klimatik është i rëndësishem sidomos per ato aktivitete ku elementet klimatike kane ndikim parësor, andaj në këtë aspekt mbetet shumë për t'u punuar.

LITERATURA

1. Vasović, dr Milorad: *Geografske odlike Crne Gore*, Crna Gora (monografija), Književne novine, Beograd, 1976.
2. Vasović, dr Milorad i dr Jovan Petrović, *Regionalna podjela Crne Gore*, Crn-Gora (monografija), Književne novine, Beograd, 1976.
3. Šegota, Tomislav: *Klimatologija za geografe*, Školska Injiga, Zagreb, 1976
4. Radinović, dr Đuro: *Vremei klima Jugoslavije*, Građevinska knjiga, Beograd, 1981
5. Marković, dr Jovan: *Geografske oblasti SFRJ*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva Srbije, Beograd, 1972
6. Vujević, dr Pavle: *Podneblje Crne Gore*, Zbornik radova V kongresa geografa Jugoslavije, Cetinje, 1959
7. Grup autoresh: *Potencijali uspona priobalnog područja SR Crne Gore*, IDEI, Titograd, 1970
8. Milosavleviq, dr Marko: *Meteorologjia*, ETMM i KSAK, Prishtinë, 1983
9. Studija prirodno geografske karakteristike opštine Ulcinj, ZUKD, Beograd, 1983
10. Mijoviq, Pavle: *Ulqini, Ulqin* 1977
11. Enciklopedija Jugoslavije 2, Zagreb, 1982
12. Draga, Nail: *Lumi Buna-veçorite hidrografike*, Kërkime gjeografike, SHGJK, nr: 6, Prishtinë, 1985

KLIMA ULCINJA

Nail Draga

Rezime

Rad predstavlja jedan od prvih pokušaja kompleksnog proučavanja klimatskih osobenosti Ulcinjskog kraja. Analiza klimatskih elemenata u ovom radu, predstavlja njihovu medusobnu povezanost, kao i njihov uticaj u drugim elementima prirodne osnove i u

društveno-ekonomskom životu. Oslanjajući se na klimatske faktore i morfološke odlike reljefa ovo područje ima sredozemnu i promenljivu sredozemnu klimu.

Ulcinjski kraj pripada sredozemnoj klimatskoj regiji, koja je pod uticajem Jadranskog mora. Ulcinj ima toplo leto sa srednjom temperaturom letnjih meseca 23,5 °C i blage zime sa 8,1 °C. Ovaj kraj spada u najsunčanija mesta na Jadranu, sa 2563 sunčanih časova godišnje. Prosečan iznos osunčavanja na dan je veoma velik (7,02 časova). Padavine (1321 mm godišnje) imaju sezonski karakter tj. najviše padaju tokom vanvegetacionog perioda 907 mm ili 68,6%. Vegetacioni period ima visoku srednju temperaturu od 20,5 °C što je rezultat manje oblačnih i kišovitih dana. Sneg retko pada u zimsko doba godine, a i kada pada malo se zadržava.

Klima Ulcinjskog kraja prema Kepenovoj klasifikaciji klimata Jugoslavije pripada varianti Csa. Uspostavljanje veze između klimatskih elemenata i prirodnih procesa, u što većem broju ljudskih delatnosti, nameće se kao prirodni nastavak i krajnji cilj analize i objašnjavanja klime. Precizno određivanje zavisnosti naročito je važno u onim aktivnostima, u kojima klimatski činioci imaju odlučujući uticaj.

THE CLIMATE OF ULQIN

Nail Draga

Summary

This work represents a first attempt to show a complex regard of clamatic features of Ulqin and it's vicinity. Analysing the elements of climate in this work can be seen correlations, as well as their influences in pheasiographic features and in socio-economic life. Regarding climatic features and morphological consequances in reliev, it can be seen that it is related with Medditerranean and modifyed Mediterranean climate.

Ulqin with vicinity belongs to Mediterranean climate, under the influance of Adriatic Sea. Summer temperature in Ulqin is hot, with an avaerage temperature of 23,5 °C and mild winter with 8,1 °C. This sity and it's vicintiy belongs to the most sunny part of Adriatic Sea, with 2.563 sunny days during the year.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (333 — 342)

GJEOGRAFIA DHE ÇËSHTJET E RRETHINËS (MARRËDHËNIET)

Qazim Lleshi

Manash çpikësit të kuptimit *ekologji* në kuptimin e gjithmbarshëm të botës së gjallë — zoologut e filozofit gjerman *Ernst Haeckel* (1834—1919) — më 1866 në veprën *„Shkenca e marrëdhënieve të organizmave ndaj rrethinës"*, atë i përqasjës gjeografike të rrethinës nga gjeografët bashkëkohas me të drejtë mund ta konsiderojmë gjeografin amerikan *Harlan H. Barrows* (1877—1960). Ai që më 1923 boton në *Ann. Assoc. Amer. Geog.* polemikën *„Gjeografia si Ekologji humane"* (Numër 13, Mars, pp. 1—14). Status të afirmuar midis shkencave thjeshtë natyrore do të fitojë Ekologjia humane në prak të Luftës së Dytë Botërore, në kuadrin e të ashtuquajturës „BIO--EKOLOGJI". Kësisoj, biologët E. F. Clements — E. V. Shelfort (më 1939) e propozojnë termin „bio-ekologji" për shkak — siç theksojnë këta — *„të ndërlikimit me biologjinë, sociologjinë, gjeografinë apo gjeobotanikën* si dhe të mjegullisë së nëndarjeve në *autoekologji, synekologji, ekologjinë e insekteve, ekologjinë humane;* këtu lypset përfshi edhe *Ekologjinë humane"*.

Duke përmbledhë kahet e lëvizjeve të mendimit gjeografik gjatë çerekut të parë të qindvjeçarit tonë ai më 1922 shkruan *„caku qendërsues përbrenda fushës së gjeografisë ka rrëshqitë susksesivisht që nga skaji ekstrem fizik kah skaji njerëzor, përderisa gjeografët në numër të rritur e përkufizojnë subjektin e saj që ka të bëj vetëm e vetëm me marrëdhëniet e ndërsjella midis njeriut dhe rrethinës së tij natyrore"*. Me kuptimin „rrethina natyrore" ai natyrisht mendon me ndërlidhjën e përbërë të rrhethinës fizike me atë biologjike. H. H. Barrows-i thekson më vonë që *„një temë e motivuar, një koncept i organizuar është i domosdoshëm që do t' i mundësonte gjeografisë si dhe të gjitha degëve të saj një pikëpamje të dalluar"*. Ai mendon se *për—të qenë një diskutim i vërtetë gjeografik ai lypset të këtë që nga fillimi e gjer në fund një trajtim shpjegues në vazhdë rregullsie të „marrëdhënieve shkëmbyeraz midis njeriut e rrethinës natyrore të regjioneve a arealeve në të cilat ai jeton"*. Në

* Kumtesë mbajtur në Mbledhjen vjetore të Shoqatës së gjeografëve të Kosovës, më 20 janar 1986.

një pasus tjetër, përkitazi me përcaktimin e gjeografisë si ekologji humane, ai shprehet: „*S'është vetë fakti njerëzor që personifikon gjeografinë, jo më ai rrethinor, porse më fort marrëdhënia që ekziston midis të dyve*", udke për funduar që „*gjeografia është një shkencë e marrëdhënieve*". Në një vend tjetër ai paraqet pikëpamjet *që gjeografët* në të ardhmën lypset marrë si çështje të kërkimeve gjeografike „*përshtajën e njeriut rrethinës më fort sesa ndikimin e saj*". Kësisoj, ai thekson „*që qasja e mëparshme ka më shumë gjasa në njohjë dhe vlerësimin e duhur të të gjithë faktorëve që ndërhyjnë dhe në vecanti zvoglimin e rrezikut të faktorëve përkatës rrethinos si ndikues përcaktues që ata nuk e ushtrojnë*".

Gjeografisë i vishet se operon me mjete të pasakta dhe të improvizuara. Kësisoj, *David* Harvey në veprën „EXPLANATION IN GEOGRAPHY (London, 1969) thekson „*që 80% të literaturës dedikuar analizave gjeografike bartë karakter spekulativ dhe gjykim të përgjithsuar*", duke shtuar se „*kjo më në fund s' do të thotë asgje te ligë marrë në tërësi*", porse siç shihet i mungon shprehja sasijore apo e saktësuar. Ai shton „*që* tani s' kai dyshm që metodologija dhe filozofia e ndërsjellshmërise dhe jo e pavarësisë së dukurive lypset të mbizotërojë në interpretimet gjeografike".

Për qasjën çështjes së zgjidhjeve konkrete në rrethinë, përpos përshkrimit dhe shpjegimit të dukurive të ndryshme të hapësirës tokësore që paraqesin objektin themelor të gjeografisë si shkencë, lypset gjithnjë të përgjigjet në pyetjet shkakore: *Përse?* (kjo apo ajo dukuri, qoftë natyrore apo shoqërore e ekonomike) dhe: *Si?* (pokështu mund të zgjidhet një çeshtje me rëndësi jetësore për njeriun, gjegjësisht shoqërinë njerëzore në përgjithësi); *për cështjet e ngushta rrethinore qasja është ngushtësish lidhur me ruajtjën e baraspeshës ekologjike me cdo kusht, pa marrë parasyshë interesat e ngushta ekonomike e shoqërore.* Qasjet ekologjike i gjejmë përndryshe edhe në veprat e hershme udhëpërshkruese, siç janë ato të Haklljuiti-t dhe *Semjuel*) Perkezi-t, nga fundi i qindvjeçarit të XVI-të dhe fillimi i XVII-it, të cilat përmbajnë edhe shumë shpjegime përkitazi me rrethinën që kanë peshë të veçantë edhe nga aspekti i gjeografisë historike.

Rrethinarë të përcaktuar — determinist pos *Fr.* Ratzelit *e Ellen Ch.* Semples ishte edhe *Ellsworth* Huntington, që përpiqet të vlerësojë me ca saktësi „ndikimin" e rrethinës fizike, në veçanti asaj *klimaterike* në veprimtaritë jetësore dhe zhvillimin historik. Edhe pse më fort epërgënjeshtruar sësa e pohuar, kryevepra e tij: „CIVILIZATION AND CLIMATE", e botuar për herë të parë më 1915 dhe të fundit më 1971, përjetoi tri edicione dhe gjashtë ribotime në afër 100.000 egzemplarë.

Në interpretimet e mëvonshme të fillimit të viteve të tridhjeta, siç është ai i *Olive* Whilbeck-ut, qëndrimet e shprehura përcaktuese (deterministike) do të zbutën dhe ndryshohen: „*Rrethina gjeografike është pasive apo lejuese — jo detyrimisht, nga e cila njeriu është i ndikuar e jo i përcaktuar (determinuar)*". Me fjalë të tjera, traditat humane dhe trashigimia e kushtëzojnë rrugën në të cilën grupet njerëzore janë të ndikuara nga këto „kushte gjeografike". Lidhur me këtë shtrohet pyetja se në çfarë caqesh, megjithatë, pasqyrohen këto ndikime mbi bashkësitë njerëzore të sprovuara? Mbase

është e gartë, në interpretimet „e veprimtarive njerëzore dhe gendrimeve" të të gjitha llojeve që elementetet historik lypsen me doemos të vlerësohen.

Afërsisht në këtë kontekst kohor midis 1920 e 1930 paraqitet *shkolla e mirënjohur ekologjike* e udhëhequr nga i lartëtheksuari *Harlan* Barrow dhe *Carl* Sauer. Është me rëndësi të theksohet se ky drejtim nuk çrrënjosi përcaktimin e ngushtë rrethinor, pra determinizmin rrethinor. Kësisoj, Barrow-i nuk përmend më vijimin shumë aktiv të proklamuar më parë (më 1923) të ekologjisë humane. Në anën tjetër, në „shkollën e shkencave dhoqërore, në caqet e tyre vetanake, përkapësit e saj të udhëhequr nga *Robert* Park dhe *Ernest* Burgess, kishin për cak kryesor dhe me theks të Valluar ishin të anuar e përcaktuar fuqimisht kah shkencat social-gjeografike dhe u muarrën së tepërmi me hierarkin e qendrave qytetëse që shërbenin si pika bërthamore, respektivisht si vatra të integrimit njerëzor. Mu në vitet e treta paraqitet edhe grupi — i treti me rradhë i të ashtuquajturve „peizazhistëve", si drejtim kryesor folozofik i orientimit të gjeografisë si shkencë, të cilët në qendër të objektit studjues vejnë visin (anglisht: *„landscape*), që ndahej në atë *fizik* dhe atë *kulturor*. Në të fundimin Carl Saueri si objekt studimi rradhiste: banimin (tipi dhe grupimi), *prodhimin* (përdorimin e truallit dhe uzinat), *komunikacionin* dhe *popullatat* (dendësia e lëvizshmëria). Megjithatë, Saueri kishte një „prrirje të rrept etike" dhe ndjeshmëri të hollë ndaj rrethinës natyrore dhe keqtrajtimeve që asaj (rrethinës) i shkaktohen nga shfrytëzimi i pamasë. Ai vajtonte si të themi dëmet që si trashigimsi po u sjellin tokave ndikimi i teknologjisë, çka shihet nga përgjigja e tij drejtuar trupit themelues të „Shërbimit të Ekonomisë tokësore të Michegenit" si dhe nga pjesëmarrja në „Shërbimin për konservimin e truallit", e, aq më tepër u vërejtë në fjalën e tij mbajtur në Konferencën përkitazi me „Rolin e njeriut në ndërrimin e faqës së dheut" më 1955: „Njeriu dogj barin dhe preu drurët duke mbjellë në tokat esapo çelura barishtore e pyjore, grisi plisin prerian dhe po kërkon truall sa më cilësor për ngritjën e shtëpisë së tij; përshtatë pokështu nevojave të veta burimet e tija të trashëguara lokale apovato rishtazi të zbuluara". Përndryshe, Carl Ortwin Saueri (1889—1975) është figurë mbizotëruese akademike e çerekut të dytë të qindvjeçarit të XX-të, ashtu siç qe Willima-Morris Davis (1850—1934) në çerekun e parë të tij.

Pikëpamjet e Kantix përkitazi me vendin e historisë dhe gjeografisë midis shkencave të tjera formulohet me atë „që dituritë tona empirike mund të klasifikohen në dy mënyra: qoftë të zbatueshme kah koncepcionet e ndërlikuara mbi botën, qoftë të zbatueshme në hapsirën e kohën mbi të cilat ato dhe faktikisht i përkasin". *Gjeografia në këtë kontekst i përket çështjeve hapësinore, ndërsa historia atyreve kohore.* Studimi i objektit tonë — gjeografisë — sipas R. Hartshorne-së („Perspective on the nature of geography", Chicago, 1959) *„lidhet me rëndësinë që kanë dukuritë mbi njerin"* (p. 5).

Sot është e qartë që gjeografia shqyrton edhe veçoritë e dukurive hapësinore edhe të vendosurit e tyre (lokalizimin), gjegjësisht që të dyja anët e ndryshme të objekteve të individualizuara dhe se asnjëra prej këtyre objekteve

nuk mund të studjohet në mënyrë të shtjerrshme, e, që rrjedhë nga koncepti i njëshmërisë (unikalitetit).

Gjatë pjesës së hershme të shekullit tanë mjaft vëmendje iu kushtua zhvillimit të të ashtuquajturës „ekologji humane" si shkencë shoqërore. Interesimi në këtë subjekt bie rreth vitit 1940, ndërsa sërish u aktualizua kah mesi i vitit 1950 dhe u rritë gradualisht ç'prej kësaj kohe e gjer më sot. Në të vërtetë, jo më parë se në mesin e viteve të tridhjeta u shtua në masë aqë të madhe interesi midis shkencëtarëve shoqërore sa edhe sot, si dhe asnjëherë më parë s'ishte opinioni publik pokaqë koshient dhe i preokupuar lidhur më këtë çështje. Për fat të keq, megjithëkëtë, zhvillimi konceptual e teorik i ekologjisë humane, nuk dha fryte të spikatura grumbulluese. Për më tepër, ardhëria e saj u varë nga përfshirja e subjektit në kuadrin e shkencave të tjera. Me këtë u muarrën *antropologët, gjeografët, politologët* dhe *psikologët*. Një tregues tjetër domethenës i rritjes së interesit për çështjen ekologjike është numri i vëllimeve botuese përkitazi me temat e gjera ekologjike që u paraqitën gjatë dhjetëvjeçarëve të fundit.

Termi „ekologji", që i ka rrënjët e saja në fjalën greke „oikos" e që do të thotë — në kuptimin e ngushtë *„shtëpimbajtës"* ndërsa në atë të gjerë e për subjektin e shkencës sonë — gjeografisë edhe më domethenës — *hapësirë, territor apo areal jetues*, hyri në përdorim për sa i përket kuptimit të fundëm në punimet e zoologëve dhe botanistëve me qëllim përshkrimi të studimit të kahjes në të cilën organizmat jetojnë në rrethinat e tyre gjatë pjesës së vonë të qindvjeçarit të nëntëmbëdhjetë. Së shpejti dy nëndegë të ekologjisë u diferencuan: autoekologjia, që ka për subjekt studimin e ndërveprimit individual të organizmit me rrethinën dhe synekologjia — studimi i ndërmarrëdhënieve të organizmave të anagazhuara me një njësi të rrethinës gjegjëse.

Fakt i qartë i çështjes që rrethina fizike që ballafaqon njerëzimin është pothuaj pafund e ndryshme në kuptimin që këtu kemi të bëjmë me ndryshime të mëdha gjeografike prej vendit në vend. Sipas *Durkheimit*, „roli i një situate të përshtatshme gjeografike u theksua shpesh në përcaktimin e pozitive ç'prej qytetërimeve të lashta, si dhe të orientimit kah ujërat e mëdhenj të të gjithë qyteteve të mëdha përgjatë historisë". Megjithëkëtë, teoria vetanake e *Durkheim*. it qartësisht minimizon rëndësinë e mundshme për organizimin e variantave në rrethinën fizike. Zbutësi i gjendjes pa dyshim qëndron në përshtatjën e konceptit bashkëkohorë të gjeografisë të rrethinës si jetësisht faktor lejues përkizai me veprimtaritë njerëzore.

Antropologjia në kohë të re rrëfen një mikëprisi ndaj kocepteve ekologjike. *Gjeografia*, nga ana e vet, nuk guxon të harrojë që ka tregue interes ndaj *ekologjisë humane* poaqë heret sa edhe *sociologjia*.

Nga punimet më të hershme të fillë pasë Luftës së Dytë Botërore të gjeografëve lypset theksuar punimet e *Robert S. Platt*-it, *„Environimentalism versus Geography"*, Am. Journal of Sociology, Nr. 53 (1948).

Krahas zhvillimit të mendimit shkrencor përkitazi me rrethinën, në fillim të viteve të shtatëdhjeta u aktualizua edhe çështja e *edukimit rrethinor*, në veçanti kjo çështje u shtrua në disa vende perëndimore, si në SHBA-të,

posaçërisht pas Konferencës Ndërkombëtare që e organizuan Kombet e Bashkuara në Stokholm përkitazi me *Rrethinën Njerëzore* gjatë Qershotë vitit 1972. Njera prej çështjeve themelore përkitazi me edukimin rrethinor ishte nëse studimet rrethinore mund të paraqesin subjekt të veçantë apo lypsen të rrejedhin nga një serë lëmenjsh të integruar disciplinorë. Këshilli shkollor përkiatzi me Projektin rrethinor zgjodhi temat dhe inkurrajoi një *„etikë rrethinore"* brendapërbrenda gjashtë formave. Temat përfshinë: popullatën, shfrytëzimin e truallit, ndotjën, të ushqyerit, konservi min e burimeve dhe cilësinë rrethinore. Projekti i cekur më sipër mbase theksonte rolin e trekendëshit shkencor që e sjojnë biologjia, gjeografia dhe shkencarurale, të cilat do të çfaqin një prirje në interpretimet e veta përkitazi me edukimin rrethinor.

Anim i njejtë u tregua nga një takim punues ndërkombëtar kur antarët e saj u pajtuan që *„edukimi rrethinor është një shkencë — e qendërsuar shumëdisciplinash, në subjektin studjues të së cilës lypset inkorporuar nëse jo të gjitha shkollat por të paktën shumica e tyre,* Në tubimin shkencor amerikan të vitit 1970 antarët pjesëmarrës aprovuan defifinimin vijues sipas të cilit *„Edukimi rrethinor është një proces i njohjes së vlerave dhe koncepteve sqaruese përkitazi me zhvillimin e shkathtësive dhe aftësive të domosdoshme për të kuptuar dhe vlerësuar ndërlidhshmërinë midis nseriut, kulturës së tij dhe të rrethuarit (përqarkimin) bio-fizik.* Edukimi rrethinor poashtu kërkon praktikën e vendosjes dhe vetëformulimin e një kodi të sjelljes (qëndrimit) përkitazi me cilësinë rrethinore.

Ekipi i Dennis Stevenson-it njohi që Konferenca e Kombeve të Bashkuara përkitazi me „Rrethinën Njerëzore" u muarr gjerësisht me rrethinën bio-fizike. Interpretimi i pjesëmarrësve në këtë Konferencë përkitazi me rrethinën e njeriut përfshinte këto aspekte bio-fizike, mirëpo shtoi edhe një serë kompleksesh të marrëdhënieve kulturore e sociale që godasin sjelljen njerëzore dhe qëndrimet gjegjëse. Së këndejmi këtu shtrohet një nevojë për një shkencë sociale brenda edukimit rrethinor.

Një qasje e këtillë e baraspeshuar më fort për punën shkollore, që njeh anën shkencore, duke përfshi edhe shkencat shoqërore (sociale), si dhe estetikën, qe ofruar nga shërbimi për edukimin rrethinor i Shoqatës për planiqkimin qytetës e hapësinor, paraqitur në Buletinin për Edukimin rrethinor.

Akti legjistativ i SHBA-së përkitazi me Edukimin rrethinor i vitit 1970 reflektoi një zotim kombëtar të kërkimeve lidhur me ndriçimin e stileve (mënyrëve) jetësore. Raporti i Senatit sqaroi edukimin rrethinor. *„Ky nënkuptohes si një proces i integruar që ka të bëjë me ndërmarrëdhënien e njeriut me të rrethuarit e tij natyror dhe atë nga njeriu i krijuar (rrethinën e transformuar nën ndikimin e tij), duke përfshirë marrëdhënien e rritës së populatës, ndotjën, përpjesën e burimeve dhe shtserrjën e tyre, teknologjinë konservuese, planifikimin rural e urban të rrethinës së tërësishme nserëzore."* Edukimi rrethinor është i lidhur me sutidmin e faktorëve ndikues mbi ekosistemet, zhvillimin mendor e fizik, jetësor e punues, kështuqë edukimi rrethinor synon të nxis qytetarët për një syçeltësi të njohjes së rrethinës, ekzistencën tanë, si dhe përmirsimin e cilësisë së jetesës.

Një kahje me sigurtë ezhvillimit të procesit arrihet përmes zbati-mit të një varg subjekjesh brenda kursit të quajtur „*studimet rrethieore*" Përpjekja e mëtutjeshme qëndron në zhvillimin e një kursi në shkencënrrethinore, ndërsa një përqasje tjetër do të arrihet përmes ekologjisë humane. Një tjetër e mëtutjeshme do të ishte aplikimi i Ekistikës si shkencë e vendbanimeve njerëzore.

Përkitazi me programet e edukimit rrethinor nëpër të gjitha fazat e shkollimit duke u nisur prej atij qllestar, propozohen edhe strukturat lëndore që lypset të ndërfutën. Kësisoj për *eduk m n f llestar* (për nxenësit e moshave 8 gjer 11 vjeç) preferohet *„punë rrethinore prej një gjer dy pasdrekave në javë"*.

Për *shkollat e mesme- Studimet oumanitare e sociale.* Këto kurse normalisht përfshijnë një „amalgam" të *sosiologjisë, historisë, afarizmeve rrjedhëse, gjeografisë dhe nganjëherë Jiologjisë.*

— *Shkencat rrethinore.* — Këto kurse normalisht kanë baza shkencore të *fizikës aplikuese, kiminë* e *Jiologjinë*, porse do të përfshijnë gjithashtu *ca aspejte të gjeologjise, gseografisë* dhe madje *7ociologsinë* në disa raste.

— *Studimet e terenit, studimet rurale, studimet lokale.* — Kurset e këtilla ndryshojnë në masë të madhe dhe mund të rradhiten ç'prej kopshtimit shkollor gjer në *hulumtimin e hapësirës lokale.* Formë e përbashkët e këtyre është se përfshinë *historinë, gjeografinë* dhe *biologjinë* me referim të veçantë përkitazi me hapësirën lokale.

Programuesit pokështu potencojnë njohjen e së kaluarës së rrethinës të titulluar si *„E kaluarja në të tanishmën"*. Në studime të këtilla nevojitet puna e *gjeologëve, gjeografëve, historianëve, biologëve, arkeologëve* dhe *konservuesëve.* „Peizazhi kërkon një hulumtim ndërdisciplinor". Ai më së miri shpreh synimet dhe punën transformuese të gjeneratave të mëparshme dhe të tanishme që jetojnë e veprojnë në areale të caktuara.

*
* *

Përpjekjet e lidhura me metodut shkencore të shkencave natyrore janë të rëndësishme. Kësisoj ekologu amerikan *Kenneth E. F. WATT* boton tekstin e parendomt: „PARIMET E SHKENCES PRETHINORE" përmes të cilit përpiqet t'i zbatojë shumë parime të shkëncave biologjike në ato shoqërore siç janë popullata humane, përndarja hapësinore e qyteve e të ngjashme. Teksti u botua nga „MB Company" më 1973 që ka përfaqsitë e veta në shumë qytete në tri kontinente. Në parathënie të tekstit autori thekson *„se objekt i shkencës rrethinore s'është vetëm ekologjia tradicionale e bimëve dhe kafshëve, porse në të vërtetë pjesë e pandashme e një subjekti shumë më të gjerë në të cilin disiplinat siç janë planifikimi urban dhe regjional, gjeografia ekonomike, epidemiologjia, medicina komunale, meteoorologjia dhe pjesa dërmuese e bujqësisë, peshkatarisë e rregullimi i pyjeve pokështu bëjnë pjesë"*.

Analogjikisht përpjekjet u paraqitën edhe në gjeografi. Sistemet e ndërlikuara me shumë variante që gjeografët përpiqen tji studjojnë, për pa poseduar përparsitë e metodave eksperimentale, me vështirësi japin anali-

zën. Pa aplikimin e mostrave të saktësuara matematikore, detyrat e gjeografisë nuk japin analizën sasijore. Në pyetjën se a mund të elaborohet një metodë e pavarur shkencore në gjeografi apo të zbatohen metodat e pranueshme të shpjegimit shkencor në problemet gjeografike, lypset pranuar me keqardhje se në këtë drejtim paraqitën vështirësi të natyrës praktike Por këto vështirësi pakusht nuk mund të vlerësohen si të vërtetuara, si paramisht të karakterit të shpjegimit shkencor gjeografik, me përjashtim të historisë, mbase edhe të gjeologjisë. A mund të flitet që tezat e Kantit s'kanë asfarë përkatësie të analizës gjeografike.

Përfundimi nga sa u tha më sipër shpie në mendimin se *„në gjeografi vërtetë ekzistojnë pak ide udhëheqse dhe udhërrëfyese, ndërsa shumë fakte"* (G. M. Ballabon, „Putting dhe „the economic" into economic geography, „Econ. Geog., Nr. 33, 1957, pp. 217—223). Themelimi i një teorie të përgjithshme paraqet domosdo të rëndësishme jetësore si në kënaqjen e shpjegimit të dukurive poashtu edhe për atë që do ta karakterizont e fushën e kërkimeve gjeografike. „teoria paraqet shoshë që shoshitë fakte të nduernduerta dhe të panumërta dhe pa të cilat fakte ne në analizat e shpjegimet tana do të ngelnim në kahje parrugëdalje dhe të pakuptimtë". Përndryshe, aktualisht shumica e gjeografëve konsideron që koncepti ekologjik në gjeografi paraqet bazë të rëndësishme në shpjegim shkencor të dukurive hapësinore. Ndërkaq për kompetencat e gjeografisë përkitazi me interpetimin e dukurive rrethinore J. J. Smarti në veprën e vet: *„Can biology be an exact science"*, „Synthese", Nr. 11, 1959, pp. 359—368 na ngushëllon me provat e veta që edhe në bilogji që njhet si shkencë „par exellence" rrethinore poashtu nuk mund të elaborohen ligje të vërteta. Sipas *Smartit, „ligje shkencore në kuptimin rigoroz të fjalës, ekzistojnë vetëm në fizikë, mbase edhe në kimi"*. Së këndejmi, vetvetiu përjashtohet mundësia e një elaboritëmi rregullsisë shkencor në zoologji, gjeologji, gjeografinë fizike, etj. përderisa provat e këtyre shkencave të mos përmblidhen në ligjështëritë e fizikës. Në shkencat shoqërore dhe ato ekonomike (gjeografinë ekonomike) ky parim vlenë në shkallë edhe më të lartë.

C. S. Dodd *(„How momental laws can be developet in sociology"*, „Synthese„, 14, pp. 277—299) propozon përfshirjën e të gjitha teorive socilogjike drejt analizizës së veprimit të ndërsjellë të tipit: *Njofto* — provoje!". L. J. B. Berry (*„Grouping and regionalizing"*, 1967) shprehë mendimin që meteorologjia e klimatologjia si displina shkencore mbështeten në 6 parime themelore, dy prej të cioave paraqesin ligjin e parë dhe të dytë të termodinamikës ndërsa të tjerat s më specifik në meteorologji si të tillë rrjednih nga ligjet teorike të Newtonit. Sipas shembujve të këtillë shihet se gjeografia fizike marrë në tërësi huazon shumë nga fizika e kimia. Parime e ligje të këtilla mund të përmenden: ligji i numrit të rrymave i Horton-it, ligjet e Krumbejn-it përkitazi me formimin e rërave, ligjet e Penk-ut mbi devijimin e lakorës, si dhe ligjet e ndikimeve të evoluimit të vispamjes (të Devis-it); i tillë ishte edhe zbulesa e gjenezës së relievir në vitet e dyzeta, pastaj profili i rrjedhave lumore i P. Jovanoviq-it, etj.

Në kohë të re kemi përpjekje të ngjashme në fushë të gjeografisë shoqërore, siç është rasti me veprën e W. Bungesë: *„Theoretical geography"*,

„Lund Stud. Geogr., Serie C", Nr. 1 — second ed, 1966, Lund dhe e P. Haggett-it „*Locational analysis in human geography*, London 1965. Kësaj kategorie i përket edhe vepra e Carl Sauer-it „*Land and life*", Berkeley, 1963 që paraqet qsje ekologjike në kuadër të gjeografisë së njeriut.

Çështja e ndikimit të ndërsjellë të njeriut dhe mjedisit që e rrethon — rrethinës gjithkund është e oranishme dhe potencohet në veprat e datës më të re. Lidhur me diferncimin territorial dhe punimet përkitazi me peizazhin gjeografik rendom linden çështjet e ndikimit të ndërsjellë të njëreär dhe rrethinës. Kjo u tregua si qendrore në mesin e aderuesëve të „*deetiarrnizmit gjeografik*", të cilët konsideronin se rrethanat fiziko-gjeografike pmtii qesin *faktor zgjidhës* duke përçmuar kësisoj analizën e ndërsjellshmës"u apo lidhjet e kundërta. Kundërshtarët e këtyre të fundit — „*posibilistët*-që startonin nga indikimi i ndërsjellë i njeriut me rrethinën, duke konsderuer si *faktor zgjidhës* njeriun. Tani, si pikëpamje më mirë e drejtpeshuar është e përhupaur si çështje qëndrore gjeografike „*ekosistemi i njeriut*". C. O. Sauer-i (*„Land and life"*) thekson se shikimi i gjeografisë drejt aspektit ekologjik të njeriut ka histori të gjatë. „Mënyra e jetesës së bashkësisë paraqte tërë rrugën nët të cilën ajo — gjeografia — synon lidhur me kënaqjen maksimale të nevojave në kushte të angazhimit minimal të forcave vatanake. Mbase, në këtë parim edhe qëndron filozofia e të përshtaturit ndaj rrethinës".

J. Wolpert-i (*„The decision process in spatial context"*, „Ann. Ass. Am. Geogra.", 1954, pp. 537—558) duke shkruar për fermat e Suedisë Qendrore thekson: „Aspektet hapësionore të strukturës udhërrëfyese në zgjedhjen ç vendosjën e lokalizimin e vendbanimeve, mbase munt të përshkruhen si rrjedhojë e vlerave që synojnë kënaqjen e nevojave të tij, ke të jetesës fizologjijo nga koncepti i „Njeriut ekonomik".

Gjeografia huazon ligjet e shkencave të tjera për shpjegimin e dukurive hapësinore, porse kësisoj veprojnë edhe shkencat tjera: f. v. astronomia e shfrytëzon fiziken dhe matematikën për interpretimet e veta. Së këndejmi imponohet përfundimi që të gjitha aspektet e teorive të zbatuara në gjeografi që i përkasin procesit kohor faktikisht apo potencialisht janë të lidhura me konceptet më parë të elaboruara në shkencat tjera.

Nëse i hedhim një sy vepreimtarisë së gjeografëve gjatë periudhës çerek shekullore të fundit përkitazi qasjës së çështjeve rrethinore, atëherë do të shohim një ecuri drejt forcimit të konceptit ekologjik në angazhimin e tyre në këto probleme që i quajmë *rrethinore.*

Në Kongresin e XX[të] Ndërkombëtar që u mbajtë në Londër më 1964 u fillua me elaborimin e çështjes së *mikroklimës qytetëse*, me gjithëseky problem ka qenë i rrahur edhe më parë nga gjeografët (Max. Sorre, *Mikroklima e Parasit*). Në Kongresin e përmendur a paraqiten referatët: „*Mikroklimat i Kalkutës*" nga S. B. Chaterje; „*Rrezatimi diellor dhe dhe klimati në regjionin e Lieges*" nga A. Hufty; *Aspekti dinamik i* i klimatit urban" i M. Nosek-ut; „*Ndotja ajrore i regjionit Reading*" nga M. Parry. U paraqitën edhe referate nga e a. q. „*antropogjeomorfologjia*: *Studimet e*

formave tokësore nën ndikimin e njeriut — B. Golomb dhe nga çështja e ujërave: „*Politika e ardhme e ujit dhe burimet e ujt nën ndikimin e ujit*" — A. K. Philbrick.

Në Kongresin e XXII[të] Ndërkombëtar Gjeografik të mbajtur në Montreal më 1972 mbizotëronin çështjet përkitazi me cilësinë e rrethinës si dhe *trajtat* (kryesisht ato të vogla e rrallë të mesme) *të relievit të krijuara njeriu* — Pokështu pat edhe referate nga fusha e klimatologjisë (*„Ndotja ajrore urbane — modelim klimatolgkik* nga W. Bach; *„Ndikimi atmosferik mbi njeriun: konfirmim sasijor* nga J. H. Chapell; *„Devijimet në balansin e nxehtësisë: bazë e klimatit qytetës të Budapestit*" — F. Probald.

Në Kongresin e XXIII[të] Ndërkombëtar të Gjeografëvë të mbajtur në Moskë më 1976 dominuan temat që kishin të bëjnë me *„gjeo-ekosistemet"*, *shfrytëzimit të truallit dhe ujërave.*

Në Kongresin jubilar — të dhjetin me rradhë, të mbajtur më 1977, me insistimin e të nënshkruarit qe vëçuar seksioni „D": „MJEDISI JETËSOR DHE GJEOGRAFIA" në të cilin qenë lexuar 16 referate midis të cilëve edhe ai i autorit të kësaj reference me titull: *„Gjeografët dhe studimi i rrethinës"* me ç'rast i njejti propozon (për gjuhën sërbokroate propozoi termin *„okolica"*, në vend të asaj që ishte në përdorim si në shqipe tani (A. J. i Nj.). Lidhur me çështjen e ndotjes: *të ajrit* (E. Dukagjini), *„Shfrytëzimit të ujit"* (R. Pllana) dhe *„Shfrytëzimit të sipërfaqeve të reja* (I. Ahmëtaj) — referuan edhe 3 kolegë të tjerë të Katedrës së gjeografisë nga Prishtina.

Kongresi i fundit ndërkombëtar — i XXX-ti, i mbajtur në Paris (më 1984) dhe regjionin Alpin të Evropës Qendrore ishte i tërë i kushtuar çështjeve rrethinore malore me theks të posaçëm për *ekologjinë alpine.* Për këtë qëllim u organizuan simpoziume dhe ekskurzioni në territorin e Alpeve. Me karakter të theksuar ekologjik ishte Komisioni Nr. 5: *„Gjeoekologjia malore"*. Ky ekskurzion u bë në Alpët Zvicerane dhe zgjati 8 ditë; Komisio Nr. 17 iu kushtue *„Karografisë dhe Rrethinës dinamike"* (u bë në Normandi dhe zgjati 4 ditë). Simpoziumi Nr. 21 iu kushtua *„Përfytyrimit të rrethinës"* (e organizoi UNESCO-ja (u organizua në qytetin e Parisit dhe zgjati 6 ditë).

Në Sesionin kryesor të Kongresit të XXV të mbajtur në Paris (prej 27 gjer 31 gusht të v. 1984) tema e dytë i kushtohej: „NJERIU SI AGJENT I EVOLUIMIT TË PRETHINËS FIZIKE" në të cilin e mbajtën 53 referate. Dominonin temat idhur me ndryshimet e trajtave të relievit nën ndikimin shkatërrues të njeriut përmes hapjes së tokabe të reja (trajtat totokësore me prejardhje antropogjenetike.

Tema e V[të] i qe kushtuar „PËRDORIMIT DHE KONSERVIMIT TE PYJEVE ndërsa „Tema e XII[të]" iu kushtue çështjeve „TË BURIMEVE NATYRORE — QEVERISJA DHE RREGULLIMI I TYRE".

PËRFUNDIM

Cështjet rrethinore kanë qenë dhe mbeten qendrore të interesit të kërkimeve gjeografike. Mirëpo lypset mjaft angazhim dhe dituri përkatëse si e degëvë fizike poashtu edhe atyre shoqërore që shkenca e ynë më me autoritet e kompetencë të rreket me këto. Është me rëndësi të veçantë në mënyrë imperative bashkëpunimi me shkencat fqinje të natyrës: ato biologjike e kimike si dhe ato sociale: sociologjia urbane r rurale.

Marrja aktivisht e gjeografëve me çështjtet rrethinore është e lidhur edhe me monitoringun e vijueshëm me anë të aparatures përkatëse të përcjelljes së burimeve të ndotësve në ajrin, ujin e të ngjashme.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (343 — 358)

REGIONALNE OSOBITOSTI POPULACIJSKE DINAMIKE JUGOZAPADNE SRBIJE U POSLIJERATNOM PERIODU

Safet Nurković

UVOD

Živimo u vrijeme dinamičnih ekonomsko-socijalnih transformacija u kojem prirodni prirast nije više osnovna komponenta kretanja broja stanovnika određenog prostora, već to sve više postaju unutrašnje migracije.[1] Značaj unutrašnjih migracija kao komponente kretanja broja stanovnika bit će veći što su takve migracije izraženije, a čija je razvijenost uslovljena snagom opšte društveno-ekonomske transformacije. Budući da je ovakva pojava prisutna i na prostoru Jugozapadne Srbije, mi ćemo u ovom radu izvršiti njenu analizu ukazati na njene uzroke i posljedice koje su vrlo složene i brojne. Znači, upoznat ćemo se najprije sa obilježjima globalne populacijske dinamike (posmatranu kroz kretanje stanovnštva u poslijeratnom periodu), potom sa komponentama populacijske dinamike ove specifične regionalno-geografske cjeline Središnjeg planinskog prostora Jugoslavije.[2]

Osnovno obilježje kretanja stanovništva Jugozapadne Srbije u poslijeratnom periodu (1948—1981) pokazuje karakteristike vrlo malog povećanj ukupnog broja (30,1%). To je relativno manje od porasta stanovništva SR Srbije van teritorija pokrajina (36,6%), što pokazuje dosta usporenu po-

[1] O značaju migracija kao komponente ukupnog kretanja stanovništva vidjeti šire: A. Wertheimer-Baletić, *demografija-stanovništvo i ekonomski razvitak*, Informator Zagreb, 1973, str. 123-130.

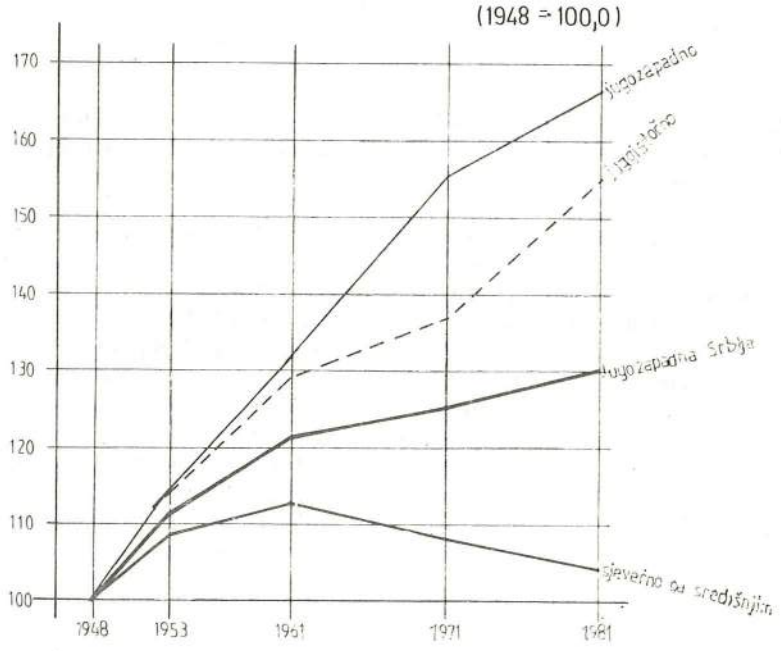
[2] Pod pojmom „Jugozapadna Srbija" ovdje podrazumijevamo onaj dio SR Srbije van teritorija pokrajina koji pripada Središnjem planinskom prostoru Jugoslavije izdvojen pod nazivom *Dinarski starovlaško-Raški prosotr.* O tome vidjeti: V. Rogić, *Regionalizacija središnjeg planinskog prostora Jugoslavije*, Zbornik IX Kongresa geografa Jugoslavije, Sarajevo, 1974, str. 409—416, zatim J. Đ. Marković, *Geografska oblasti SFR Jugoslavije*, Zavod za udžbenike i nastavna sredstva Srbije, Beograd, 1972, str. 438 i S. Nurković, *Prilog poznavanju regionalno-geografske izdvojenosti i interne strukture Sandžačko-Starovlaškog prostora*, Geografski glasnik 44, Geografsko društvo Hrvatske, Zagreb, 1982, str. 39-49. Posebno vidjeti: S. Nurković, *Osvrt na neke karakteristične osobine urbanizovanoti prostora jugozapadne Srbije*, Zbornik radova PMF-a VIII, Priština, 1982, str. 319—328.

pulacijsku dinamiku ove regionalno-geografske cjeline. Dok posljednju fazu populacijskog razvitka (1971—1981) ove regije karakteriše:

1. Veoma malo povećanje stanovništva (4,1%),
2. Relativno visok prirodni priraštaj (13,6%),
3. Negativni migracijski saldo (—9,5%),
4. Osjetno smanjenje stanovništva ruralnih naselja (—9,7%) i
5. Izrazito povećanje stanovništva gradova (49,3%).[3]

SL. 1

Kretanje stanovništva regionalnih područja Jugozapadne Srbije u periodu 1948 - 1981.



[3] Izvod iz: S. Nurković, *Osvrt na neke karakteristične osobine urbanizovanosti prostora jugozapadne Srbije*, Zbornik PMF-a VIII, Priština, 1982, str. 324.

Tabl. 1. KRETANJE STANOVNIŠTVA JUGOZAPADNE SRBIJE U POSLIJERATNOM PERIODU 1948–1981 PO REGIONALNIM PODRUČJIMA I OPŠTINAMA

REGIONALNA PODRUČJA	OPŠTINE	POVRŠINA U KM		STANOVNIŠTVO									
				1948.		1953.		1961.		1971.		1981.	
		apsolut.	% od ukup.	apsolut.	% od ukupn.	apsolut.	% od ukupn.	apsolut.	% od ukupn.	apsolut.	% od ukupn.	apsolut.	% od ukupn.
JUGOZAPADNO REGIONALNO PODRUČJE	Priboj	553	8,0	17.989	7,1	20.784	7,4	26.147	8,5	32.548	10,2	35.184	10,6
	Prijepolje	829	12,0	31.320	12,3	35.568	12,6	38.925	12,7	44.022	13,9	46.984	14.2
svega		1.382	20,0	49.309	19,4	56.352	20,0	65.072	21,2	76.570	24,1	82.168	24,8
JUGOISTOČNO REGIONALNO PODRUČJE	Novi Pazar	742	10,7	44.020	17,3	50.189	17,8	58.777	19,2	64.326	20,3	73.726	22,3
	Tutin	741	10,7	24.662	9,7	27.963	9,9	29.959	9,8	29.444	9,3	32.688	9,9
svega		1.483	21,5	68.682	27,0	78.152	27,7	88.736	29,0	93.770	29,5	106.414	32,2
SJEVERNO SA SREDIŠNJIM REGIONALNIM PODRUČJEM	Čajetina	647	9,4	20.366	8,0	21.529	7,6	20.716	6,8	19.224	6,1	16.999	5,2
	Ivanjica	1.090	15,8	37.891	14,9	40.258	14,3	40.526	13,2	39 233	12,4	37.632	11,4
	Raška	666	9,6	25.837	10,2	28.008	9,9	29.856	9,7	29.367	9,2	29.359	8,9
	Nova Varoš	579	8,4	20.170	7,9	21.848	7,7	24.770	8,1	22.740	7,2	22.489	6,8
	Sjenica	1.056	15,3	31.890	12,6	36.033	12,8	36.950	12,0	36.622	11,5	35.524	10,7
svega		4.038	58,5	36.054	53,6	147.676	52,3	152.818	49,8	147.186	46,4	142.003	43,0
JUGOZAPADNA SRBIJA UKUPNO		6.903	100,0	254.045	100,0	282.180	100,0	306.626	100,0	317.526	100,0	330.585	100,0

UČEŠĆE U UKUPNOM STANOVNIŠTVU			INDEKS PORASTA-PADA STANOVNIŠTVA					PROSJEČNE GODIŠNJE STOPE PORASTA-PADA STANOVNIŠTVA				
1948.	1981.	1948—1981. (porast-pad u %)	1948—1953.	1953—1961.	1961—1971.	1971—1981.	1948—1981.	1948—1953.	1953—1961.	1961—1971.	1971—1981.	1948—1981.
7,1	10,6	+ 3,5	115,5	125,8	124,5	108,1	195,6	3,10	3,23	2,45	0,81	2,90
12,3	14,2	+ 1,9	113,6	109,4	113,1	106,7	150,0	2,73	1,18	1,31	0,67	1,52
19,4	24,8	+ 5,5	114,3	115,5	117,7	107,3	166,6	2,86	1,94	1,77	0,73	2,02
17,3	22,3	+ 5,0	114,0	117,1	109,4	114,6	167,5	2,80	2,14	0,95	1,46	2,05
9,7	9,9	+ 0,2	113,4	107,1	98,3	111,0	132,5	2,68	0,84	−0,17	1,10	0,98
27,0	32,2	+ 5,2	113,8	113,5	105,7	113,5	154,9	2,76	1,69	0,57	1,35	1,66
8,0	5,2	− 2,8	106,2	96,2	92,8	88,4	83,9	1,24	−0,48	−0,72	−1,16	−0,49
14,9	11,4	− 3,5	106,2	100,7	96,6	95,9	99,3	1,24	0,09	−0,32	−0,41	−0,02
10,2	8,9	− 1,3	108,4	106,6	98,3	100,0	113,6	1,68	0,83	−0,17	−0,03	0,41
7,9	6,8	− 1,1	108,3	113,4	91,8	98,9	111,6	1,66	1,68	−0,82	−0,11	0,35
12,6	10,7	− 1,9	113,0	102,5	99,1	97,0	111,4	2,60	0,31	−0,09	−0,30	0,35
53,6	43,0	−10,6	108,5	103,5	96,3	96,5	104,4	1,70	0,44	−0,37	−0,35	0,13
100,0	100,0	—	111,1	108,7	103,6	104,1	130,1	2,22	1,09	0,36	0,41	0,91

Tabl. 2. REGIONALNA PODRUČJA JUGOZAPADNE SRBIJE PREMA TIPU POPULACIJSKE DINAMIKE U

PODRUČJA SPECIFIČNE POPULACIJSKE DINAMIKE	OPŠTINE	POVRŠINA U KM		POPISNO KRETANJE STANOVNIŠTVA					
				STANOVNIŠTVO					
				1971.		1981.		RAZLIKA 1971	
		apsolut.	% od uk	apsolut.	% od uk.	apsolut.	% od uk.	apsolut.	u %
JUGOZAPADNO EMIGRACIJSKO PODRUČJE	Priboj	553	8,0	32.548	10,2	35.184	10,6	2.636	8,1
	Prijepolje	829	12,0	44.022	13,9	46.984	14,2	2.962	6,7
svega		1.382	20,0	76.570	24,1	82.168	24,8	5.598	7,3
JUGOISTOČNO EMIGRACIJSKO PODRUČJE	Novi Pazar	742	10,7	64.326	20,2	73.726	22,3	9.400	14,6
	Tutin	741	10,7	29.444	9,3	32.688	9,9	3.244	11,0
svega		1.433	21,5	93.770	29,5	106.414	32,2	12.644	13,5
EMIGRACIONA PODRUČJA-UKUPNO		2.865	41,5	170.340	53,6	188.582	57,0	18.242	10,7
SJEVERNO I SREDIŠNJE DEPOPULACIJSKO PODRUČJE	Čajetina	647	9,4	19.224	6,1	16.999	5,1	−2.225	−11,6
	Ivanjica	1.90	15,8	39.233	12,4	37.632	11,4	−1.601	− 4,1
	Raška	666	9,6	29.367	9,2	29.359	8,9	− 8	− 0,03
	Nova Varoš	579	8,4	22.740	7,2	22.489	6,8	− 251	− 1,1
	Sjenica	1.056	15,3	36.622	11,5	35.524	10,7	−1.098	− 3,0
svega		4.038	58,5	147.186	46,4	142.003	43,0	−5.183	− 3,5
DEPOPULACIONA PODRUČJA-ukupno		4.038	58,5	147.186	46,4	142.003	43,0	−5.183	− 3,5
JUGOZAPADNA SRBIJA-SVEUKUPNO		6.903	100,0	317.526	100,0	330.585	100,0	13.059	4,1

PERIODU 1971—1981. GODINE

PRIRODNO KRETANJE		MIGRACIONI SALDO		TIP POPULACIJSKE DINAMIKE 1971—1981.	
PRIRODNI PRIRAST		apsolut.	stopa mig. salda 1981. prema br. stanovnika 1971.god.	Tip i oznaka populac. dinamike 1971—1981.	Komponente tipa populacijske dinamike 1971—1981.
apsolut.	u %				
4.097	12,6	— 1.461	— 4,5	E-emigracija	64,3% prirodnog prir. negativni migr. saldo
6.778	15,4	— 3.816	— 8,7	E-emigracija	43,7% prirodnog prir. negativni migr. saldo
10.875	14,2	— 5.277	— 6,9	E-emigracija	
11.541	17,9	—2.141	— 3,3	E-emigracija	81,4% prirodnog prir. negativni migr. saldo
7.476	25,4	— 4.232	—14,4	E-emigracija	43,4% prirodnog prir. negativni migr. saldo
19.017	20,3	— 6.373	— 6,8	E-emigracija	
29.892	17,5	—11.650	— 6,8	E-emigracija	61,0% prirodnog.prir. negativni migracioni s.
412	1,4	— 2.637	—13,7	ID-izrazita depopulacija	100% gubitak pr. prir. gubitak dijela st. iz 71
2.624	6,7	— 4.225	—10,8	D-depopulacija	100% gubitak pr. prir. gubitak dijela st. iz 71
1.868	6,4	— 1.876	— 6,4	D-depopulacija	100% gubitak pr. prir. gubitak dijela st. iz 71
2.026	8,9	— 2.277	—10,0	D-depopulacija	100% gubitsk pr. prir. gubitak dijela st. iz 71
6.366	17,4	— 7.464	—20,4	D-depopulacija	100% gubitak pr. prir. gubitak dijela st. iz 71
13.296	9,0	—18.479	—12,6	D-depopulacija	
13.296	9,0	—18.479	—12,6	D-depopulacija	100% gubitak pr. prir. gubitak dijela st. iz 71
43.188	13,6	—30.129	— 9,5	E-emigracija	30,2% prirodnog prir. negativni migr. saldo

Međutim, iza ovih opštih podataka kroju se komponente različite populacijske dinamike (regionalne i mikroregionalne), o čemu ćemo detaljnije u drugom dijelu ovog rada. Prije toga, potrebno je da se sada, ukratko, upoznamo sa osnovama globalne populacijske dinamike ovog područja u poslijeratnom periodu koju karakteriše postojanje izrazitih regionalnih razlika. U tom pogledu se diferenciraju tri karakteristična područja različite populacijske dinamike i to su:

1) JUGOZAPADNO REGIONALNO PODRUČJE kome pripadaju opštine Priboj i Prijepolje,
2) JUGOISTOČNO REGIONALNO PODRUČJE kome pripadaju opštine Tutin i Novi Pazar i
3) SJEVERNO SA SREDIŠNJIM REGIONALNIM PODRUČJEM kome pripadaju opštine Čajetina, Ivanjica, Nova Varoš, Sjenica i Raška.

REGIONALNE RAZLIKE U DINAMICI KRETANJA STA-STANOVNIŠTVA JUGOZAPADNE SRBIJE U POSLIJERATNOM PERIODU (1948—1981)

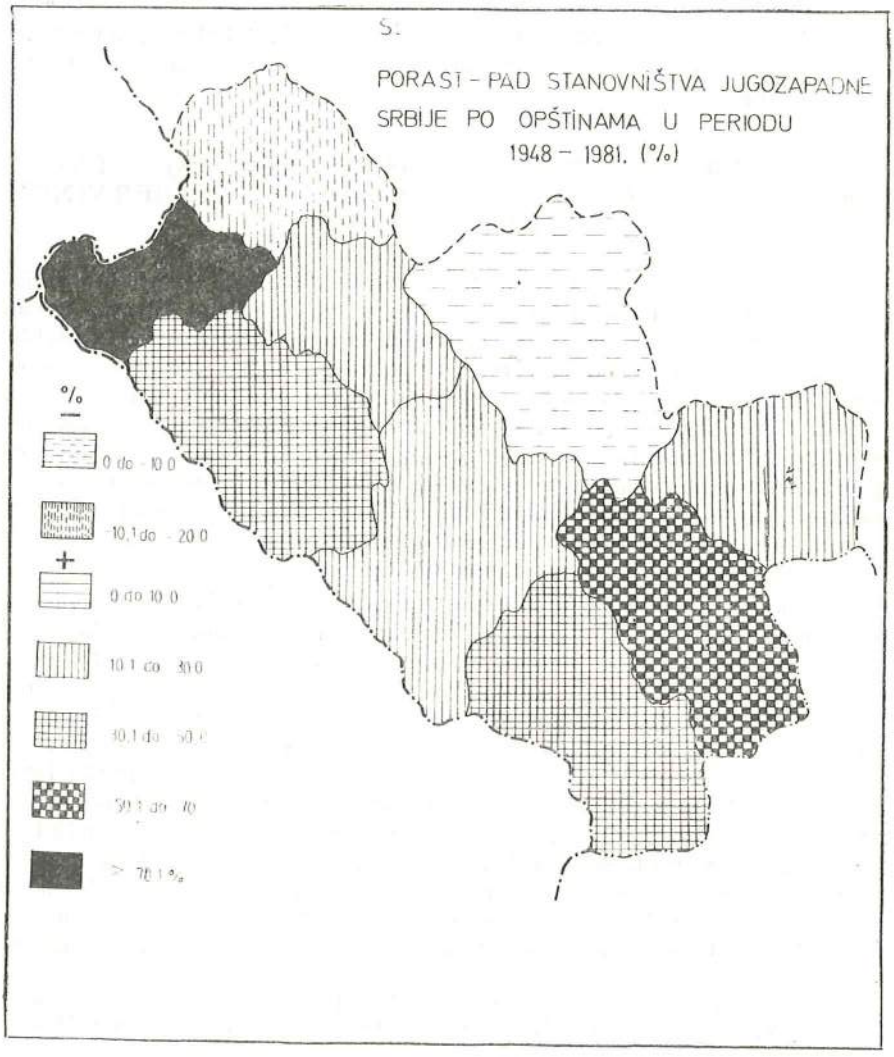
Posmatrajući populacijski razvitak Jugozapadne Srbije u cijelom poslijeratnom razdoblju (1948—1981) evidentno je veoma slabo konstantno ali stopom različito povećanje broja stanovnika. Broj stanovnika u 1981. godine uvećan je nešto manje od 1/3 (30,1%) u odnosu na prvi poslijeratni popis (1948). To odgovara, linearno uzevši, prosječnoj godišnjoj stopi rasta od 0,91%. Uporedimo li kretanje stanovništva ovog područja sa kretanje stanovništva SR Srbije van teritorija pokrajina (36,6%) kojoj ova regionalno-geografska cjelina pripada i prosjekom za SFRJ (40,6%), uočit ćemo značajne razlike. Tako se kod Jugozapadne Srbije uočava nešto usporenija populacijsk dinamika u odnosu na upoređivana područja, te u tom smislu, ona povećanjem stanovništva od 30,1% pripada tipu niskog porasta stanovništva.[4]

Uzmemo li, pak u obzir kretanje stanovništva u kraćim međupopisnim intervalima poslijeratnog razdoblja, zapažamo još značajnije razlike. Broj stanovnika Jugozapadne Srbije u petogodišnjem periodu (1948—1953) uvećan je za 28.135 novih stanovnika ili 11,1%, što odgovara prosječnoj godišnjoj stopi od 2,22%. U upoređenju sa SR Srbijom van teritorija pokrajina (8,1%) i jugoslovenskim prosjekom (7,2%), to je nešto viši relativni porast stanovništva. U nardenom međupopisnom intervalu (1953—1961) broj stanovnika je uvećan za 8,7%, što je u upoređenju sa SR Srbijom van teritorija pokrajina (7,9%) nešto viši, a u odnosu na prosjek za SFRJ (9,1%) nešto niži porast broja stanovnika. Međutim, kako vidimo, došlo je do opadanja prosječne godišnje stope rasta stanovništva Jugozapadne Srbije u ovom periodu (sa 2,22% u periodu 1948—1953 na 1,1% u periodu 1953—1961). U slijedećem međupopisnom periodu (1961—1971) razlike

[4] O tipovima porasta stanovništva SFRJ vidjeti: D. Breznik, *Razvitak stanovništva Jugoslavije u posleratnom periodu*, Stanovništvo 3—4 i 1—2,I DN, CDI, Beograd, 1973/1974, str. 11—58.

su izrazitije. Naime, u ovom periodu došlo je do najizražitijeg opadanja prosječne godišnje stope rasta stanovništva koja je iznosila 0,36%, a koja je u odnosu na istu za SR Srbiju van teritorija pokrajina (0,84%) i SFRJ (1,02%) znatno niža. U posljednjem međupopisnom intervalu (1971—1981) također je, prosječna godišnja stopa porasta stanovništva znatno niža u odnosu na upoređivane (kod SR Srbije van teritorija pokrajina 0,81%, a kod SFRJ 0,90%), a iznosila je 0,41%.

Razlike su još izrazitije ukoliko posmatramo dinamiku kretanja stanovništva po regionalnim područjima i opštinama ove izrazite regionalno-geografske cjeline.



Razlike u porastu stanovništva regionalnih područja su vrlo izrazite. One su osobito istaknute uzimajući u obzir posljednja dva međupopisna intervala 1961—1971 i 1971—1981. Jugozapadno regionalno područje imalo je u cijelom poslijeratnom razdoblju najveće povećanje broja stanovnika (66 6%) u odnosu na jugoistočno (54 9%) i sjeverno sa središnjim regionalnim područjem (4 4%). Od prezentovana tri regionalna područja samo je sjeverno sa središnjim regionalnim područjem imalo u dva zadnja međupopisna intervala smanjenje broja stanovnika (u periodu 1961——1971 za —3 7% a u periodu 1971—1981 za —3,5% stanovništva).

Posmatrano po opštinama razlike su još izrazitije. U proteklom poslijeratnom razdoblju (1948—1981) u dvije opštine Jugozapadne Srbije broj stanovnika je smajen (Ivanjica i Čajetina) tri opštine imale su veoma mali porast stanovništva koji je znatno ispod republičkog prosjeka (Raška, Nova Varoš i Sjenica) Jedna je imala povećanje nešto manje od prosjeka za SR Srbiju van teritorija pokrajina (Tutin) a tri su imale više ili znatno više povećanje od prisjeka za SR Srbiju van peritorija pokrajina (Priboj, Prijepolje i Novi Pazar).

Kretanje broja stanovnika u opštinama Jugozapadne Srbije u posljednjem međupopisnom periodu (1971—1981) pruža znatno temeljniju sliku za objašnjenje njihovog stanja i ocjenu tendencija diferenciranog razvoja stanovništva. U ovom periodu najjasnije se izdiferencirala prostorna slika tendencija kretanja broja stanovnika kao funkcija nejednakog društveno-ekonomskog razvitka i procesa u tim opštinama. U naznačenom periodu najdinamičniji porast broja stanovnika imale su opštine Novi Pazar i Tutin, opštine Priboj i Prijepolje imale su manji porast stanovništva, a pet opština, od ukupno devet, imale su smanjenje broja stanovnika (najznačajnije kod Čajetine —11,6%).

Vidimo da veći dio prostora Jugozapadne Srbije (58,5%) gubi manji ili veći dio svog stanovništva, zato i određivanje intenziteta promjena populacijske dinamike u najnovije vrijeme u Jugozapadnoj Srbiji zaslužuje osobitu pažnju i kao takvo je predmet našeg naredno izlaganja.

REGIONALNE OSOBITOSTI I TIPOVI POPULACIJSKE DINAMIKE JUGOZAPADNE SRBIJE (1971—1981)

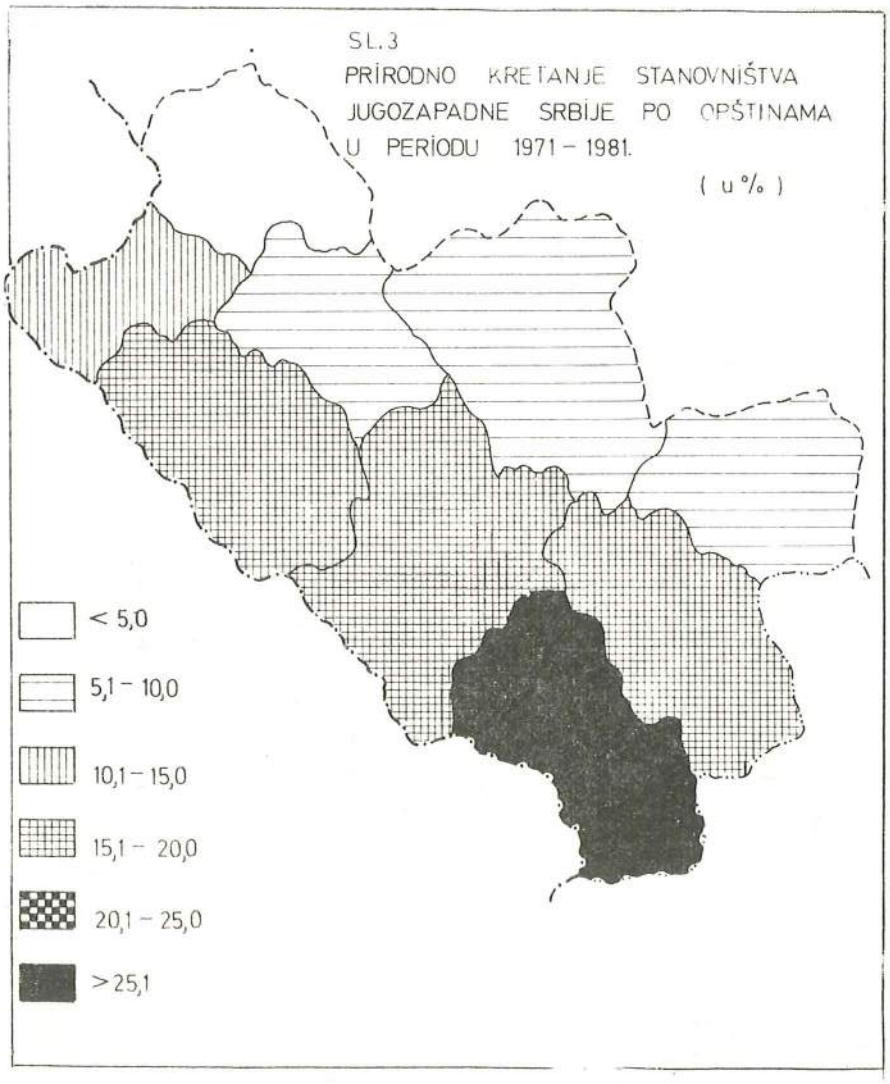
U periodu 1971—1981. godine Jugozapadna Srbija je izgubila oko 30.129 stanovnika, što iznosi više od 2/3 (69,8%) njezinog prirodnog priraštaja u navedenom periodu ili 9,7% stanovništva prema popisu iz 1971. godine.

Analiza prirodnog i popisom ustanovljenog kretanja stanovništva u opštinama Jugozapadne Srbije pruža znatno temeljniju sliku i teorijsku mogućnost određivanja tipova populacijske dinamike. Budući da se radi o relativno manjem prostoru (6.309 km²) upotrebljena je u te svrhe tipo-

PODRUČJA SPECIFIČNE POPULACIJSKE DINAMIKE	OPŠTINE	POVRŠINA U km²		POPISNO KRETANJE STANOV-			
				1971.		1981.	
		apsolut.	% od uk.	apsolut.	% od ukup.	apsolut.	% od ukup.
JUGOZAPADNO EMIGRACIJSKO	Priboj	553	8,0	32.548	10,2	35.184	10,6
	Prijepolje	829	12,0	44.022	13,9	46.984	14,2
svega		1.382	20,0	76.570	24,1	82.168	24,8
JUGOISTOČNO EMIGRACIJSKO PODRUČJE	Novi Pazar	742	10,7	64.326	20,2	73.726	22,3
	Tutin	741	10,7	29.444	9,3	32.688	9,9
svega		1.433	21,5	93.770	29,5	106.414	32,2
EMIGRACIONA PODRUČJA—UKUPNO		2.865	41,5	170.340	53,6	188.582	57,0
SJEVERNO I SREDIŠNJE DEPOLACIJSKO PODRUČJE	Čajetina	647	9,4	19.224	6,1	16.999	5,1
	Ivanjica	1.090	15,8	39.233	12,4	37.632	11,4
	Raška	666	9,6	29.367	9,2	29.359	8,9
	Nova Varoš	579	8,4	22.740	7,2	22.489	6,8
	Sjenica	1.056	15,3	36.622	11,5	35.524	10,7
svega		4.038	58,5	147.186	46,4	142.003	43,0
DEPOPULACIONA PODRUČJA—UKUPNO		4.038	58,5	147.186	46,4	142.003	43,0
JUGOZAPADNA SRBIJA—SVEUKUPNO		6.903	100,0	317.526	100,0	330.585	100,0

STANOVNIŠTVA		PR. KRETANJE		MIG. SALDO		TIP POPULACIJSKE DINAMIKE 1971—1981.	
N I Š T V O		PRIRODNI PRI.		apsolut.	stopa mig. prema br. stanovnika 1971. god.	Tip i oznake populac. dinamike 1971—1981.	Komponente tipa populacijske dinamike 1971—1981.
RAZLIKA1971—1981							
apsolut.	u %	apsolut.	u %				
2.636	8,1	4.097	12,6	— 1.461	— 4,5	E-emigracija	64,3% prirodnog prir. negativni migr. saldo
2.962	6,7	6.778	15,4	— 3.816	— 8,7	E-emigracija	43,7% prirodnog prir. negativni migr.saldo
5.598	7,3	10.875	14,2	— 5.277	— 6,9	E-emigracija	
9.400	14,6	11.541	17,9	— 2.141	— 3,3	E-emigracija	81,4% prirodnog prir. negativni migr. saldo
3.244	11,0	7.476	25,4	— 4.232	—14,4	E-emigracija	43,4% prirodnog prir. megativni migr. saldo
12.644	13,5	19.017	20,3	— 6.373	— 6,8	E-emigracija	
18.242	10,7	29.892	17,5	—11.650	— 6,8	E-emigracija	negativni migracioni saldo
—2.225	11,6	412	1,4	— 2.637	—13,7	ID—izrazita depopulacija	100% gubitak pr. prir. gubitak dijela st. iz 71
—1.601	— 4,1	2.624	6,7	— 4.225	—10,8	D-depopulacija	100% gubitak pr. prir.
— 8	— 0,03	1.868	6,4	— 1.876	— 6,4	D-depopulacija	100% gubitak pr. prir.
— 51	— 1,1	2.026	8,9	— 2.277	—10,4	D-depopulacija	100% gubitak pr. pri. gubitak dijela st. iz 71
—1.098	— 3,0	6.366	17,4	— 7.464	—20,4	D-depopulacija	100% gubitak pr. prir. gubitak dijela st. iz 71
—5.183	— 3,5	13.296	0,0	— 18.479	—12,6	D-depopulacija	
—5.183	— 3,5	13.296	9,0	—18.479	—12,6	D-depopulacija	100% gubitak pr. prir gubitak dijela st. iz 71
13.059	4,1	43.188	13,6	—30.129	— 9,5	E-emigracija	30,2% prirodnog prir. negativni migr. saldo

logija M. Friganovića,[5] mada postoje i drugi primjeri tipološkog određenja populacijske dinamike.[6]



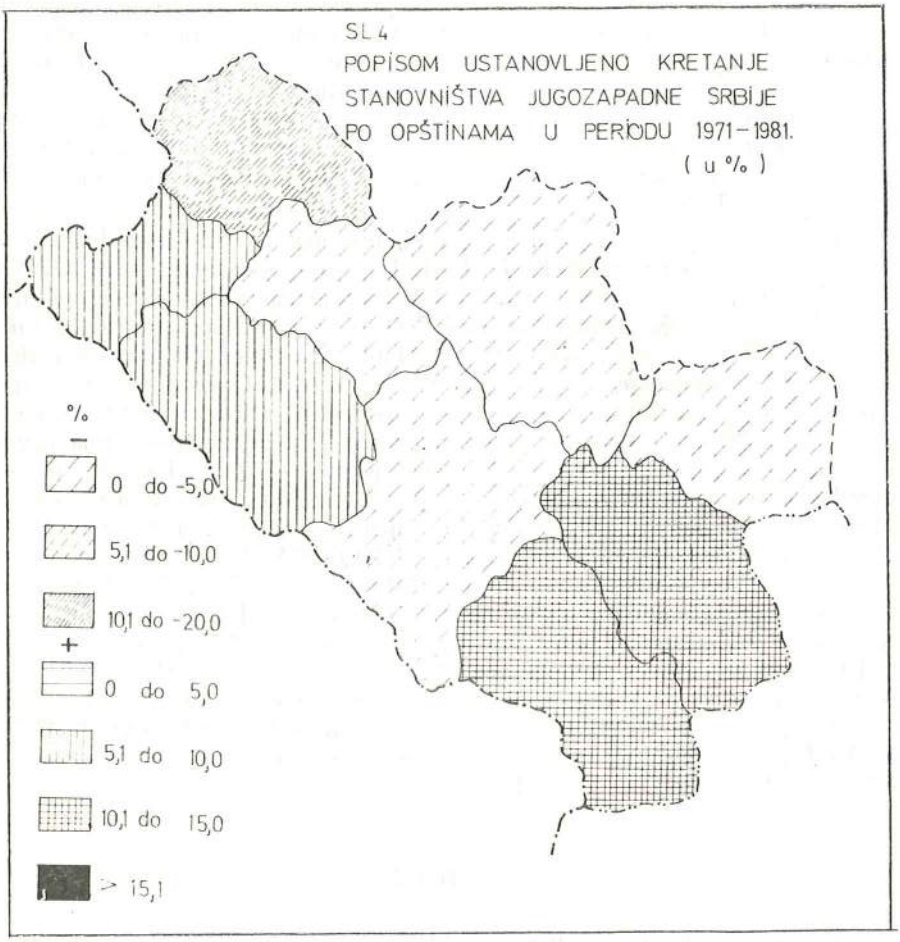
[5] Pomenuta tipologija prezentovana je u radu: M. Friganović, *Tipovi kretanja stanovništva i eksodusna područja SR Hrvatske* 1961–1971, Stanovništvo 3–4 i 1–2, IDN, CDI, Beograd, 1972/1973, str. 178–186.

[6] Navodimo samo neke primjere tipologije populacijske dinamike: I. Crkvenčić, *Tipovi kretanja broja stanovnika SR Hrvatske* 1953–1961, Radovi Geografskog instituta u Zagrebu, Sv. 7, Zagreb, 1969, str. 12–24 i R. Petrović, *Kretanje stanovništva po opštinama u SR Srbiji* 1961–1971, Stanovništvo 3–4 i 1–2, IDN, CDI, Beograd, 1973/1974, str. 171–188.

Iz teorijski izdvojenih osam tipova opšteg kretanja stanovništva — četiri eksodusna i četiri imigracijska[7] u Jugozapadnoj Srbiii je u razdoblju 1971—1981. godine ustanovljeno samo tri tipa i to sva tri eksodusna i to:

— EMIGRACIJA E,
— DEPOPULACIJA D i
— IZRAZITA DEPOPULACIJA ID.

Dok, činjenica da ni jedan od četiri imigracijska tipa na ovom prostoru nijesu utvrđena, ukazuje na dosta slabu populacijsku dinamiku (u osnovi to je negativna populacijska dinamika). Posmatrano uopšteno, Jugozapadna



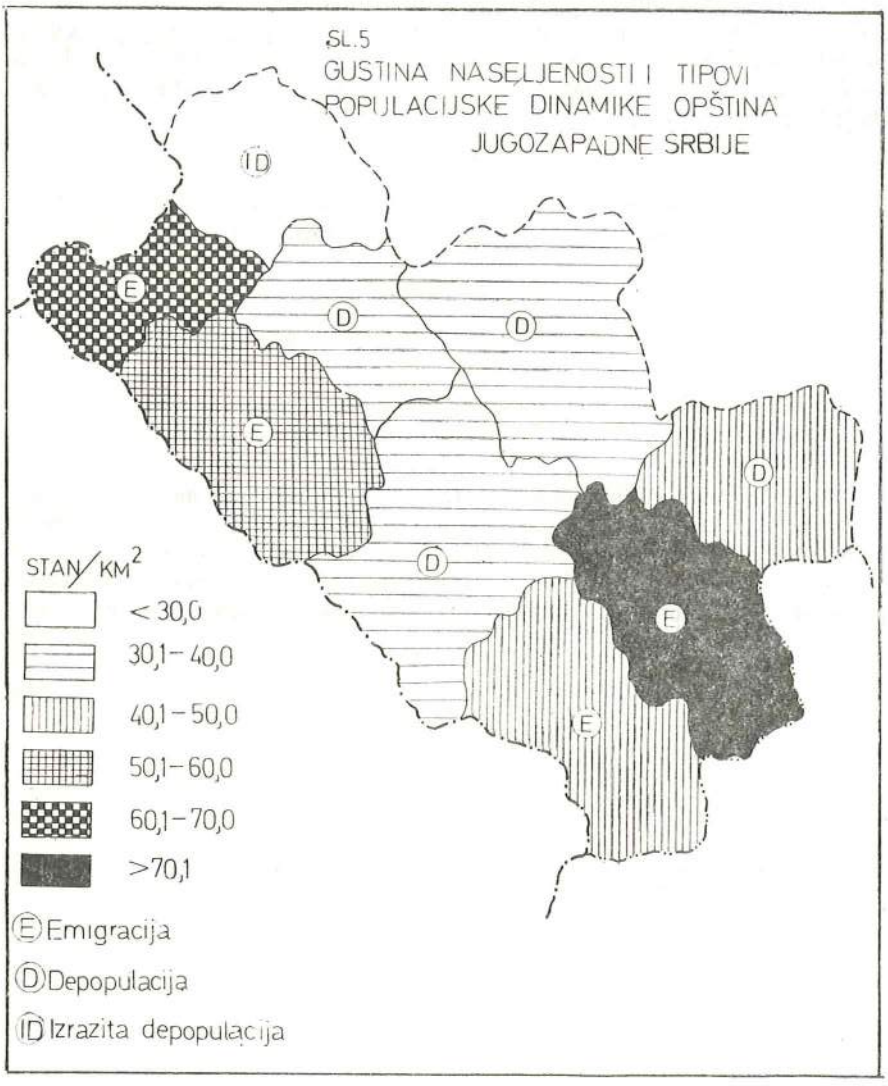
[7] M. Friganović izdvaja četiri eksodusna (emigracija, depopulacija, izrazita depopulacija i izumiranje) i četiri imigracijska tipa (ekspanzija imigracijom, regeneracija imigracijom, slaba regeneracija imigracijom i vrlo slaba regeneracija imigracijom). Vidjeti: M. Friganović, *Tipovi kretanja stanovništva i eksodusna ... Op. coit.*, str. 178—179

Srbija u cjelini predstavlja eksodusno područje jer su eksodusem bile zahvaćene sve opštine (ima ih devet). Intenzitet eksodusa i njegov opšti trend 1971—1981 upućuje na zaključak da postoje veoma značajne prostorne razlike. Tako, u okviru Jugozapadne Srbije izdvajamo dva specifična emigracijska i jedno depopulacijsko područje. Prostori obične emigracije ili početnog stadijuma eksodusa zahvatali su 1981. godine četiri opštine (Priboj i Prijepolje koje pripadaju jugozapadnom emigracijskom području, i Novi Pazar i Tutin koje pripadaju jugoistočnom emigracijskom području), što čini 41,5% površine i 57,0% stanovništva Jugozapadne Srbije. Inače, stanovništvo emigracijskih područja povećalo se u intervalu 1971—1981 za 10,7% zahvaljujući relativno visokom prirodnom priraštaju (17,5%) uz migracijsku bilancu od —6,8%. Istovremeno, depopulacijom različita intenziteta je zahvaćeno pet opština (Čajetina, Ivanjica, Nova Varoš, Sjenica i Raška), što čini 58,5% površine i 43,0% stanovništva Jugozapadne Srbije, a što sve skupa ukazuje na poodmakli stadijum eksodusa ovog prostora. Broj stanovnika depopulacionog područja smanjen je za cjelokupni prirodni priraštaj (9,0%) i 3,5% stanovništva iz 1971. godine uz izrazitu negativnu migracijsku bilancu od —12,6%.

Posmatrano po opštinama regionalno je nejednaka populacijska dinamika. U međupopisnom intervalu 1971—1981, kako smo već istakli, EMIGRACIJOM RAZLIČITA INTENZITETA bilo je zahvaćeno četiri opštine (Novi Pazar, Priboj, Tutin i Prijepolje). Gubitak prirodnog prirasta kretao se od 18,6% u opštini Novi Pazar do 56,6% u opštini Tutin. Ove četiri opštine su, istovremeno, imale najpovoljnije kretanje prirodnog priraštaja i to od 12,6% u opštini Priboj do 25,4% u opstini Tutin. Pored toga, kod emigracijskih opština stopa migracijskog salda je bila izrazito manja nego kod depopulacionih (—6,8% kod emigracijskih i —12,6% kod depopulacionih). U istom periodu, najmanju stopu migracijskog salda bilježimo kod Novog Pazara —3,3%, a najveću kod Sjenice —20,4%. Takođe je DEPOPULACIJOM RAZLIČITA INTENZITETA bilo zahvaćeno pet opština (Sjenica, Nova Varoš, Ivanjica, Raška i Čajetina). Pored gubitka ionako malog prirodnog prirašta, koji se je kretao od 1,4% u opštini Čajetina do 8,9% u opštini Nova Varoš, sve one su izgubile i dio stanovništva iz 1971. godine. (Proces depopulacije je u početnoj fazu kod Raške (—0,03%), Nove Varoši (—1,1%), dok je poodmakao kod Sjenice (—3,0%) i Ivanjice (—4,1%). Opština Čajetina nalazi se u FAZI VRLO IZRAZITE DEPOPULACIJE (gubitak cjelokupnog prirodnog priraštaja i dijela stanovništva iz 1971. godine i to 11,6%).

ZAKLJUČAK

Vidimo, dakle, da je populacijsko-geografska polarizacija nesumljivo direktna funkcija društveno-ekonomskih procesa što su posljednje desetljeće zahvatili Jugozapadnu Srbiju jače nego ikad ranije, kao više ili manje i ostale dijelove naše zemlje. Ako je populacijska dinamika svojevrstan reflektor ekonomskog stanja i procesa, onda možemo iz izoženog zaključti o teško-



ćama u opštem razvitku ovog dijela SR Srbije. Teškoće nijesu toliko u populacijskom pražnjenju koliko u njegovom intenzitetu i teritorijalnom obuhvatu. Nažalost, jačina eksodusa stavlja u pitanje i napore što ih društvo ulaže u izgradnji infrastrukturnih objekata, institucija i proizvodnjih kapaciteta u tim krajevima.

No, treba voditi posebnu brigu da se spomenuti proces prekine (osobito proces depopulacije), jer ako bi se nastavio razmjerno istim intenzitetom i uz postepeno smanjenje prirodnog priraštaja, koje je u zadnjem desetljeću

evidentno, u pomenutim opštinama (naročito Ivanjica, Sjenica i Čajetina), koje imaju karakter depopulacije, došlo bi do skoro potpunog populacijskog praznjenja već pred kraj slijedećeg vijeka, a možda i prije?! Ovo pri sadašnjoj visokoj stopi smanjenja stanovništva i vrlo malom prirodnom priraštaju (koji je i dalje u padu).

REGIONAL POPULATION FEATURES AND DINAMICS IN THE SHOUTH-WESTERN SERBIA SINCE THE SECOND WORLD WAR

Safet Nurković

Summary

It is evident, that the geographical polarization of population is a direct function os socio-economic processes that are present in South-Western part of Serbia, since the Second World War.

If the population dinamics are a reflection of economic situation and processes, in that case there can be seen differencies in general development of this part of SW Serbia. The dificulties are not great in emigration of population in comparation with the intensity of regional area. Regretly, the flow of egzodus puts a quation mark in policies of development of infrastructural objexts, institutions and production capasities in that region.

Bul. i pun. shkenc. i FSHN — Prishtinë
Zbornik radova PMF — Priština
IX, (1983—1986), (359 — 369)

TRENDOVI U AGRARU SAP KOSOVA

Asllan Pushka

Za veći broj parametara između Kosova i cele zemlje postoje sličnosti u kretanju parametara, mada njihove vrednosti se prilično razlikuju. Tako, za čitavo posleratno razdoblje došlo je do smanjenja udela poljoprivrednog stanovništva u svim republikama i pokrajinama. Smanjivanje poljoprivrednog stanovništva u Jugoslaviji od 66,9% 1948 godine na 20% 1981 godine (absolutno smanjenje od oko 8 mil. lica), svrstava našu zemlju u red zemalja sa najburnim ruralnim eksodusom koga bilježi ekonomska povijest.[1] Našoj zemlji je trebalo svega 40 godina (1941—81) da smanji udeo poljoprivrednog stanovništva od 74 na 20%, manje nego SAD (90 godina), Švedska (110 god.), ili Japan (83 godina).

Dok je na nivou zemlje došlo do relativnog i absolutnog smanjenja poljoprivrednog stanovništva, dotle na Kosovu poljoprivredno stanovništvo smanjeno je do 1971 godine samo relativno, a ne i absolutno.

Tabela br. 1 Kretanje broja i udela poljoprivrednog stanovništva u Jugoslaviji i SAP Kosovo (u hilj.)

Godine	SFRJ		Kosovo		Aktivno poljoprivredno stanovništ.			
					SFRJ		Kosovo	
	Broj	%	Broj	%	Broj	%	Broj	%
1948	10606	66,9	581	79,8	5627	72,7	—	—
1953	10316	60,7	591	72,3	5360	68,3	—	—
1961	9198	49,6	618	64,1	4692	56,3	236	38,2
1971	7844[1]	38,2	640	51,5	4208	47,3	183	28,6
1981	4277[2]	19,9	380[2]	24,0	2488	25,2	82	21,6

1. Sa licima na radu u inozemstvu, 2. Bez lica na radu u inozemstvu.

[1] Vladimir Stipetić: *Četerdeset godina poljoprivredne proizvodnje u socijalističkoj Jugoslaviji* (1945—1984), Ekonomika poljoprivrede, br. 11—12 (1984 godine, str. 726/727).

Od 1948 do 1971 godine na Kosovu poljoprivredno stanovništvo je poraslo za 59.629 lica. Od 1949 do1960 godine ukupan prirodni priraštaj u individualnim gazdinstvima na Kosovu iznosio je 160 hiljada lica (u SFRJ 2052 hilj.) a broj migranata 78 hilj. (u SFRJ 2167 hilj.), tako da je u individualnim gazdinstvima ostalo 82 hilj. stanovnika (u SFRJ manjak od 115 hilj. lica)[2]

Za period 1960—70 ukupan prirodni priraštaj u individualnim gazdinstvima Kosova iznosio 240 hilj. (u SFRJ 1703 hilj.), a broj migranata 101 hilj. (u SFRJ 2257 hilj.) tj. u tim gazdinstvima Kosova ostalo 139 hilj. lica, a na nivou zemlje zabeležen negativan saldo od 554 hilj. lica.

Popisom stanovništva od 1981. godine u SAP Kosovo zabeležen je absolutno smanjenje poljoprivrednog stanovništva za 260605 lica (od 640629 lica 1971. god. na 380024 lica 1981. god.), što je uticalo i na relativno smanjenje poljoprivrednog stanovništva na svega 24%. Ovako drastično smanjenje poljoprivrednog stanovništva na Kosovu rezultat je kako promene metodologije popisa[3] stanovništva, tako i društveno-ekonomskog razvoja ove pokrajine.

Ako bi se stanovništvo popisivalo po istoj metodologiji kao 1971. godine, onda bi 1981. godine trebalo biti 658500 poljoprivrednih stanovnika (ili 43,7%).

Praćenjem pojedinih kategorija poljoprivrednih i obradivih površina od 1955 do 1983 godine utvrđeni su sledeći trendovi:

— Poljoprivredne površine stalno su povećane do 1980 godine za 6,1% a potom su počele da se smanje.

— Obradive površine su takode povećane od 1955 do 1980 godine za 22,8% a zatim su se vrlo malo smanjile. Udeo obradivih površina kretalo se između 58,8% (1955 god.) i 68,4% (1983 god.).

— Površine pod njivama i baštama povećane su do 1970 godine za 8,1%, a zatim su se smanjile za 2,4%. Učešće njiva i bašta kretalo se između 86,8% do 74,7%, sa tendencijom opadanja.

— Površine pod voćnjacima su povećane za celi period za 96,4%, a vinogradi za 152%. Učešće površina pod voćnjacima u odnosu na obradive površine poraslo od 1,9% 1955 godine na 3,0% 1983 godine, a vinograda od 1,2% na 2,5%.

— Površine pod livadama su se povećale za 15,5% od 1966 godine, kao i njihovo učešće od 17,7% na 19,8%.

— Što se površina pod pašnjacima tiče, one su se smanjile počev od 1970 godine za 4,5%, bilo na račun livada ili drugih kategorija obradivih površina.

---

[2] Petar Marković: *Uticaj migracija selo-grad na razvoj tržišta*, Ekonomika poljoprivrede br. 9, 10 i 11/1983, str. 656.

[3] Prema popisu od 1981 godine, poljoprivredno stanovništvo je klasificirano po kriterijumu vršenja aktivne profesije u poljoprivredi i lica koja zavise od njih, a ne prema delatnosti kao ranijih popisa. Godine 1981 godine popisom nije obuhvaćeno ni poljoprivredno stanovništvo u inostranstvu. Metodom trenda utvrđen je absolutan (658500 lica) i relativan broj poljoprivrednog stanovništva. $Yt = 576{,}9 + 20{,}4\ X$, odnosno $Yt = 80{,}82 + (-9{,}28)X$.

— Površine pod žitaricama porasle su od 1955 do 1966 godine, da bi se nakon toga smanjile. Udeo površina pod žitaricama u odnosu na zasejane površine kretao se između 92,9% 1955 god. i 77,5% 1983 g., što ukazuje na pozitivan proces, ali koji je još daleko od željenog nivoa.

— Površine pod industrijskim kulturama zabeležile su cikličan porast i pad u zavisnosti od kretanja otkupnih cena, cena gotovih proizvoda i pariteta prema pšenici i drugim glavnim poljoprivrednim artiklima široke potrošnje. Od početka uzgoja do 1964 odnosno 1966 godine površine pod ovim kulturama su se veoma brzo povećale da bi se zatim smanjile do 1970 godine i ponovo povećale od 1975 do 1980 godine, nakon koje godine površine pod ovim kulturama su se smanjile. Učešće industrijskih kultura u odnosu na zasejane površine kretalo se između 2,0% 1955 godine do 5,1% 1966 godine. Udeo industrijskih kultura na Kosovo moglo bi se povećati između 5 i 10%. U tom slučaju mogle bi se podmiriti potrebe fabrika (za preradu) sopstvenim sirovinama.

— Površine pod povrtarskim kulturama porasle od 1955 do 1983 godine za 188,6%, a njihovo učešće poraslo je od 2,9 na 7,2%. Površine pod ovim biljem povećalo se najbrže između 1955 i 1966 godine (za 113,9%), a od te godine do 1983 godine za 34,9%. Na povećanje površina pod ovim kulturama uticalo je porast gradskog stanovništva, razvoj prehrambene industrije, promene u načinu ishrane, porast životnog standarda, porast agrarne gustoće i stepen mehanizacije.

— Takođe, površine pod krmnim biljem su povećane za 5,9 puta, a njihovo učešće od 2,2 na 11,4%. Povećanje ovih površina služi kao kompenzacija za smanjenje površina pod pašnjacima, kao i za pojačanje stočne krmne baze za intenzivno stajsko stočarstvo koja je sve više prisutna pogotovo u društvenom sektoru.

— Kretanje ugara nije stalna pojava, već se menja od godine do godine u zavisnosti od vremenskih prilika u prolećnoj setvi. Međutim, ima i pojave socijalnog ugara u brdsko-planinskim područjima Kosova gde je došlo do procesa deruralizacije i deagrarizacije.

— Od 1955 do 1980 godine površine pod ekstraktivnim kulturama absolutno su se povećale za 4%, a relativno su se smanjile od 42,5 na 41,2%. Kod intenzivnih kultura došlo je do absolutnog i relativnog povećanja površina od 45,4% na 46,9%.

— Relativno najveće povećanje površina pokazale su strukturotvorne (krmne) kulture, od 2,0 na 8,4%, odnosno njihove površine porasle su za 4,4 puta.

KRETANJE POVRŠINA, PROIZVODNJE I PRINOSA KOD NAJVAŽNIJIH KULTURA NA KOSOVU

Kod pšenice, koja u strukturi svih kultura zauzima 30—35% površina zabeležen je trend porasta kako površina tako i proizvodnje do 70-tih godina, da bi se potom smanjile i površine i proizvodnja, osim prinosa koji beleže

stalan blagi porast. Najmanji prinos pšenice zabilježen je 1955 godine 8,0 kv/ha, a najveći 1984 godine 27,2 kv/ha. Prosečan prinos za period od 1950 do 1984 godine iznosi 18,4 kv/ha. Dok je prosek prinosa 50-tih godina bio skoro isti (12 kv/ha), kako u zemlji tako i na Kosovu, krajem posmatranog perioda (1982 god.) prosečan prinos u zemlji je za 40% veći nego na Kosovu (33,5:23,9 kv u hektar). Proizvodnja pšenice za posmatrani period u Pokrajini kretala se između 46.930 tona (1956 godine) i 278.350 tona (1976 god.) ili prosečno 175.728 tona.

Situaciju kod proizvodnje pšenice najbolje prikazuju podaci o proizvodnji po glavi stanovnika. Ona se kretala od 89 kg/st 55-tih godina do 196 kg 70-tih godina. To je povećanje od 2,2 puta. Međutim, od 70-tih godina do 1983 godine ta je proizvodnja smanjena na 135 kg po stanovniku ili za 31%. Utvrđena visoka korelacija između površina i proizvodnje (0,730) pokazuje da kretanje površina pod ovom kulturom u mnogome utiče na proizvodnju pšenice na Kosovu. Takođe između prinosa i proizvodnje pšenice na Kosovu utvrđena je vrlo visoka pozitivna korelacija (0,948).

Površine pod pšenicom se svuda osim u Sev. Americi i SSSR-u smanjuju. U Jugoslaviji je smanjenje površina pod pšenicom najveće, što je i razumljivo imajući u vidu svojinsku strukturu poljoprivrede, socijalno-ekonomsku strukturu sela idr. Kod velikih zemalja prepliću se ekonomski i strategijski interesi.[4]

Naša zemlja zaostaje u proizvodnji pšenice u odnosu na kapitalističke i socijalističke zemlje kao rezultat smanjenja površina i neadekvatne intenzifikacije proizvodnje na smanjenim površinama.[5] Naime, rezultati proizvodnje pšenice pokazuju da ova kultura može biti intenzivna na velikim površinama, odnosno parcelama od preko 5000 ha,[6] gde se 1 tona pšenice može proizvesti za 35 minuta.

Na porodičnim ekonomijama Evrope 1 tona pšenice proizvede se za oko 2600 minuta (43,3 sati), a na našim društvenim imanjima za oko 1900 minuta (32 sata). Proizvodnja pšenice može se stabilizirati uglavnom u krupnoj proizvodnji i postavljanjem pravilnih i stabilnih odnosa u biljnoj i stočarskoj proizvodnji. žita treba proizvesti i u manjim gazdinstvima koja bi mogla služiti zadovoljenju potreba stanovništva sela i za stoku.[7]

Proizvodnja žita po stanovniku kreće se u nekim zemljama Evrope i SAD sa Kanadom od 117 kg u Holandiji do 1817 kg u Kanadi. U našoj zemlji proizvede se 630 kg po stanovniku. Potrošnja žita po stanovniku kreće se od 61 kg u Holandiji do 235 kg u Turskoj (u našoj zemlji 167 kg).[8]

Mada površine pod kukuruzom imaju skoro istovetan trend kretanja sa kulturom pšenice, kretanje površina pod ovim kulturama na Kosovu pokazuju negativnu znatnu korelaciju (—0,499), a to znači da u skoro 50%

---

[4] Petar Marković: *Razvoj proizvodnje i potrošnje pšenice u Jugoslaviji*, Ekonomika poljoprivrede br. 1—2, 1982, str. 21.

[5] *Ibid*, str. 21

[6] *Ibid*, str. 20

[7] *Ibid* str. 20

[8] *Ibid* str. 23

slučajeva kada su veće površine pod pšenicom onda su manje površine pod kukuruzom i obratno. Između vrednosti prinosa pšenice i kukuruza utvrđena je znatna pozitivna korelacija (0,651), što znači da većinom prinosi obeju kultura zavise od istih faktora. Zanimljivo je istaći da između površina i proizvodnje kukuruza utvrđena vrlo slaba negativna korelacija (—0,181), međutim između prinosa i površina dobijena je vrlo visoka korelacija (0,965).

Ove dve vrednosti korelacije upućuju na zaključak da su prinosi kod kuluruza vrlo značajni za veću proizvodnju i da oni stoje u znatnoj vezi sa količinom ljetnih padavina. Za prilike Kosova klimatski uslovi imaju veći uticaj na kretanje površina pod pšenicom (zbog toga je koeficijent varijacije površina pod pšenicom 17,9% a kod kukuruza 8,4%) a kod kukuruza više utiču na prinose (36,7%) i ukupnu proizvodnju (40%).

Površine pod kukuruzom povećane su do 70-tih godina (od 111,8 hilj. 1950—54 godine na 112,6 hilj. ha 1970—74 godine) da bi se potom ponovo smanjile na 96,2 hilj. ha (1980—83 godine). Proizvodnja kukuruza povećana je od 94.380 tona do 219.932 tona (za 2,33 puta) i to zahvaljujući povećanju prinosa (za 2,35 puta za isto razdoblje).

Prinosi kukuruza su povećani od 8,3 kv/ha (za period 1950/54 godine) na 24,3 kv/ha (za period 1980/83 god.) tj. za 2,9 puta, što nije slučaj nisa ukupnom proizvodnjom (2,46 puta) a ni sa proizvodnjom po glavi stanovnika (1,46 puta).

Proizvodnja po glavi stanovnika je porasla od 118 kg (1950—55 godine) na 172 kg (1965—69 god.) odnosno 143,2 kg (1980—83 god.). Praćenjem vrednosti površina, prinosa i proizvodnje kukuruza po 10 godišnjim intervalima utvrđena je pojava smanjenja varijabilnosti kako kod prinosa (40, do 22,2%), tako i kod ukupne proizvodnje (od 40,8 na 21,3%) i kod proizvodnje po stanovniku (od 37,2% na 24,4%).

Između prosečnih prinosa i koeficijenta varijacije prostorne serije (1960—80 god.) za pšenicu dobijena je znatna negativna korelacija (—0,405), a za kukuruz visoka negativna korelacija (—0,820), što znači da sa povećanjem prinosa varijabilnost se smanjuje i to izrazitije kod kukuruza nego kod pšenice.[9] Manji prinosi i veća varijabilnost pokazuju veću zavisnost od prirodnih uslova. Prinosi kukuruza su više zavisni od količine i režima padavina u vegetacijskoj periodi.

Koeficijenti varijabilnosti prinosa kukuruza su manji u opštinama gde se površine pod ovom kulturom navodnjavaju, obzirom da se manjak količine padavina kompenzira ovom merom. Za uspešniji uzgoj kukuruza na Kosovu potrebne su 500—600 mm padavina ili 230—300 mm padavina u toku vegetacijske periode. Između prinosa kukuruza i količine ljetnih padavina (za period 1967—78),[10] utvrđena je znatna pozitivna korelacija (0,63). Koeficijent regresije pokazuje da se za svaki mm padavina u ljetnim mesecima

[9] Asllan Pushka: *Geografski aspekat proizvodnje žitarica u SAP Kosovo*, Geografska istraživanja br. 5, Priština, 1984, str. 69.

[10] Bashkim Kabashi: *Navodnjavanje kao značajna mera za gajenje, povećanje i stabilizaciju proizvodnje kukuruza u SAP Kosovo*, Savetovanje o kuksruzu, Priština, 1979, str. 9.

prinos kukuruza povećava za 4,4 kg/ha.[11] U klimatskim uslovima Kosova bolji prinosi kukuruza mogu se postići sa 2—3 navodnjavanja uz normu od 1500—3000 m^3 vode u ha, odnosno 150—300 mm u m^2. Primeri sa navodnjavanjem i uz primenu agrotehničkih mera pokazuju da se prinosi kukuruza od dosadašnjih 24,3 kv/ha (prosek 1980—83 god.) mogu povećati na više od 50 kv/ha, koliko već iznosi prosek prinosa u Jugoslaviji (49,5 kv/ha 1982 godine).

Površine pod kulturom raži smanjene su od 1955 godine do 1983 godine za 64% (od 10132 na 3646 ha), a površine pod kulturom ovsa za 40% (od 21190 na 12719 ha), smanjujući učešće u zasejanim površinama od 8,6 na 4,4% za period od 1955 do 1983 godine.

Površine pod kulturom ječma nakon 10 godišnjeg smanjenja (od 1955 do 1966 godine) ponovo su povećane nakon izgradnje fabrike piva (1972 godine) u Peći.

Praćenjem površina i proizvodnje industrijskih kultura utvrđene su ciklične varijacije, koje su izrazitije kod šećerne repe, a manje izražene kod suncokreta i duvana. Koeficijent varijacije kod površina šećerne repe je najveći i iznosi 55,5%, kod proizvodnje 45,6% i prinosa 23,9%. Između površina i proizvodnje šećerne repe utvrđena je visoka statistička veza (0,768), a između prinosa i proizvodnje nije utvrđena nikakva korelacija, što ukazuje na značaj površina za proizvodnju šećerne repe.

Uzgoj ove kulture počeo je početkom 60-tih godina (1960 godine 734 ha) sa izgradnjom fabrike šećera u Peći. Uzgoj repe se brzo širi pod uticajem političkih i ekonomskih faktora da bi već 1963 godine dostigao maksimum površine od 6990 ha. Nakon ove godine površine se brzo smanjuju do 1973 godine na 1074 ha, a potom do 1977 godine ponovo povećale i ponovo smanjile do 1980 godine. Godine 1983 godine bilo je pod ovom kulturom samo 878 ha. Uzroci ovih varijacija su mnogobrojni, od nižih otkupnih cena, slabosti u saradnji između fabrike i uzgajivača šećerne repe, zatim nedovoljne mehanizacije, uticaja prirodnih uslova, odlaska radne snage u inostranstvo itd.[12] Prinosi šećerne repe su se kretali od 94 kv/ha 1962 godine do 282 kv/ha 1983 godine (prosek 213,6 kv/ha), a na nivou zemlje od 150 kv/ha 1947—51 godine do 419 kv/ha 1977—81 godine. U oba slučaja prinosi su povećani za 3 puta, međutim prinosi u Pokrajini zaostaju za onim u zemlji za skoro 50%.

Proizvodnja šećerne repe kretala se u rasponu od 14400 tona 1960 godine do 104000 tona 1964 godine (ili 1:7,2), a to znači da su se kapaciteti fabrike (150000 tona) koristili između 9,6% i 69,3% ili prosečno 37,2% za celi posmatrani period. Stoga fabrika šećera skoro svake godine kupuje šećernu repu iz Vojvodine i ostalih delova zemlje da bi povećao stepen iskorištenosti fabrike. Za podmirenje potreba ove fabrike treba uzgajati repu na 5000 ha sa prinosom od 300 kv/ha.

Kultura duhana na Kosovu je poznata još od vremena turaka, iako se tačno ne zna od kada. Industrijska prerada duvana je počela od 1958 godine,

---

[11] *Ibid*, str. 9.

[12] Asllan Pushka: *Industrijske kulture na Kosovu*, Priština, 1978 g.

sa izgradnjom fabrike cigara u Gnjilanu, mada u Djakovici od posle rata postoji stanica za fermentaciju duvana.

Kretanje površine duhana uglavnom ima sličnosti sa onima šećerne repe (koef. korelacije 0,403) iako postoje izvesne manje razlike. Koeficijent varijacije površina pod duhanom je za 2 puta manji (26,2%) nego kod šećerne repe. Za ceo posmatrani period (1960—84 g.) pod duhanom prosečno je bilo 3301 ha, najmanje 1974 g. (1897 ha) i 1961 godine (1910 ha), a najviše 4688 ha 1966 godine. Prosečan prinos duhana bio je 7,0 kv/ha najmanji prinos 3,9 kv 1961 g. i najveći 10,4 kv 1983 godine). Koeficijent varijacije kod prinosa duhana je 18,25%, što pokazuje da nije bilo većih varijacija, obzirom da su prinosi vrlo niski, kako zbog asortimana („Jaka", „Otla" itd.), tako i zbog niskog nivoa primene agrotehničkih mera.

Proizvodnja duhana na Kosovu kretala se između 740 tona (1961 g. zbog suše) i 3860 tona 1982 godine. U većini godina proizvodnja duhana ne podmiruje potrebe kapaciteta fabrike cigareta u Gnjilanu, koja iznosi 3000 tona.

Tok širenja i sužavanja površina pod suncokretom se više podudara sa procesom širenja i sužavanja kod šećerne repe (koef. znakova 0,60). Prosečno se za 25 godina uzgajalo po 4457 ha, najmanje 2230 ha (1961 godine) a najviše 1977 g. 6771 ha i 1963 g. 6420 ha. U 11 godina površine su bile iznad proseka a u 14 ispod proseka. Koeficijent varijacije za površine bio je 29%, malo veći nego kod duhana, a daleko manji od šećerne repe. Prosečan prinos za pomenuti period iznosio 13 kv/ha, sa varijacijom od 7,3 kv 1961 god. do 20,7 kv 1983 godine. Posle 1965 godine prinosi su za 30—60% veći od ranije, zbog primene novih sovjetskih i naših visoko produktivnih sorata i bolje primene agrotehničkih mera.

Proizvodnja suncokreta se kretala između 1628 tona (1961 god.) 8820 tona (1979 godine) ili prosečno 5891 tona odnosno 32,7% od kapaciteta fabrike ulja, biljne masti i margarina (kapacitet fabrike iznosi 18000 tona godišnje).

Kultura uljane repice počela se na Kosovu uzgajati posle 1970 godine, a kultura soje posle 1975 godine. Obe ove kulture imaju dobre mogućnosti za veći uzgoj i širenje na tlu Kosova.

STEPEN ASOCIJACIJE POLJOPRIVREDNIH KULTURA NA KOSOVU

Metodom korelacije[13] utvrdili smo za 1983 godinu (na nivou opština) stepen podudarnosti (poklapanja) između većine kultura na Kosovu. Površine pod kulturom pšenice znatno se podudaraju sa površinama pod kukuruzom (0,555) i industrijskim kulturama (0,413), a slabije sa kulturom ječma (0,337), krumpira (0,279), lucerke (0,315), i ovsa (0,230). Kultura

[13] Osim koeficijenta korelacije za prikazivanje stepena podudarnosti može se koristiti i koeficijent asocijacije Kas= 1—(H d): 100 Vidi Peter Hagget: *Einfuhrung in die kultur-und sozialgeographische Regionalanalyse*, Berlin-New York, 1973, str. 293.

kukuruza koja je najrasprostranjena na Kosovu znatno podudara sa kulturom pšenice, ječma (0,410), krumpira (0,56) deteljine (0,532), industrijskim kulturama (0,578), a slabije sa površinama pod povrćem (0,349).

Kultura krompira ima šire mogućnosti uzgoja kako u brdsko-planinskim tako i nižim kotlinskim područjima Kosova. Stoga, ova kultura znatno podudara sa površinama pod ovsom (0,549), kukuruzom, povrćem (0,542), sa krmnim biljkama (ukupno 0,616), kao i deteljinom (0,41).

Na osnovu iznetih činjenica možemo konstatirati da kulture kukuruza, krumpira i ječma imaju šire mogućnosti uzgoja kako u višim (brdsko-planinskim) tako i u nižim područjima Pokrajine, u odnosu na pšenicu, povrtarske i industrijske kulture koje najviše uspevaju u nižim kotlinskim područjima Kosova. Kosovo, i ako je manji prostor, zbog geografskog položaja i morfotektonskog sklopa, kao i drugih prirodnih karakteristika, dosta je heterogen prostor i pruža kako opšte, tako i specifične uslove za uzgoj žitarica,industriskih, povrtarskih i krmnih kultura, zatim voća, vinove loze i dr. kultura, zbog čega i nisu dobijene visoke vrednosti koeficijenta korelacije između površina pojedinih kultura. Prirodni uslovi i društveno-ekonomske okolnosti uticale su na polikulturni sistem uzgoja, i ako imamo fragmentarno i pojavu monokulturnog sistema.

TRENDOVI U STOČARSTVU I STOČARSKIH PROIZVODA

Preorijentacija poljoprivredne proizvodnje u stočarsku proizvodnju, kao oplemenjivačku delatnost, predstavlja zakonitost u razvoju poljoprivrede.[14] Stoga u razvijenim zemljama stočarstvo daje 75—86% vrednosti finalne poljoprivredne proizvodnje. U našoj zemlji stočarstvo daje 3/5 poljoprivredne proizvodnje a na Kosovu 40%.

Upoređivanjem vremenskih serija broja konja, goveda, ovaca, svinja i živina kako na nivou zemlje tako i Kosova postoji sličnost u trendu. Kod konja, i ovaca postoji trend opadanja broja, ali zato raste broj svinja, rodnih krava i peradi. Na nivou zemlje postoji trend stagnacije broja goveda, a na Kosovu postoji opšti trend rasta sa oscilacijama.

Broj goveda se na Kosovu smanjio od 1955 godine do 1965 godine (od 330000 na 280612 grla), a nakon ove godine se polako povećava taj broj naizmenično sa 2—4 godine pada i porasta broja sa uzlaznom linojom. Od 28061 grla 1965 godine, njihov se broj povećava na 407659 grla 1982 godine.

Suprotno ovoj tendenciji kreće se broj ovaca, koji se smanjio od 686800 grla 1960 godine na 387794 grla 1973 godine i 296164 grla 1979 godine kada je zabeležen najmanji broj ovaca u Pokrajini. To je absolutni pad broja ovaca od 390636 grla ili oko 19500 grla godišnje. Od 1980 godine postoji blagi trend porasta broja ovaca.

---

[14] Vladimir Stipetić: *Četerdeset god na poljoprivredne proizvodnje u socijalističkoj Jugoslaviji* (1945—1984), Ekonomika poljoprivrede, br. 11—12/1984, str. 731.

Osim niza slabosti koje su pratile razvoj poljoprivrede pa i stočarstva kod nas, migracije stanovništva imale su veliki uticaj na smanjivanje broja ovaca. Napuštanjem brdsko-planinskih područja (koje na Kosovu zauzimaju skoro polovinu površine —48%) i prelaskom stanovništva na gradska i nizinska naselja, imalo je za posledicu smanjenje broja ovaca. Takođe, školovanje stanovništva uticalo je na ovaj trend. Sa druge strane, povećanje broja stanovnika u nižim predeljima (88% stanovnika do 700 m nadmorske visine Kosova) uticalo je na povećanje broja goveda (krava i junica) i svinja radi obskrbe stanovništva stočarskim proizvodima. Prelazak na stajsko stočarstvo zahteva promenu krmne baze, te uzgoj krmnih kultura u nižim predeljima. Međutim, za uzgoj intenzivnog stočarstva potrebno je imati i veći posed radi osiguranja kvalitetne stočne hrane. Na osnovu analize Obrena Blagojevića (1981 god.) tek gazadinstva sa većim posedom od 10 ha sposobnija su za stočarstvo. U njima je 1981 godine dolazilo po 4,5 grla goveda, 5 svinja, 20,6 ovaca i 22,7 živina.[15]

Kako u Jugoslaviji u celini, tako i na Kosovu, broj i udeo gazdinstva koja imaju više od 8 odnosno 10 ha stalno se smanjuje (od 13,4 na 8,9%),[16] a na Kosovu njihov udeo (+10 ha) iznosi svega 3,3 posto.[17]

Druga otežavajuća okolnost jeste da većinom takva veća gazdinstva nalaze se u brdsko-planinska područja, koja su procesom deagrarizacije izgubile vitalno stanovništvo za obavljanje ove delatnosti.

Kod proizvodnje mesa, mljeka i jaja kako ukupno tako i po stanovniku zabeležen je stalan porast proizvodnje sa manjim oscilacijama. Tako npr. proizvodnja mesa je povećana od 10000 tona 1960 godine na 28.809 tona 1984 godine, a u odnosu na broj stanovnika od 10 kg (1960—64 god.) na 17 kg (1980—84 god.), to je nešto više nego u Africi (14 kg 1978—80 god.), Aziji (13 kg) ili u privredno nerazvijenim kapitalističkim zemljama (12 kg) ali daleko manje nego u svijetu kao celini (55 kg) ili privredno razvijenim zemljama (77 kg) itd.[18] U našoj zemlji potrošnja mesa po stanovniku bila je 63 kg (1978—80 god.), a to je 3,7 puta više nego na Kosovu.

Proizvodnja mljeka (ukupna) u vremenu od 1963 godine porasla za 4,4 puta, a po stanovniku ona je porasla od 53 lit. na 153 lit ili za 2,67 puta. Po proizvodnji mljeka po stanovniku Kosova stoji za 56% bolje nego svet u celini (153:98 l.), za 6 puta bolje nego Afrika ili 8 puta nego Azija, ali za 2 puta lošije nego privredno razvijene zemlje, 2,4 puta nego Evropa, ili 1,7 puta nego Sev. Amerika.[19]

Ukupna proizvodnja jaja povećana je za 5,7 puta, a po stanovniku za 3,2 puta (od 33 na 105 komada).

---

[15] Obren Blagojević: *Posedovna struktura individualnih gazdinstava faktor mnogih društveno-ekonomskih pojava*, Ekonomika poljoprivrede, br. 11—12/1984, str. 48.

[16] Milorad Stanojević: *Problemi rasta i razvoja agroindustrijske proizvodnje* Ek. polj. br. 1—2/1985, str. 23.

[17] Asllan Pushka: *Disa veçori socio-ekonomike të popullsisë dhe ekonomive shtepiake bujqësore sipas madhësisë se pronave në KSA të Kosovës*, Përparimi nr. 3/1985, str. 346.

[18] Vladimir Stipetić: *Proizvodnost poljoprivrednog rada i tendencije na svetskom tržištu poljo. proizvoda*, Elk. polj. br. 9, 10, 11/1983, str. 513.

[19] *Ibid*, str. 513.

TREND MEHANIZACIJE I HEMIZACIJE POLJOPRIVREDE KOSOVA

Broj traktora kako u zemlji tako i u Pokrajini je poraslo vrlo brzo. Od 282 traktora koliko je zabeleženo 1955 god. njihov je broj povećan na 15710 komada ili za 55,7 puta a u zemlji za 100 puta (596 puta u privatnom i 5,4 puta u društvenom sektoru). Na Kosovu broj traktora u društvenom sektoru je povećan za 4,8 puta (od 214 na 1023 komada).

Tako brzo širenje broja traktora uticalo je na smanjenje obradive površine po jednom traktoru od 1156 ha 1955 g na 134 ha 1966 g., 57,6 ha 1975 g. i 26,5 ha 1983 godine.

Privatni sektor naše zemlje ima blizu 3 KS po ha obradive zemlje, što je dvostruko više nego u USA, Francusku, SSSR i DDR.[20] Zbog manjeg poseda (3,9 ha u SFRJ i 2,08 ha na Kosovu) postojeća mehanizacija ne može se optimalno koristiti.

Što se hemizacije poljoprivrede tiče, ona je u našoj zemlji forsirana posle 1955 godine politikom subvencija. Upotreba mineralnih đubriva na Kosovu od 1955 godine (282 vagona) do 1983 godine povećana je za 39,5 put (11136 vagona), a po ha obradive površine to povećanje iznosi 32,4 puta (od 8,6 kg/ha do 278,7 kg/ha). Po količini aktivne materije potrošnja je povećana za 56,3 puta (od 63 na 3550 vagona) ili od 1,93 kg do 88,8 kg/ha.

Jugoslavija je 1979 godine trošila 110 kg čistih hraniva po hektaru obrađene zemlje. Podaci za neke druge zemlje glase: USA 111 kg, Albanija 135 kg, Rumunija 137 kg, Italija 189 kg, Bugarska 193 kg, Poljska 218 kg, Engleska 324 kg, Holandija 805 kg. i dr. Prema ovim komparativnim podacima proizilazi da u našoj zemlji ima mesta za još veću potrebu upotrebe mineralnih đubriva, međutim, poslednjih godina zbog nekonzekventne politike subvencioniranja mineralnih đubriva, sa velikim godišnjim oscilacijama u cijenama za finalnog potrošača, uzrokovano je usporavanje rasta potrošnje.[21]

Za budući razvoj poljoprivrede potrebno je održati stepen investicija adekvatan udelu društvenog proizvoda što ga daje poljoprivreda, ako ne i veći,[22] kao u nekim socijalističkim zemljama (Bugarska, Mađarska, Rumunija i ČSSR).

Sporiji razvoj poljoprivredne proizvodnje uticao je na rastuću destabilizaciju jugoslovenske poljoprivrede: cijene poljoprivrednih proizvoda rasle su brže nego cijene ostalih proizvoda i bile nerijetko jedan od generatora inflacije kaže V. Stipetić.

Agrarna politika u budućnosti treba da sređuje prilike u domaćem tržištu, da osigura plasman proizvoda, da osigura dodatna sredstva za razvoj poljoprivrede, da školuje kadar i zadržava postojeći i da pomogne transfer nove tehnologije u njoj.

---

[20] Vladimir Stipetić: *Četerdeset godina poljoprivredne proizvodnje u soc. Jugoslaviji*, Ek. polj. br. 11—12/1984, str. 738.

[21] U 25 godina investicije u poljoprivredi bile su manje nego učešće poljoprivrede u društvenom proizvodu. U društvenom sektoru investicije po ha u odnosu na privatni sektor smanjene su od 20 puta (period 1957-67) na 11 (krajem 60-tih godina) i 5 puta (krajem 70-tih godina). Vidi rad V. Stipetića: *Četrdeset godina razvoja polj. socijalističke Jugoslavije*, str. 753.

TRENDET NË AGRARIN E KSA TË KOSOVËS

Asllan Pushka

Rezime

Në këtë punim është treguar në trendin e lëvizjës së popullsisë bujqësore në RSFJ dhe Kosovë në përiudhën e paslufte, pastaj në lëvizjën e kategorive të sipërfaqeve bujqësore e të punueshme si rezulltat i ndryshimeve ekonomike-shoqërore në Krahinë.

Duke i analizuar dhe krahasuar shenimet për shumë parametra në nivel të vendit dhe në Kosovë, kemi has në ngjajshmeri përsa i përket trendit të tyre, për ndryshime në vlerat absolute e relative dhe raporte ndaj popullsisë e sipërfaqës, për shkak të nivelit të ndryshem në pikënisje, intensitetit jo të njajt të proceseve dhe normës së ndryshme të shtimit të popullsisë në Kosovë dhe viset tjera të vendit.

Zgjedhjet e problemeve në agrar (të Krahinës), sikurse edhe në vend, kërkojnë masa të politikës agrare për zgjedhjën e problemeve në tregun e brëndshem, përsa i përket kërkesës e efertës, plasmanit të sigurt, çmimeve ekonomike, investimeve më të mëdha në bujqësi së paku në nivel të produktit shoqëror që e jap bujqësia, ti kushtohet kujdes shkollimit të kuadrave të reja dhe mbajtjës së kuadrit ekzistues në këtë degë, të sigurohen kredi të volitshme dhe të mundësohet transferi i teknologjisë së re në bujqësi si papakusht i përparimit të saj.

TRENDS IN THE AGRAR OF SAP OF KOSOVA

Asllan Pushka

Summary

In this paper is shown the trend of persons imployed in agriculture of SFRJ, and of Kosova Provincex in the post war period. There is also shown the development of categories of agricultural areas that are cultuvated, as a result of economic and social changes

Analyzing and making comperations of data given for meny parameters in the level of the country and in Kosovë, we met an accordance for that what consernce to their trends, as changes in absolute and relative values in relation with populetion and areas. That is a consequanece of different starting level, unequal intensity of processes and various norms of population encrease in Kosovë and in the other parts of the country.

Solwing the problems in agrar (of Province), as well as in the country, require mesures of agrar politics for solwing problems in the inner market, That what concerns to requirement and offering, sure plasman, economical prices, greater investments in agriculture, (at list in the level of social production that is given by agriculture), to give more attention for schooling of new generations and holding on existing ones in this brench. Then to enssure more appropriate lowns and to create possibilities for transferance of new technologies in agriculture as precondition for it's progress.

PËRMBAJTJA — SADRŽAJ

MATEMATIKË — MATEMATIKA

Eshref Ademaj Fq.—Str.

Karakterizimi i grupit $L_6(2)$ me ndihmën e centralizatorit të tipit të tretë 5

M. Berisha i R. Kastrati

Procena, pomoću modula gladkosti, Fourierovih koeficienata lakuarnih redova funkcija klase $H(p, k,)$ 11

Fevzi H. Berisha

Procena, pomoću najbolje aproksimacije, Fourier-ovih koeficienata funkcija klase $N(r)$, ... 19

Muharrem Berisha dhe *Fevzi Berisha*

Disa rezultate në lidhje me koeficientet Fourie të funksioneve nga klasat e Besovit 27

M. Berisha dhe *R. Kastrati*

Vlerësimi i koeficientëve Fourie të serive lakunare nga klasa e funksioneve H .. 33

Minir Efendia

Përshkrimi i kuazi-relacioneve të drejta me ndihmën e mutacioneve të drejta 39

Emrush Gashi

O poklapanju diprimarnosti 47

Rexhep Gjergji

Zbërthimi taktik i $(v, k,)$ bllok skemave dhe rrafshit projektiv të rendit n 53

Isljam Šehu

O oslabljenom Cauchyjevom problemu u Banachovom prostoru. 57

Ramadan Zejnullahu

Një teoremë mbi pikat fikse në hapësirat metrike probabile të tipit të Mengerit .. 65

FIZIKË — FIZIKA

H. Ajazaj, S. Brant, V. Paar

Jednoparametarsko odstupanje od SU(3) granice u SU(6) kvadrupolno fononskom hamiltonijanu 71

H. Ajazaj

Elastično raspršenje protona visokih energija na jezgri He..... 85

Mustafa R. Bytyçi i Bajram J. Jakupi

Regresija tragova grupe Fe-jezgara galaktičkog kosmičkog zračenja u mineralima nekih meteorita 101

R. Bejtullahu, J. Moser i M. Jonoska

O povezanosti izmedu stepena parcijalne koherencije svjetlosti i različitih transparencija otvora kod difrakcije na dvije paralelne pukotine 105

Mustafa R. Bytyçi i Bajrm J. Jakupi
Izazivanje zapreminskih tragova jezgara galaktičkog kosmičkog zračenja u mineralima vanzemaljskog porekla 113
R. Bejtullahu, J. Moser, G. Gorani
Utjecaj indeksa loma sredstava na neke difrakcione pojave 119
E. Demirović, R. Bejtullahu i J. Moser
Fraunhoferova difrakcija na dva otvora koji imaju oblik homotetičnih paralelograma 131
T. Gegaj, V. Hens-Bartolić dhe G. Pichler
Analiza spektrale dhe identifikimi i dukurive në spektrin e pocave të jodureve të indumit me presion të lartë 139
L. Istrefi
Mbi varshmërinë e stabilitetit të plazmës laboratorike nga energjia e shkarkuar 143
Jahja Koka
Matja e zhurmës së grimcave filmike me anë të shpërhapjes së dritës 149
. Kamberi, R. Bejtullahu, J. Moser
Difrakcija svjetlosti u talasnoj zoni na mnogougaonu aperturu 157
Jahja Kokaj
Trajtim metodik i problemit të konjugacionit fazorë 169
Ahmet Veseli dhe Gani Jashari
Teoria e grafave dhe zbatimi i saj 173
R.B. Žakula, Z. Shemsidini, H. Ajazaj i S. Kujundić
Uloga domenskih zidova u transportu energije s jednog feroelektričnog lanca na drugi 179
R.B. Žakula, H. Ajazaj, Z. Shemsidini i B. Stepančić
Auger efekat u procesima sa ?češćem Davidovljevih solitana 191
R.B. Žakula, B. Stepančić, V. Ajazaj i Z Z. Shemsidini
Zahvat konverzionog elektrona solitonom s atoma koji je ataširan na molekularni lanac 199

BIOLOGJI — BIJOLOGIJA

Esad Dauti
Fauna plecoptera (insecta) Prizrenske Bistrice 211
E. Dauti
Mjesečna distribucija vrsta plecoptera na rijeci Nerodimki 221
Esad Dauti
Distribucija vrsta plecoptera u uzdužnom provlu rijeke Nerodimke 227
Begir Hundozi
Flora e livadheve ultësinore të Kosovës 225
Ferat Rexhepi
Rod saxifraga u flori Kosova 253

KIMI — HEMIJA

Skender Nushi
Shqyrtimi i mundësisë së pasurimit të hedhurinës së xehes së kromit pas separimit selektiv 263
Skender Nushi
Brikotimi i koncentratit të kromit 0—1 mm me mjetet lidhëse: argjillë, silikat natriumi dhe ujë qelqor 267

GJEOGRAFI — GEOGRAFIJA

Ibrahim Ahmetaj
Erozioni në pellgun e Mirushës 273
Bojko Bojović
Značaj razvoja male privrede u nerazvijenom području SAP Kosova 287
Muharrem Cerabregu
Predodžba osnove fizičkogeografske regionalizacije SAP Kosova 307
Nail Draga
Klima e Ulqinit 313
Qazim Lleshi
Gjeografia dhe çështjet e rrethinës (marrëdhëniet) 333
Safet Nurković
Regionalne osobitosti populacijske dinamike jugozapadne Srbije u poslijeratnom periodu 343
Asllan Pushka
Trendovi u agraru SAP Kosova 359

Red. teknik — Teh. urednik

Nijaz Hashani

Korrektorë — Korektori

Autorët — Autori

Tirazhi — Tiraž
500 copë — prim.

Shtypi: NG „Birografika“ — Suboticë
Štampa: GP „Birografika“ — Subotica